

# Table des Matières

<b>Introduction Générale</b>	<b>4</b>
0.1 Note historique . . . . .	4
0.2 Problématique . . . . .	5
0.3 Contribution . . . . .	5
<b>1 Rappels et Problématique</b>	<b>8</b>
1.1 Introduction . . . . .	8
1.2 Rappels des concepts généraux . . . . .	9
1.2.1 Matériaux magnétiques . . . . .	9
1.2.2 Les équations de Maxwell . . . . .	20
1.2.3 Matériaux diélectriques . . . . .	25
1.3 Problématique . . . . .	27
1.3.1 Position du problème . . . . .	28
1.4 Conclusion . . . . .	29
<b>2 Résolution du Problème et Discussion</b>	<b>32</b>
2.1 Introduction . . . . .	32
2.2 Les matériaux à Bande Interdite Photonique . . . . .	33
2.2.1 Historique des matériaux BIP . . . . .	33
2.2.2 Définition . . . . .	33
2.2.3 Propagation d'une onde TEM . . . . .	34

2.2.4	La méthode de la matrice de transfert . . . . .	36
2.2.5	Les paramètres effectifs . . . . .	42
2.2.6	Les structures qui utilisent des gaps photoniques . . . . .	50
2.3	Conclusion . . . . .	51
<b>3</b>	<b>Résolution du Problème et Discussion</b>	<b>53</b>
3.1	Introduction . . . . .	53
3.2	Résolution du problème . . . . .	54
3.2.1	Les multicouches . . . . .	54
3.2.2	Le tenseur de perméabilité ferromagnétique . . . . .	55
3.2.3	Les équations de Maxwell . . . . .	63
3.2.4	Matrice de transfert et l'équation de dispersion . . . . .	67
3.2.5	Les ondes de volume et les ondes de surface . . . . .	70
3.2.6	Le spectre du coefficient de réflexion . . . . .	72
3.2.7	Les applications des multicouches . . . . .	78
3.3	Conclusion . . . . .	80
<b>4</b>	<b>Comparaisons et Résultats</b>	<b>82</b>
4.1	Introduction . . . . .	82
4.2	Comparaison entre les deux types de propagation dans les structures multicouches . . . . .	82
4.2.1	La propagation des ondes . . . . .	82
4.2.2	Le coefficient de réflexion et transmission . . . . .	83
4.2.3	La matrice de transfert . . . . .	85
4.2.4	Les propriétés dispersives . . . . .	87
4.3	Conclusion . . . . .	89
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>91</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>93</b>

## **Introduction Générale**

# Introduction générale

## 0.1 Note historique

L'étude des propriétés et comportements des matériaux magnétiques sont toujours d'actualité à travers le monde offrant toujours de nouvelles perspectives. Cette étude a commencé durant les moyens âges.. A la fin du 16<sup>ème</sup> siècle *William Gilbert* (1544 – 1603) réalisait une étude expérimentale du champ magnétique d'une sphère aimantée qui l'amenait à assimiler la terre elle-même à un grand aimant sphérique [1] [2].

La première structure multicouche périodique [14] a été fait par l'astronome *David Rittenhouse* en 1785. Il a eu les vis très fines coupées par horloger sur deux morceaux de petit fil en cuivre, et dans le fil de ces vis il a mis des poils. Cette structure simple était suffisante pour démontrer l'effet de diffraction légère. Rittenhouse a publié son travail, mais n'a continué pas plus depuis lui a attiré peu d'attention alors.

Ce n'était pas jusqu'en 1813 que le physicien *Joseph von Fraunhofer* a réinventé le réseau de diffraction. Avec ce moteur il a produit des structures avec des périodes beaucoup plus agréables que précédemment réalisées. Les décennies suivantes, le développement ultérieur des structures a été particulièrement permis par des spectroscopiques. Plus tard d'autres scientifiques et ingénieurs ont été intéressés aussi, réalisant une meilleure exécution en construisant de plus grandes structures.

Le concept des structures BIP a été développé pour la première fois par *Bragg* il y a moins d'un siècle par l'intermédiaire du *miroir de Bragg*. Composé d'un empilement de surfaces planes transparentes, ce dernier grâce à des phénomènes d'interférences constructives de réfléchir 99,5% de l'énergie incidente à condition que cette dernière attaque le miroir sous une incidence proche de zéro degré.

Les premières structures photoniques sont apparues sous le nom de diélectriques artificiels [10]. En effet le but était de reproduire un réseau cristallin ayant des propriétés

particulières. C'est *E. Yablonovitch* qui introduisit en premier le nom de structures à bande interdite photonique, par analogie avec les structures cristallines et leur bande électronique interdite. Depuis 5 ans, l'activité de recherche s'est énormément consacrée à ces structures et de nombreuses applications ont été développées.

## 0.2 Problématique

Notre problème consiste à l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans différents milieux tel que les milieux diélectriques alternés avec des couches d'air qui représente des bandes interdites et les milieux diélectriques alternés avec des couches ferromagnétiques. Dans les deux cas nous avons utilisé la méthode de la matrice de transfert pour calculer la relation de dispersion.

## 0.3 Contribution

Notre travail concerne des problèmes les plus simples qui mettent en jeu l'effet des champs électromagnétiques avec des milieux matériels. Nous sommes alors amenés à une description rapide du comportement des ondes électromagnétiques dans les milieux matériels. Pour une structure multicouche nous avons étudié le tenseur de perméabilité ferromagnétique sous l'influence d'un champ magnétique extérieur. Ensuite, nous avons déterminé les équations de Maxwell pour les différentes couches. A partir de la matrice de transfert nous avons déduit la relation de dispersion qui nous a permis de préciser les ondes de volume et de surface. Afin de calculer les coefficients de réflexion et de transmission, nous avons fait appel à la propagation de l'onde plane.

Ce mémoire est décomposé en quatre chapitres :

1. Dans le premier chapitre, on expose quelques notions générales de notre étude. Dans un premier temps, nous rappelons les propriétés des matériaux magnétiques et diélectriques. Puis, on définit les modes de propagation TE et TM. Enfin, ce chapitre se

termine par une position du problème.

2. Dans le deuxième chapitre, nous avons abordé l'étude de la propagation d'une onde TEM dans une structure multicouche périodique de même nature.

3. Dans le troisième chapitre, nous sommes occupés à la résolution du problème en se basant sur la méthode de la matrice de transfert pour le calcul de la relation de dispersion pour une multicouche périodique, ainsi que la propagation de l'onde plane pour le calcul des coefficients de réflexion et de transmission.

4. Dans le dernier chapitre, nous avons fait une comparaison entre les deux études.

Ce mémoire se termine par une conclusion sur les travaux présentés et par les perspectives ouvertes par ceux-ci.

# **Premier Chapitre**

## **Rappels et Problématique**

# Chapitre 1

## Rappels et Problématique

### 1.1 Introduction

Afin d'étudier la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu périodique ferromagnétique diélectrique sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, on doit prendre en compte les interactions entre le champ électromagnétique et le milieu. L'approche classique que nous considérons s'appuie sur les équations de Maxwell en présence du milieu matériel. On adjoint alors aux équations des champs les relations du milieu qui rendent compte des différents mécanismes d'interaction.

Ce chapitre est consacré à une présentation de quelques notions de base sur les ondes TE et TM et le milieu de propagation c'est à dire les matériaux magnétiques et les matériaux diélectriques. Nous poserons par la suite la problématique de notre travail.



## 1.2 Rappels des concepts généraux

### 1.2.1 Matériaux magnétiques

#### Définition

Soumises à une induction magnétique, certaines substances se mettent à produire elles-mêmes, dans le volume qu'elles occupent et à l'extérieur, une induction magnétique. On dit qu'elle *s'aimantent* ou *se polarisent magnétiquement*. Il s'agit-là d'une propriété générale de la matière. Toutefois, cette propriété ne se manifeste très visiblement que dans certains matériaux appelés *matériaux magnétiques* [1].

#### Les origines électroniques du magnétisme

Les propriétés magnétiques d'un matériau sont attribuables au *spin* des électrons et, à leur *mouvement orbital* autour du noyau (Figure (1.1)) [2].

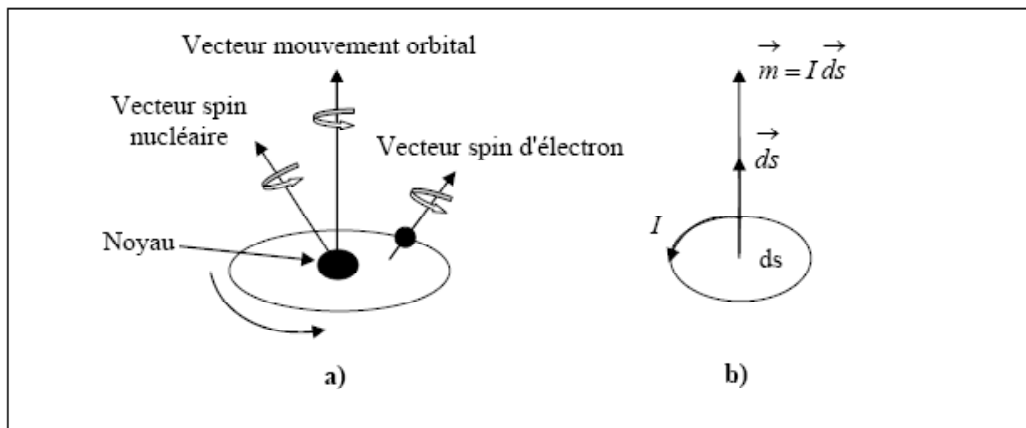


Figure (1.1) : Structure atomique

a) Moment magnétique élémentaire, b) Mouvement des électrons.

Les électrons qui tournent sur eux-mêmes "*spin*" et autour du noyau "*orbitale*" forment de petits dipôles magnétiques qui peuvent être simulés par des moments magnétiques

engendrés par des boucles élémentaires de courant (Figure (1.1(b))).

**Moment magnétique orbital :**

Ce moment est lié au moment cinétique ( $G_l$ ) résultant du mouvement orbital par la relation :

$$m_l = - \left( \frac{e}{2m} \right) G_l \quad (1.1)$$

La direction opposée des deux moments est due à la charge négative de l'électron.

Pour rendre compte du spectre de l'atome H (hydrogène), Bohr a introduit une idée, qui consiste à imposer que le module du moment cinétique orbital de l'électron soit un multiple entier de  $\left( \frac{h}{2\pi} \right)$ , où  $h$  désigne la constante de *Planck* :

$$G_l = l \frac{h}{2\pi} \quad (l \text{ entier} = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.2)$$

Le moment magnétique  $m_l$  est alors nécessairement un multiple entier d'un moment unité qu'on appelle le *magnéton de Bohr* :

$$G_l = l \mu_B \quad (1.3)$$

Où :

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} \quad (1.4)$$

Le magnéton de Bohr est une grandeur fondamentale en magnétisme. Il vaut :

$\mu_B = 9,273.10^{-24} A.m^2$ . C'est l'unité de moment magnétique à l'échelle atomique.

### **Moment magnétique de spin :**

En tournant sur lui-même l'électron crée un moment cinétique de spin  $G_s$  qui peut prendre deux valeurs distinctes  $G_s = +\frac{1}{2} \left( \frac{h}{2\pi} \right)$  et  $G_s = -\frac{1}{2} \left( \frac{h}{2\pi} \right)$ .

Proposée initialement par *S.A. Goudsmit* et *G. Uhlenbeck* pour rendre compte des spectres atomiques (1925), la notion de spin a été justifiée ensuite par *Dirac* en application de la mécanique quantique [1]. A ce moment cinétique de spin est associé *un moment magnétique de spin* tel que :

$$m_s = - \left( \frac{e}{m} \right) G_s \quad (1.5)$$

Il apparaît que le spin est deux fois plus efficace qu'un moment orbital dans la production du moment magnétique.

### **Moment magnétique total :**

Le moment magnétique atomique total est la somme des moments magnétiques orbitaux et de ceux produits par le spin. Dans une situation fréquemment rencontrée appelée "*couplage de Russel-Saunders*" ou couplage L,S, les moments de spin se couplent entre eux pour donner le moment de spin total [2] :

$$S = \sum_i S_i \quad (1.6)$$

Il est de même que pour les moments orbitaux, ils se couplent entre eux pour donner le moment orbital :

$$L = \sum_i ml_i \quad (1.7)$$

Enfin les moments orbitaux totaux et de spin  $L$  et  $S$  se couplent entre eux pour aboutir à un moment cinétique total  $J$  qui peut prendre toutes les valeurs comprises entre :

$$J = |L + S| \text{ et } J = |L - S|$$

A partir du moment cinétique total  $J$ , on obtient facilement le moment magnétique de l'atome :

$$m = Jg\mu_B \tag{1.8}$$

Où  $g$  est un nombre qu'on appelle "*facteur gyromagnétique de Landé*" qui vaut :

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

### Définition de l'aimantation

Un atome avec des moments non compensés, issus du mouvement de spin et orbital des électrons est dit *atome magnétique*. Le moment magnétique totale de ces atomes est égale à la somme vectorielle de tous les moments magnétiques proviennent du mouvement de spin ou orbital des électrons [2].

Soit l'élément de volume ( $\Delta V$ ) constitué d'un nombre  $N$  d'atomes magnétiques chaque atome est représenté par le moment magnétique  $m_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . La somme vectorielle de ces moments donne le moment magnétique  $m$  comme suit :

$$m = \sum_{i=1}^N m_i \tag{1.9}$$

L'aimantation du matériau ou le vecteur aimantation  $M$  est caractérisée par la densité volumique des moments magnétiques et on écrit :

$$M = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N m_i \right) \quad (1.10)$$

A la place de l'aimantation, les spécialistes des matériaux qui travaillent en construction électrique préfèrent utiliser généralement la polarisation magnétique :

$$J = \mu_0 \cdot M \quad (1.11)$$

$J$  s'exprime en Teslas, unité commode pour évaluer les performances de nombreux matériaux magnétiques industriels.

### **Aimantation d'un milieu matériel**

La réaction d'un matériau à l'application d'un champ magnétique  $H$  est caractérisée par *l'induction magnétique*  $B$ , laquelle représente l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du matériau. A la présence de cette induction magnétique, un couple s'exerce sur le dipôle magnétique de moment  $m$  :

$$\Gamma = m \times B \quad (1.12)$$

Ce qui signifie que l'induction magnétique  $B$  tend à aligner le dipôle de façon que le moment  $m$  soit parallèle à l'induction. L'énergie potentielle du moment magnétique est donnée par :

$$W = -m \cdot B \quad (1.13)$$

Dans le vide, cette énergie peut être exprimée par  $W = -\mu_0 m H$ , ou  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H/m$  est la perméabilité du vide (l'air).

Pour évaluer la réaction d'un matériau (mesurée par  $B$ ) à l'application d'un champ magnétique exciteur  $H$ , on la compare à la réaction du vide à l'application du même champ. Dans ce cas, l'induction magnétique est égale à la somme de l'induction magnétique du vide  $\mu_0 H$  et de l'aimantation du matériau  $\mu_0 M$  :

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (1.14)$$

Où  $H = \frac{B}{\mu_0} - M$  est l'intensité du champ magnétique.

Pour de nombreuses substances magnétiques,  $M$  est reliée à  $H$  par l'égalité suivante :

$$M = \chi H \quad (1.15)$$

Où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique de la substance. Cette susceptibilité n'est pas nécessairement constante. Elle peut varier en fonction du champ appliqué et présente un comportement à haute température (dans la région de la température critique  $T_c$ ). Ainsi, dans les matériaux anisotropes la susceptibilité a la forme d'un tenseur  $M = [\chi] H$  :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Dans ce cas, le champ  $H$  et le vecteur aimantation  $M$ , ont différentes directions. En substituant l'équation (1.15) dans (1.14) on peut écrire :

$$B = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu_0 \mu_r H \quad (1.17)$$

On caractérise une substance par sa *perméabilité magnétique relative* par rapport au vide,  $\mu_r$ , laquelle est déterminée par la relation :

$$\mu_r = 1 + \chi \quad (1.18)$$

### Matériaux ferromagnétiques

Le ferromagnétisme est le type de magnétisme résultant de l'alignement de moments magnétiques permanents, ces moments étant orientés parallèlement les uns aux autres par une interaction mutuelle (d'échange) appelée "*couplage ferromagnétique*" (Figure (1.2)). Les matériaux ferromagnétiques présentent donc également une aimantation spontanée importante indispensable dans les applications en génie électrique. Ils ont aussi une température de *Curie*  $T_c$ , au dessus de laquelle ils deviennent paramagnétiques, leur susceptibilité suivant alors la loi de *Curie-Weiss* [1].

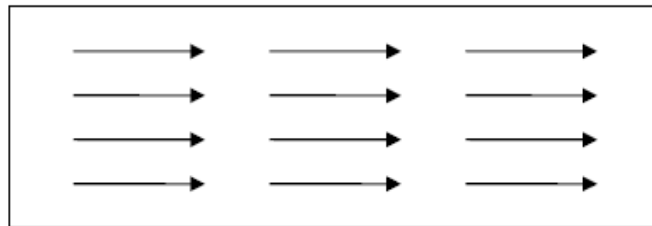


Figure (1.2) : Représentation schématique de l'alignement des moments magnétiques dans un matériau ferromagnétique.

La perméabilité des matériaux ferromagnétiques varie de façon importante avec l'induction et dépend du passé magnétique de l'échantillon étudié, avec des valeurs différentes selon que le champ est obtenu par valeurs croissantes ou décroissantes "*phénomène d'hystérésis*". En particulier une substance ferromagnétique vierge soumise à l'influence d'un champ magnétique conserve une aimantation plus ou moins importante après disparition du champ extérieur "*phénomène de rémanence*" et un champ inverse et nécessaire pour

la faire disparaître “*phénomène de coercivité*”.

Le Fer (*Fe*), le Cobalt (*Co*), le Nickel (*Ni*) et un certain nombre de leurs alliages sont ferromagnétiques. Quelques terres rares et certains alliages de Manganèse avec l’Aluminium et le Cuivre le sont aussi.

### **Domaines magnétiques**

Le phénomène d’orientation des moments magnétiques à l’intérieur des matériaux ferromagnétiques se produit de manière localisée. L’expérience montre que tous les matériaux magnétiques de volume suffisant se divisent spontanément en régions plus petites qu’on appelle “*domaines magnétiques*” ou “*domaines de Weiss*” (ils peuvent mesurer jusqu’à 1mm). A l’intérieur d’un domaine tous les moments magnétiques atomiques sont maintenus parallèles par les forces d’échange, de telle sorte que chaque domaine se présente comme un petit volume aimanté à saturation ( $J_s$ ) avec une orientation différente de celles de ces voisins de telle sorte que la polarisation globale de l’échantillon peut forte et bien être nulle. Historiquement, cette idée d’une structure en domaine a été introduite pour la première fois par *P. Weiss* en 1907 pour lever l’incompatibilité entre l’existence d’un arrangement ordonné des moments atomiques et la possibilité d’un état désaimanté. Les interfaces entre les domaines sont appelées “*parois de Bloch*” (1932) à travers lesquelles l’orientation des moments magnétiques passe progressivement d’un domaine à l’autre (Figure (1.3)) [2].



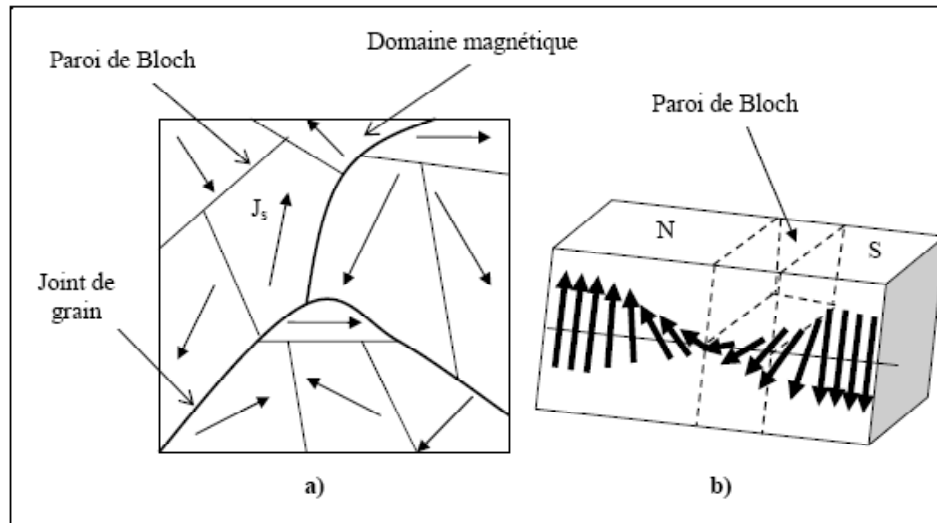


Figure (1.3) : a) Domaines magnétiques, b) Changement d'orientation des moments magnétiques à travers une paroi de Bloch.

### Processus d'aimantation et cycle d'hystérésis

Dans les paragraphes précédents, nous avons vu la structure en domaines des matériaux ferromagnétiques. Cette structure se manifeste à une échelle qu'on appelle échelle mésoscopique (entre l'échelle atomique et le domaine visible). Dans ce présent paragraphe nous abordons comment une telle structure rend compte, à notre échelle (macroscopique), des lois d'aimantation observées. Pour ce faire, considérons un monocristal ferromagnétique dont l'orientation des domaines est globalement nulle en l'absence de champ magnétique extérieur  $H$ . (Figure (1.4)).

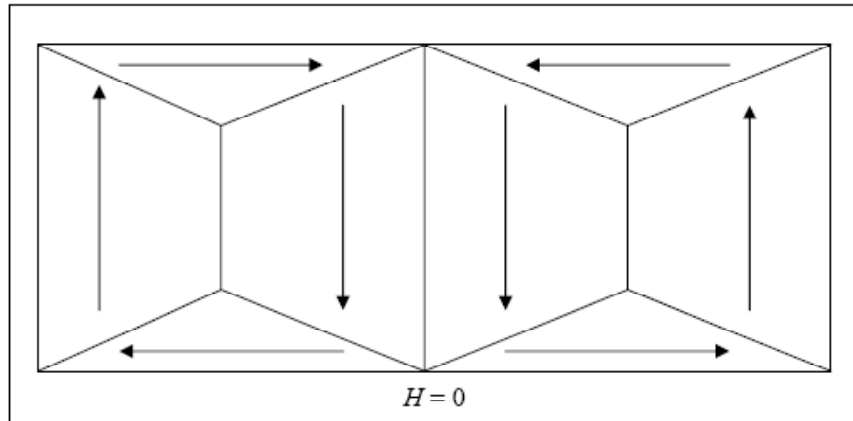


Figure (1.4) : En l'absence de champ magnétique extérieur, la résultante de l'orientation des domaines magnétiques d'un monocristal ferromagnétique est nulle.

### **Courbe de première aimantation :**

Lorsqu'on applique un champ magnétique extérieur à ce matériau, les domaines magnétiques dont l'orientation est voisine de celle de  $H$  croissent aux dépens de ceux dont l'orientation est opposée à celle de  $H$ . Les parois de *Bloch* se déplacent donc dans le matériau. A la limite, lorsque le champ magnétique extérieur atteint une valeur critique  $H_s$ , le monocristal n'est plus constitué que d'un seul domaine ferromagnétique, dont l'orientation est la même que celle de  $H$ ; l'induction atteint alors une valeur maximale,  $B_s$  appelée *induction à saturation*. Ce phénomène est représenté par la courbe OA de la Figure (1.5) [2], courbe appelée *courbe de première aimantation* ou *courbe de magnétisation*.

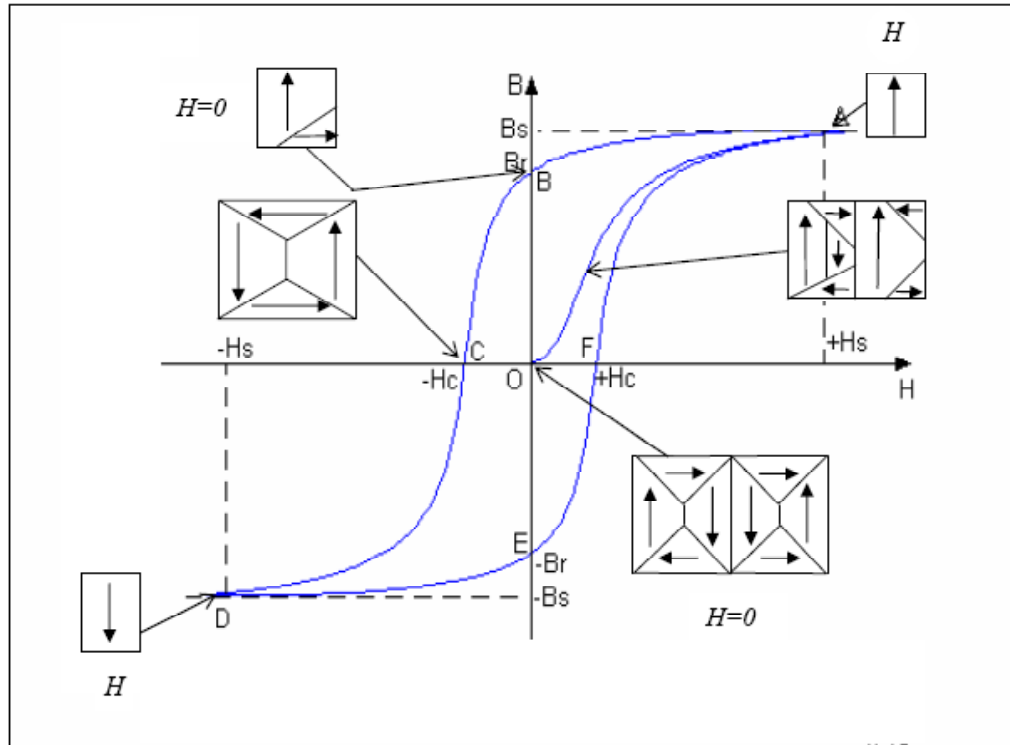


Figure (1.5) : Courbe de première aimantation (OA) d'un matériau ferromagnétique, et cycle d'hystérésis (ABCDEFA) de ce matériau, lorsque le champ extérieur varie alternativement de  $+H_s$  à  $-H_s$ .

### Cycle d'hystérésis :

Lorsque l'intensité du champ  $H$  diminue pour atteindre une valeur nulle, les domaines magnétiques ont tendance à réapparaître (courbe AB, Figure (1.5)); toutefois, puisque le déplacement des parois de Bloch n'est pas instantané à cause de l'anisotropie magnétique, une induction non nulle  $B_r$ , se manifeste dans le matériau (point B, Figure (1.5)). Cette valeur  $B_r$  est appelée *induction rémanente*. Il faut en fait appliquer un champ magnétique de sens opposé à celui du champ de première aimantation pour que l'induction soit nulle (courbe BC, Figure (1.5)). La valeur  $H_c$  du champ qui engendre cette induction nulle correspond au *champ coercitif* (point C, Figure (1.5)). Lorsque l'intensité du champ  $H$

croit, l'induction atteint de nouveau la valeur maximale  $B_s$  (courbe CD, Figure (1.5)). Enfin lorsqu'on change le sens du champ et qu'on fait varier son intensité; on obtient la courbe DEFA (Figure (1.5)). La courbe d'aimantation ainsi obtenue est une *boucle d'hystérésis* ou *cycle d'hystérésis* (ABCDEFA), dont les paramètres caractéristiques sont les grandeurs  $B_s$ ,  $B_r$  et  $H_c$ .

## 1.2.2 Les équations de Maxwell

Les équations de Maxwell représentent les bases de l'électromagnétisme, c'est à dire que ces équations permettent de décrire les évolutions spatio-temporelles du champ électrique et du champ magnétique.

Dans le cas d'un diélectrique parfait, elles s'écrivent de la manière suivante [3] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{D} = 0 \\ \text{div} \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad (1.19)$$

Où  $\vec{E}$  : est le champ électrique exprimé en  $\text{V.m}^{-1}$ .

$\vec{B}$  : est le champ magnétique exprimé en Tesla ( $T$ ).

$\vec{D}$  : l'induction électrique (déplacement électrique) exprimé en  $\text{C.m}^{-2}$ .

$\varepsilon$  : la permittivité diélectrique absolue du milieu exprimée en  $\text{F.m}^{-1}$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_r$  est la permittivité relative du milieu, dans le vide,  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ .

Le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  est communément appelé densité de courant de déplacement.

$t$  : temps exprimé en secondes ( $s$ ).

$\mu$  : la perméabilité magnétique absolue du milieu exprimée en  $\text{H.m}^{-1}$ ,  $\mu = \mu_0 \mu_r$ ,  $\mu_r$  est la perméabilité magnétique relative.

$\mu_r = 1$  pour un milieu "*non magnétique*", dans le vide  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ .

Développons les deux premières équations de Maxwell afin d'obtenir les relations entre les composantes des champs.

Première équation de Maxwell :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Pour un champ électromagnétique périodique dans le temps, on peut considérer  $\frac{\partial}{\partial t} = i\omega$ .

$$\overrightarrow{\nabla} \wedge \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu H_y \quad (1.21)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu H_z \quad (1.22)$$

La deuxième équation donne (on pose  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$ ) :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Pour un champ électromagnétique périodique dans le temps, on peut considérer  $\frac{\partial}{\partial t} = i\omega$ .

$$\overrightarrow{\nabla} \wedge \vec{H} = i\omega\varepsilon\vec{E}$$

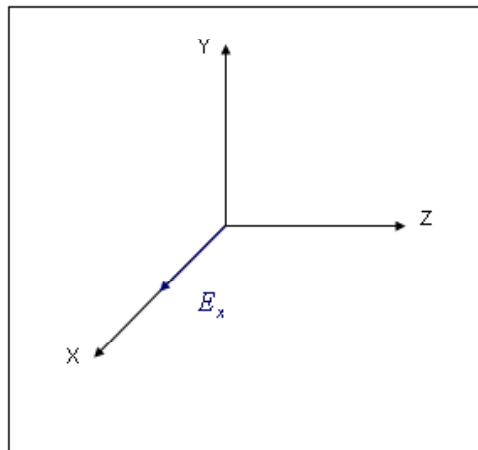
$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_x \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\varepsilon E_y \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\varepsilon E_z \quad (1.25)$$

En examinant ces équations, on remarque qu'il existe deux types de solutions sont possibles pour cet ensemble d'équations : des ondes avec un champ électrique transverse "*ondes TE*" et des ondes avec un champ magnétique transverse "*ondes TM*". Puisque aucune variation d'indice ne survient en  $x$ , alors toutes les dérivées partielles par rapport à  $x$  seront nulles. Les équations (1.20) à (1.25) deviennent alors séparables en 2 groupes de 3 équations [4].

### Modes Transverse Electric (TE)



Mode TE.

Le champ électrique des ondes TE ne possède qu'une composante non nulle, il s'agit de

$E_x$ . Le champ magnétique aura alors deux composantes non nulles, soit  $H_y$  et  $H_z$  [5].

Les équations (1.21), (1.22) et (1.23) s'écrivent alors :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu H_y \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu H_z \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_x \quad (1.28)$$

Ce qui implique que l'équation (1.26) et (1.27) devient :

$$H_y = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z} \quad (1.29)$$

$$H_z = -\frac{\beta}{\omega\mu} E_x \quad (1.30)$$

On remplace l'équation (1.29) et (1.30) dans (1.28) on aura :

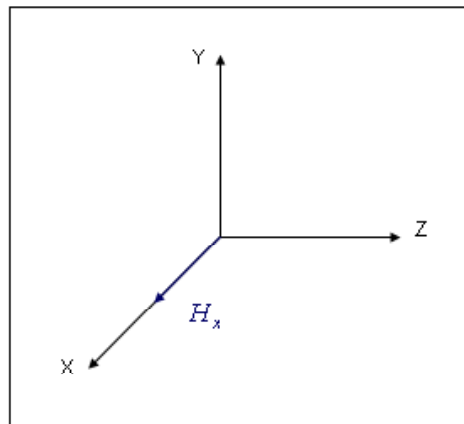
$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + (\omega^2\varepsilon\mu - \beta^2) E_x = 0$$

Posons :  $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu - \beta^2$ .

On écrira la solution générale sous la forme :

$$E_x = A_1 \exp(ikz) + A_2 \exp(-ikz)$$

## Modes Transverse Magnétique (TM)



Mode TM.

Le champ magnétique des ondes TM ne possède qu'une composante non nulle, il s'agit de  $H_x$ . Le champ électrique aura alors deux composantes non nulles, soit  $E_y$  et  $E_z$  [5].

Les équations (1.20), (1.24) et (1.25) s'écrivent alors :

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_y \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} = -i\omega\varepsilon E_z \quad (1.33)$$

Ce qui implique que l'équation (1.32) et (1.33) devient :

$$E_y = \frac{1}{i\omega\varepsilon} \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (1.34)$$

$$E_z = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} H_x \quad (1.35)$$



On remplace l'équation (1.34) et (1.35) dans (1.31) on aura :

$$\frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} + (\omega^2 \varepsilon \mu - \beta^2) H_x = 0$$

Posons :  $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu - \beta^2$ .

On écrira la solution générale sous la forme :

$$H_x = A_1' \exp(ikz) + A_2' \exp(-ikz)$$

### 1.2.3 Matériaux diélectriques

#### Définition d'un diélectrique

Un matériau est diélectrique s'il ne contient pas de charges électriques susceptibles de se déplacer de façon macroscopique. Autrement dit, c'est un milieu qui ne peut pas conduire le courant électrique. A ce titre, on l'appelle parfois isolant électrique. On compte parmi ces milieux le verre et de nombreux plastiques. Par exemple, les câbles électriques sont souvent protégés d'un revêtement en plastique pour éviter que le courant électrique puisse en sortir.

Malgré l'impossibilité des milieux diélectriques de conduire le courant, ils présentent de nombreuses caractéristiques électriques. En effet les atomes qui constituent le matériau peuvent présenter des dipôles électrostatiques qui sont susceptibles d'interagir avec un champ électrique. Cette interaction se traduit par la création d'une polarisation reliée à ce champ électrique, au niveau microscopique, par une polarisabilité, et au niveau macroscopique, par la susceptibilité électrique [6].

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \tag{1.36}$$

$\varepsilon_0$  : la permittivité diélectrique du vide.

$\chi$  : la susceptibilité électrique du matériau.

### Définition de la constante diélectrique

La constante diélectrique, également nommée permittivité du vide, est une constante physique. Elle est notée par  $\varepsilon_0$ .

La constante électrique est définie par :

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{1}{36\pi 10^9} \quad (1.37)$$

Où :

$\mu_0$  : est la constante magnétique.

$c$  : est la vitesse de la lumière dans le vide.

Dans le système du SI, sa valeur est égale à :

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F/m \quad (1.38)$$

### Interprétation physique

La permittivité d'un *matériau* est définie comme le rapport entre la norme du *champ de déplacement* électrique et celle du *champ électrique* appliqué au matériau. Pour des champs suffisamment grands, ce rapport n'est pas constant et tend vers  $\varepsilon_0$ .

$\varepsilon_0$  peut être vue comme la permittivité intrinsèque du vide.

Pour un matériau donné de permittivité  $\varepsilon$ , il est possible de définir la permittivité relative, normalisée par rapport à celle du vide :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad (1.39)$$

Cette valeur ne possède pas d'unité et est toujours supérieure à 1.

### Permittivité relative de quelques isolants

Tableau de la permittivité relative de quelques isolants :

Matériaux	Permittivité relative $\epsilon_r$
Vide	1 (par définition)
Air	1,0005
Papier	2
Polyester	3,3
Téflon	2,1
PVC	5
Verre	5
Bakélite	6
Chlorure de sodium	6,12
Titanate de baryum	à peu près 1500

## 1.3 Problématique

Notre problème se compose en deux parties :

Dans la première partie on s'intéresse à l'étude des propriétés dispersives de la propagation d'une onde TEM dans une structure multicouche périodique avec deux couches diélectriques de même nature, le matériau utilisé dans ce cas BIP (les matériaux à Bande Interdite Photonique).

Notre but est de calculer la relation de dispersion et les paramètres effectifs du milieu périodique : l'indice de réfraction, l'impédance d'onde, la permittivité électrique et la perméabilité magnétique en utilisant la méthode de la matrice de transfert.

Dans la deuxième partie nous avons étudié les propriétés dispersives de la propagation des

ondes électromagnétiques dans une structure multicouche périodique avec deux couches de nature différentes une couche ferromagnétique et une couche diélectrique sous l'effet d'un champ magnétique extérieur.

Le but est de calculer la relation de dispersion en utilisant la méthode de la matrice de transfert et le coefficient de réflexion pour une multicouche semi-infinie en utilisant la propagation de l'onde plane.

### 1.3.1 Position du problème

On considère une structure multicouche finie, avec deux types de matériaux par période ( $s = 2$ ), voir la Figure (1.6). Chaque période se compose d'une couche de largeur  $d_1$  et indice de réfraction  $n_0$  et une couche de largeur  $d_2$  et indice de réfraction  $n_1$ . De cette façon, chaque période sera symétrique. Le nombre total de couches est  $l = N(2s - 1)$ , avec  $N$  le nombre de périodes dans la structure.

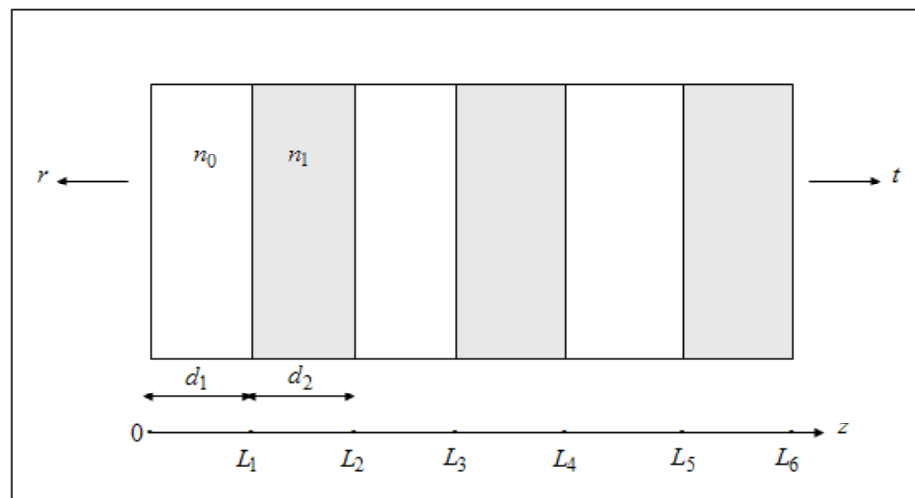


Figure (1.6) : Une structure multicouche périodique.

On définit les paramètres de la structure par :

$$n_i = \begin{cases} n_0 & \text{pour } i = 1, 3, 5, \dots, l-1 \\ n_1 & \text{pour } i = 2, 4, 6, \dots, l \end{cases} \quad (1.40)$$

$$d_i = \begin{cases} d_1 & \text{pour } i = 1, 3, 5, \dots, l-1 \\ d_2 & \text{pour } i = 2, 4, 6, \dots, l \end{cases} \quad (1.41)$$

$$L_i = \begin{cases} 0 & \text{pour } i = 0 \\ \sum_{n=1}^i d_n & \text{pour } i = 1, 2, 3, \dots, l \end{cases} \quad (1.42)$$

On a divisé notre travail en deux parties :

- La première partie concerne la propagation de l'onde TEM dans deux couches diélectriques de même type.
- La deuxième partie concernant les propriétés dispersives de la propagation des ondes électromagnétiques sous l'effet d'un champ magnétique extérieur pour les milieux périodiques de nature différente, une alternance de couches ferromagnétique et diélectrique. Notant que pour le calcul du coefficient de réflexion et transmission, on a utilisé la propagation de l'onde plane qui entre avec une amplitude  $A$  est partiellement réfléchi et partiellement transmise sur chaque interface dans la structure. L'amplitude de l'onde réfléchi se propageant vers la gauche est dénotée par  $r$  et l'onde transmise se propageant vers la droite est dénotée par  $t$ . Le coefficient de transmission de l'onde entrante par cette structure est mesuré pour différentes fréquences. Pour chaque fréquence il est possible de mesurer l'amplitude de l'onde transmise.

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu l'importance technologique des matériaux magnétiques, qui mobilisent les chercheurs depuis des siècles. Nous avons présenté les notions de bases du point de vue des sciences des matériaux qui nous ont permis de comprendre comment

le magnétisme s'insère dans l'ensemble plus vaste de la physique moderne des solides.

## **Deuxième Chapitre**

### **Résolution du Problème et Discussion**

# Chapitre 2

## Résolution du Problème et Discussion

### 2.1 Introduction

Nous débuterons ce chapitre par un historique retraçant l'origine des cristaux photoniques. Après avoir défini les éléments permettant de caractériser ces cristaux, nous pourrions inventorier les matériaux à bande interdite photonique.

Nous aborderons ensuite la question dans quelle mesure la structure périodique agit comme un milieu homogène effectif pour l'onde optique. C'est important du point de vue expérimental quand les paramètres matériels des différentes couches doivent être extraits à partir des mesures conventionnelles de réflexion et de transmission. Nous analyserons une structure simple de couche. Ceci permet une demande de règlement unidimensionnelle qui donne la solution sous forme analytique.

Nous continuerons par étudier la propagation de l'onde TEM à la frontière entre deux couches puis pour une période de la structure et enfin nous aurons généralisé pour  $N$  périodes en utilisant la matrice de transfert.

Nous terminerons par une présentation des méthodes numériques utilisées pour effectuer ce travail.



## 2.2 Les matériaux à Bande Interdite Photonique

### 2.2.1 Historique des matériaux BIP

La naissance des structures photoniques provient de l'optique. C'est en 1915 que le physicien anglais Sir William Lawrence Bragg reçut le prix Nobel de physique en récompense de son travail effectué sur la diffraction des rayons X par les cristaux [10].

Bragg a développé *le miroir de Bragg*. Ce miroir est une succession de surfaces planes transparentes d'indices de réfraction différents. Il permet de réfléchir, grâce à des phénomènes d'interférences constructives, 99,5% de l'énergie incidente.

Ce n'est qu'en 1987 qu'Eli Yablonovitch de l'université de Los Angeles proposa d'étendre le concept des miroirs de Bragg aux fréquences micro-ondes et ce pour des incidences quelconques.

En 1991, Eli Yablonovitch réalisa le premier cristal photonique artificiel fonctionnant aux longueurs d'onde centimétriques. Ce cristal artificiel, réalisé dans un bloc de plexiglas usiné dans trois directions différentes de façon à reproduire la structure du diamant, est appelé *Yablonovite*.

### 2.2.2 Définition

Les matériaux à **B**ande **I**nterdite **P**hotonique, plus simplement appelés **BIP** (en anglais, **P**hotonic **B**and **G**ap, **PBG**) sont composés d'un assemblage périodique de deux ou plusieurs matériaux diélectriques ou métalliques. Ils présentent des bandes de fréquence pour lesquelles la propagation des ondes électromagnétiques est *interdite* [11].

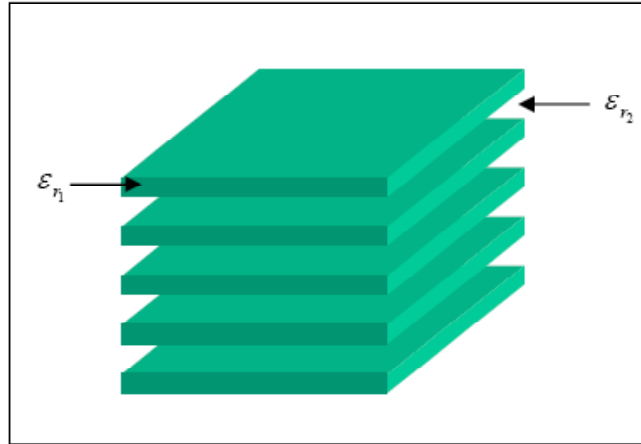


Figure (2.1) : Structure périodique unidimensionnelle.

Cette structure est le dispositif périodique le plus simple. Il est connu sous le nom de “*Miroir de Bragg*”. Il consiste en une alternance de couches planes de diélectrique.

### 2.2.3 Propagation d’une onde TEM

Considérons une onde TEM se propageant dans une direction transversale aux couches, appelées la direction  $z$ . Pour établir l’équation de propagation du champ électrique  $\vec{E}$ , nous pouvons écrire successivement [9] :

$$\overrightarrow{Rot}\overrightarrow{Rot}\vec{E} = -\mu\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{Rot}\vec{H}) \quad (2.1)$$

$$\overrightarrow{grad}div\vec{E} - \Delta\vec{E} = -\epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.2)$$

D’où :

$$\Delta\vec{E} - \epsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3)$$

Dans ce cas particulier, nous pouvons remplacer les dérivées par rapport au temps par le facteur  $i\omega$ .

$$\frac{d^2 \vec{E}}{dz^2} + \omega^2 \varepsilon \mu \vec{E} = 0 \quad (2.4)$$

Ainsi, la solution de l'équation (2.4) est donnée par :

$$E(z) = A^+ e^{ikz} + A^- e^{-ikz} \quad (2.5)$$

Où  $A^+$  et  $A^-$  sont des constantes. Nous avons introduit le nombre d'onde " $k$ " défini comme :

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{\omega}{c} n \quad (2.6)$$

Où  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$  est la vitesse de la lumière dans le vide et  $n$  est l'indice de réfraction complexe.

Le champ magnétique  $H(z)$  lié au champ électrique  $E(z)$  dans l'équation (2.5) :

$$H(z) = \frac{1}{\eta} (A^+ e^{ikz} - A^- e^{-ikz}) \quad (2.7)$$

Où l'impédance d'onde est donnée par :

$$\eta = \frac{\omega \mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.8)$$

La Figure (2.2) montre la variation du nombre d'onde en fonction de la fréquence. Pour le mode fondamental ou TEM : L'onde se propage parallèlement à l'axe de la structure périodique à toutes les fréquences. La constante de propagation  $k = \frac{\omega}{c}n$  est égale à celle de l'onde plane dans l'air. Ce mode peut se propager à toutes les fréquences jusqu'à la fréquence nulle.

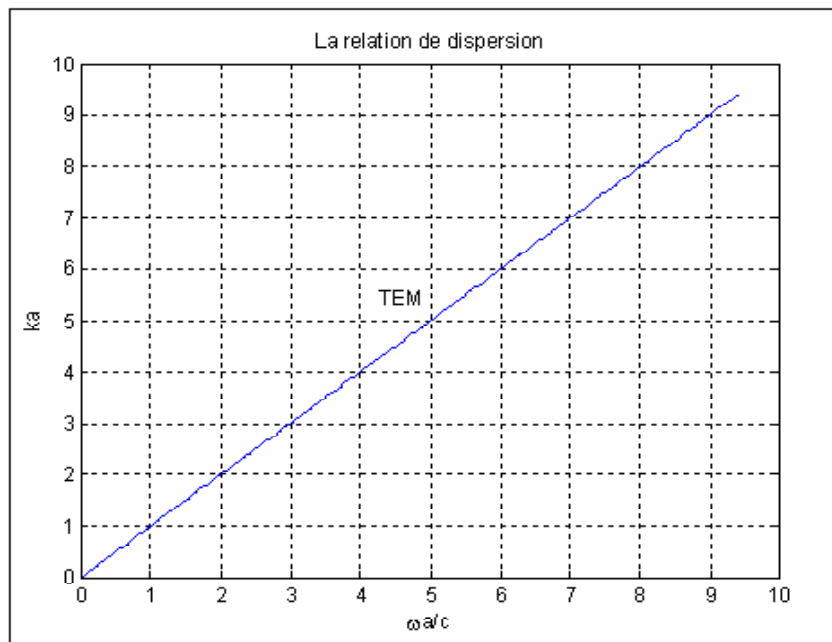


Figure (2.2) : La relation de dispersion.

## 2.2.4 La méthode de la matrice de transfert

Nous déterminons la matrice de transfert pour chaque période dans la structure avec un nombre arbitraire de couches. Nous étudions une structure photonique finie à une dimension constituée de plaque de diélectrique (le diélectrique utilisé dans ce cas c'est le verre) ( $\varepsilon_1 = 5$ ) d'épaisseur  $a_1$  espacées par des gaps d'air ( $\varepsilon_0 = 1$ ) d'épaisseur  $a_0$ . La propagation des ondes alors se fait dans cette région.

### À la frontière entre deux couches :

Les composants tangentiels des champs doivent être continus. Ceci mène à une relation matricielle entre l'amplitude d'onde de différents côtés :

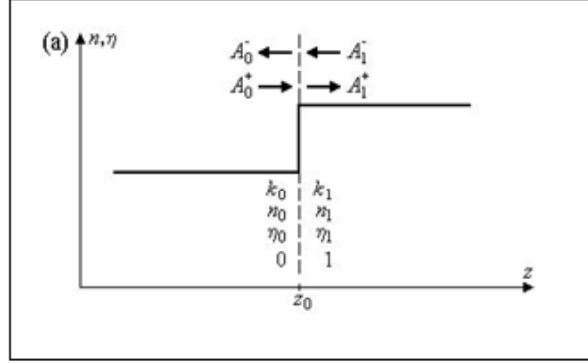


Figure (2.3) : (a) Structure multicouche, frontière simple.

$$A_0 = P_0(z_0) R_{01} P_1^{-1}(z_0) A_1 \quad (2.9)$$

Dans ce cas précis  $\nu (= 0, 1)$ .  $A_\nu$  est une matrice colonne composée des amplitudes d'onde, c'est à dire :

$$A_\nu = \begin{bmatrix} A_\nu^- \\ A_\nu^+ \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$P_\nu$  est une matrice de propagation diagonale :

$$P_\nu(z) = \begin{bmatrix} e^{ik_\nu z} & 0 \\ 0 & e^{-ik_\nu z} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Et  $R_{\nu\mu}$  est une matrice de réflexion  $2 \times 2$  donnée par :

$$R_{\nu\mu} = \frac{1}{1 + r_{\nu\mu}} \begin{bmatrix} 1 & r_{\nu\mu} \\ r_{\nu\mu} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Avec :

$$r_{\nu\mu} = \frac{(1 - \eta_\nu/\eta_\mu)}{(1 + \eta_\nu/\eta_\mu)} \quad (2.13)$$

$P_0 R_{01} P_1^{-1}$  dans l'équation (2.9) s'appelle la matrice de transfert. La structure entière de couche peut être traitée maintenant par une technique directe de multiplication de matrice.

### Une seule période de la structure :

Les épaisseurs de couche sont  $a_0 = a'_0 + a''_0$  et  $a_1$ , et la période étant  $a = a_0 + a_1$ . Pour une seule période, la relation de matrice de transfert :

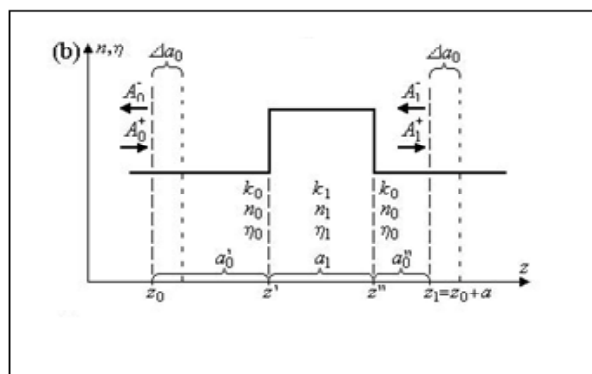


Figure (2.4) : (b) Structure multicouche, une seule période.

$$A_0 = P_0(z_0) \times M \times P_0^{-1}(z_1) A_1 \quad (2.14)$$

Avec :

$$M = P_0 (z' - z_0) R_{01} P_1 (z'' - z') R_{10} P_0 (z_1 - z'') \quad (2.15)$$

Notez que  $R_{10} = R_{01}^{-1}$ . Nous définissons  $z' - z_0 = \frac{a_0}{2} + \Delta a_0$  et  $z_1 - z'' = \frac{a_0}{2} - \Delta a_0$ , la matrice  $M$  s'écrit ensuite :

$$M = P_0 (\Delta a_0) \times M_S \times P_0^{-1} (\Delta a_0) \quad (2.16)$$

Où  $M_S$  est la matrice de transfert de la cellule d'unité symétrique.

$$M_S = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & c \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Avec :

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{(1 - r_{01}^2)} e^{ik_0 a_0} (e^{ik_1 a_1} - r_{01}^2 e^{-ik_1 a_1}) \\ b &= \frac{r_{01}}{(1 - r_{01}^2)} (e^{-ik_1 a_1} - e^{ik_1 a_1}) \\ c &= \frac{1}{(1 - r_{01}^2)} e^{-ik_0 a_0} (e^{-ik_1 a_1} - r_{01}^2 e^{ik_1 a_1}) \end{aligned} \quad (2.18)$$

### **N périodes de la structure :**

La matrice de transfert totale de la structure pendant  $N$  périodes est  $M^N$  :

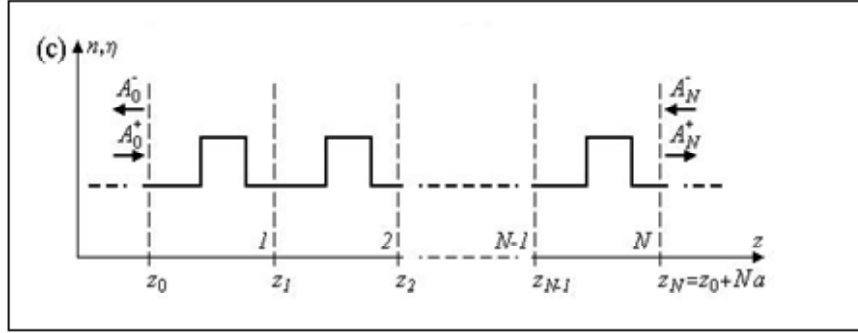


Figure (2.5) : (c) Structure multicouche, N périodes.

$$M^N = P_0(\Delta a_0) \times M_S^N \times P_0^{-1}(\Delta a_0) \quad (2.19)$$

La matrice  $M^N$  est calculée par diagonaliser  $M_S$  en employant la transformation :

$$X^{-1}M_S X = \Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

En utilisant :

$$M_S^N = X \Lambda^N X^{-1} \quad (2.21)$$

Avec les équations (2.17) et (2.18), les valeurs propres de  $\lambda_{1,2}$  sont :

$$\lambda_{1,2} = e^{\pm i\theta} \quad (2.22)$$



Où  $\theta$  est donné par :

$$\cos \theta = \frac{1}{(1 - r_{01}^2)} \left[ \cos(k_0 a_0 + k_1 a_1) - r_{01}^2 \cos(k_0 a_0 - k_1 a_1) \right] \quad (2.23)$$

L'équation (2.23) est la relation de dispersion de *Kronig-Penney* [10], qui est familière de la théorie de bande d'énergie de l'électron. En faisant une simple représentation graphique, en posant  $y = \cos \theta$  et  $x = k_0 a_0$ , il est possible de montrer que la relation (2.23) admet des valeurs de cette fonction supérieures à  $+1$  et inférieures à  $-1$ . Or l'équation (2.23) n'admettra des solutions que la relation sera compris entre  $+1$  et  $-1$ . Ce comportement met en évidence la notion de bandes interdites et de bandes permises décrites par la Figure (2.6).

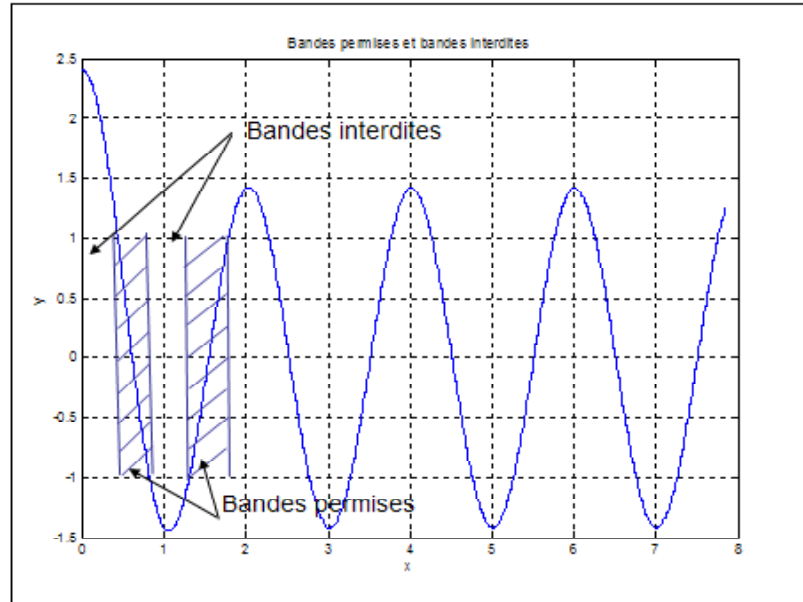


Figure (2.6) : Bandes permises et bandes interdites.

La matrice de transformation  $X$  s'écrit :

$$X = \frac{1}{1 + P} \begin{bmatrix} 1 & P \\ P & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Où :

$$P = \frac{(\lambda_1 - a)}{b} = \frac{b}{(\lambda_2 - 1)} \quad (2.25)$$

En remplaçant  $M$  avec  $M^N$  dans l'équation (2.14) et utilisant les équations (2.19) à (2.22), la relation de matrice de transfert pour  $N$  périodes est :

$$\begin{bmatrix} A_0^- \\ A_0^+ \end{bmatrix} = P_0(z_0) P_0(\Delta a_0) X \begin{bmatrix} e^{iN\theta} & 0 \\ 0 & e^{-iN\theta} \end{bmatrix} X^{-1} P_0^{-1}(\Delta a_0) P_0^{-1}(z_N) \begin{bmatrix} A_N^- \\ A_N^+ \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

### 2.2.5 Les paramètres effectifs

La propagation de l'onde dans la structure périodique de couche est décrite par  $\Lambda^N$  et le passage du milieu environnant ( $\nu = 0$ ) par la matrice  $X' = P_0(\Delta a_0) X$ . Le nombre d'onde  $k_{eff}$  dans le matériau périodique est défini par [9] :

$$k_{eff} N a = N(\theta + 2\pi m) \quad (2.27)$$

Où  $\theta$  est limité à la branche principale  $-\pi \leq \text{Re}(\theta) \leq \pi$  et  $m$  est un nombre entier lié aux diverses zones de Brillouin.

La Figure (2.7) montre une représentation du diagramme de dispersion d'un matériau périodique à une dimension. Ce diagramme représente le nombre d'onde effectif multiplié par le pas du réseau divisé par  $2\pi$ , en fonction de la fréquence  $\left(\frac{\omega a}{c}\right)$ . Nous pouvons observer les bandes interdites et les bandes autorisées. Le nombre d'onde est purement réel à l'intérieur des bandes.

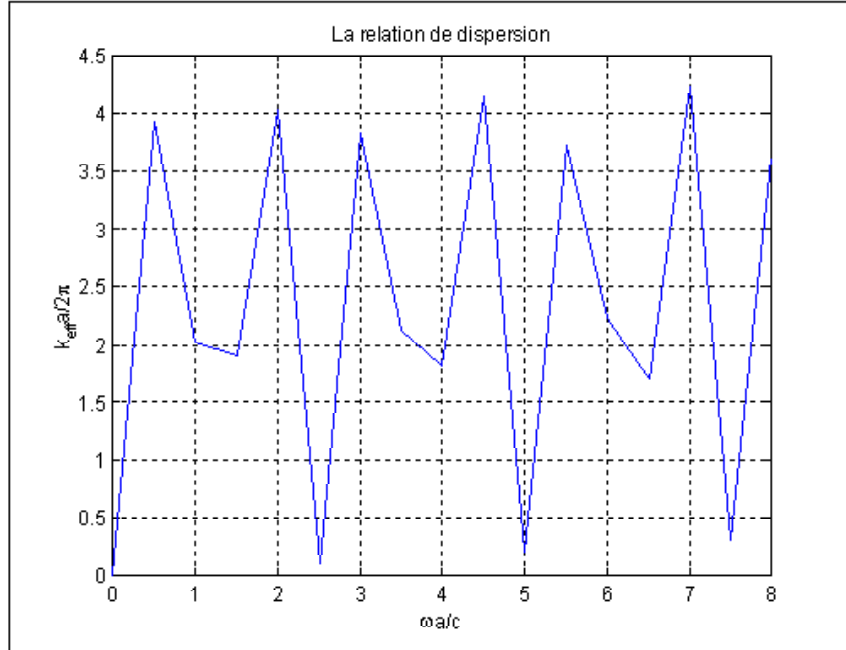


Figure (2.7) : Diagramme de dispersion.

Le milieu périodique est caractérisé par la relation de dispersion  $k_{eff} = \omega n_{eff}/c$  de façon analogue avec l'équation (2.6), nous trouvons l'indice de réfraction effective :

$$n_{eff} = \frac{c}{\omega a} (\theta + 2\pi m) \quad (2.28)$$

Dans le cas symétrique  $\Delta a_0 = 0$ , et le passage de l'onde du milieu homogène au périodique est décrit par la matrice  $X$ . Comme montré dans l'équation (2.24) il a exactement la même forme que la matrice simple de réflexion de frontière  $R_{\nu\mu}$  dans l'équation (2.12). Les coefficients de réflexion ordinaires  $r_{\nu\mu}$  devraient être maintenant remplacés par  $P$ .

D'après l'équation (2.13), nous définissons l'impédance d'onde effective  $\eta_{eff}$  de la structure de couche par :

$$\eta_{eff} = \frac{(1 + P)}{(1 - P)}\eta_0 \quad (2.29)$$

Les paramètres effectifs  $n_{eff}$  et  $\eta_{eff}$  peuvent être écrit sous la forme :

$$n_{eff} = \frac{c}{\omega a} \arcsin \left( \sqrt{\alpha^+ \alpha^-} \right) \quad (2.30)$$

$$\eta_{eff} = \frac{\alpha^+}{\sqrt{\alpha^+ \alpha^-}} \eta_0 \quad (2.31)$$

Où :

$$\alpha^\pm = \frac{[\sin(k_0 a_0 + k_1 a_1) - r_{01}^2 \sin(k_0 a_0 - k_1 a_1) \pm 2r_{01} \sin(k_1 a_1)]}{(1 - r_{01}^2)} \quad (2.32)$$

La courbe dans cette Figure a été calculée pour l'indice de réfraction donné par l'équation (2.28). L'indice de réfraction effective est purement réel à l'intérieur des bandes. À l'intérieur des bandes permises, l'onde se propage librement. La vitesse de groupe est plus grande dans la région de bande et approche zéro aux bords de la bande où  $dn_{eff}/d\omega$  va à l'infini. Ceci mène à une réflexion complète de l'onde aux bords de la bande.

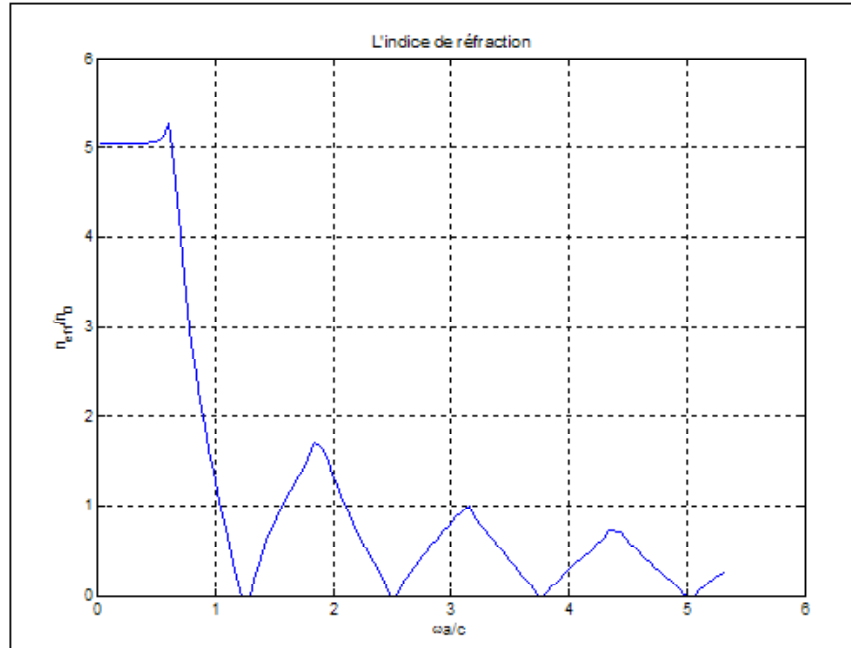


Figure (2.8) : L'indice de réfraction effective dans le cas de deux diélectriques parfaits de la même épaisseur avec  $n_0 = 1$  et  $n_1 = 4$ .

La Figure (2.9) montre l'évolution de l'impédance d'onde effective en fonction de la fréquence. L'impédance d'onde est 1 ou infinie aux bords de la bande donc il y a une réflexion complète de l'onde aux bords de la bande. Il devrait noter que l'impédance d'onde est uniquement définie par l'équation (2.29).

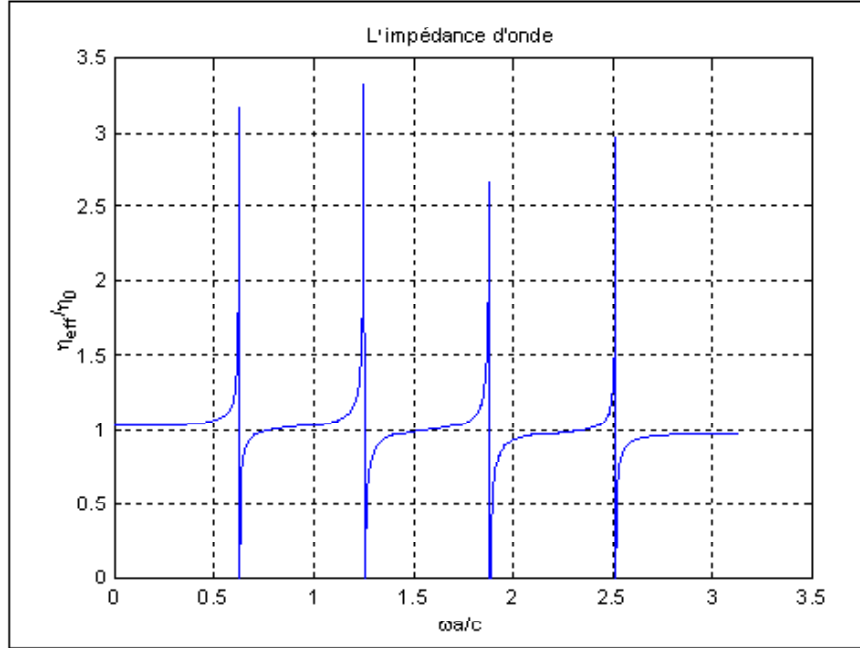


Figure (2.9) : L'impédance d'onde effective dans le cas de deux diélectriques parfaits de la même épaisseur avec  $n_0 = 1$  et  $n_1 = 4$ .

Les paramètres matériels effectifs  $\varepsilon_{eff}$  et  $\mu_{eff}$  peuvent maintenant être calculés à partir des équations [9] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eff} &= \frac{1}{c} n_{eff} / \eta_{eff} \\ \mu_{eff} &= \frac{1}{c} n_{eff} \eta_{eff} \end{aligned} \quad (2.33)$$

L'allure de la permittivité effective est décrite sur la Figure (2.10). La permittivité électrique effective  $\varepsilon_{eff}$  est zéro au bord inférieur de la bande, augmente par la bande, et approche l'infini au bord supérieur de la bande.

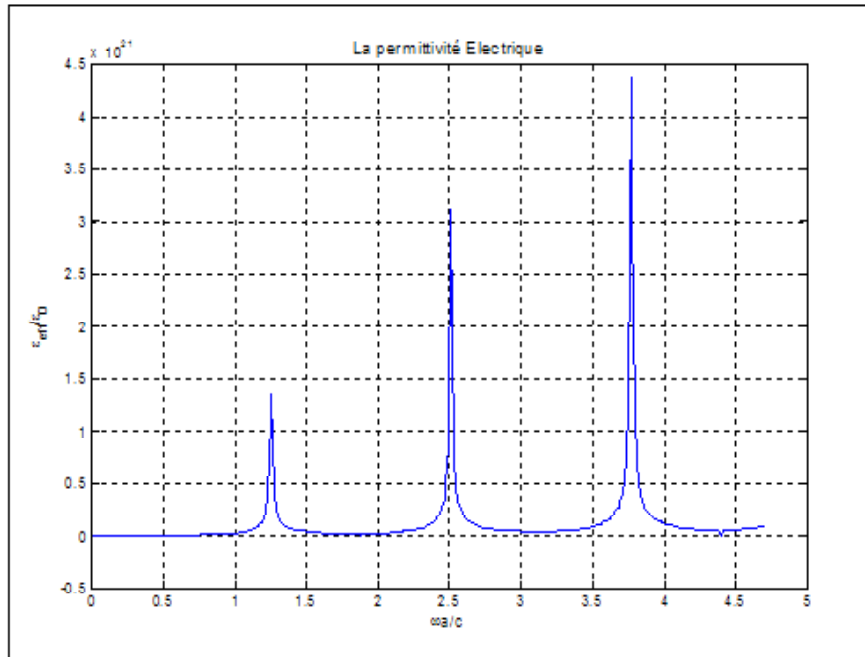


Figure (2.10) : La permittivité électrique effective dans le cas de deux diélectriques parfaits de la même épaisseur avec  $n_0 = 1$  et  $n_1 = 4$ .

La Figure suivante montre l'allure de la perméabilité magnétique effective en fonction de la fréquence. La perméabilité effective a un comportement opposé. Elle commence à partir de l'infini au bord inférieur de bande et diminue à zéro en passant par la bande. Ce comportement implique que près du bord inférieur de bande, le composant de champ électrique de l'onde est grand tandis qu'au bord supérieur de bande le champ magnétique est augmenté.

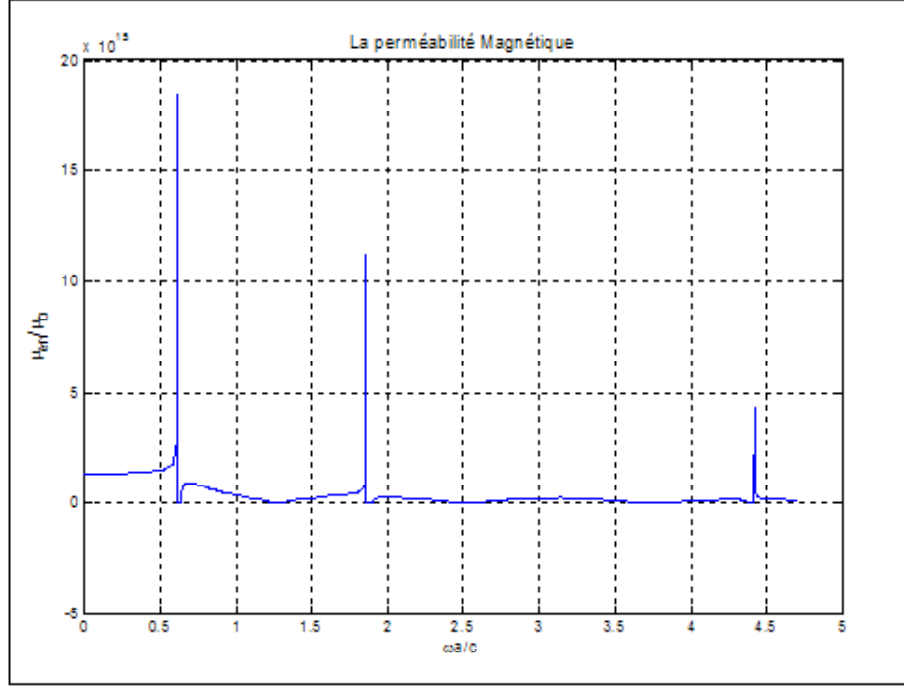


Figure (2.11) : La perméabilité magnétique effective dans le cas de deux diélectriques parfaits de la même épaisseur avec  $n_0 = 1$  et  $n_1 = 4$ .

Dans la limite de long longueur d'onde,  $k_0 a_0$  et  $k_1 a_1$  être petit, et  $\alpha^\pm$  peut être exprimé comme série entière en fréquence. Les expressions résultantes pour  $\varepsilon_{eff}$  et  $\mu_{eff}$  sont :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eff} &= \frac{1}{a} (\varepsilon_0 a_0 + \varepsilon_1 a_1) \left[ 1 + \left( \frac{\omega a}{c} \right)^2 \frac{(\eta_0^2 - \eta_1^2) n_0 n_1 a_0 a_1}{12 \eta_1 \eta_0} \frac{(\varepsilon_0 a_0 + 2\varepsilon_1 a_1)}{a^2 (\varepsilon_0 a_0 + \varepsilon_1 a_1)} \right] \\ \mu_{eff} &= \frac{1}{a} (\mu_0 a_0 + \mu_1 a_1) \left[ 1 - \left( \frac{\omega a}{c} \right)^2 \frac{(\eta_0^2 - \eta_1^2) n_0 n_1 a_0 a_1}{12 \eta_1 \eta_0} \frac{(\mu_0 a_0 + 2\mu_1 a_1)}{a^2 (\mu_0 a_0 + \mu_1 a_1)} \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$



Les Figures suivantes montrent l'allure de la permittivité électrique effective et la perméabilité magnétique effective dans la limite de la longue longueur d'onde. La première partie du côté droit de l'équation (2.34) sont les moyennes pesées familières, les corrections étant proportionnelles à  $\omega^2$ . Cette région est plus simple pour interpréter les résultats données par l'équation (2.33).

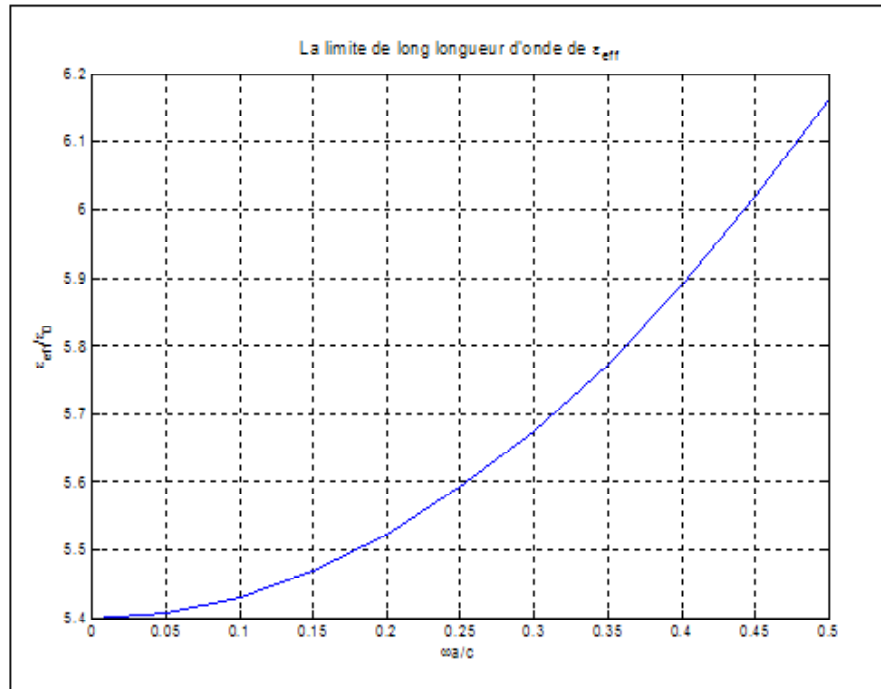


Figure (2.12) : La permittivité électrique effective dans la limite de la long longueur d'onde.

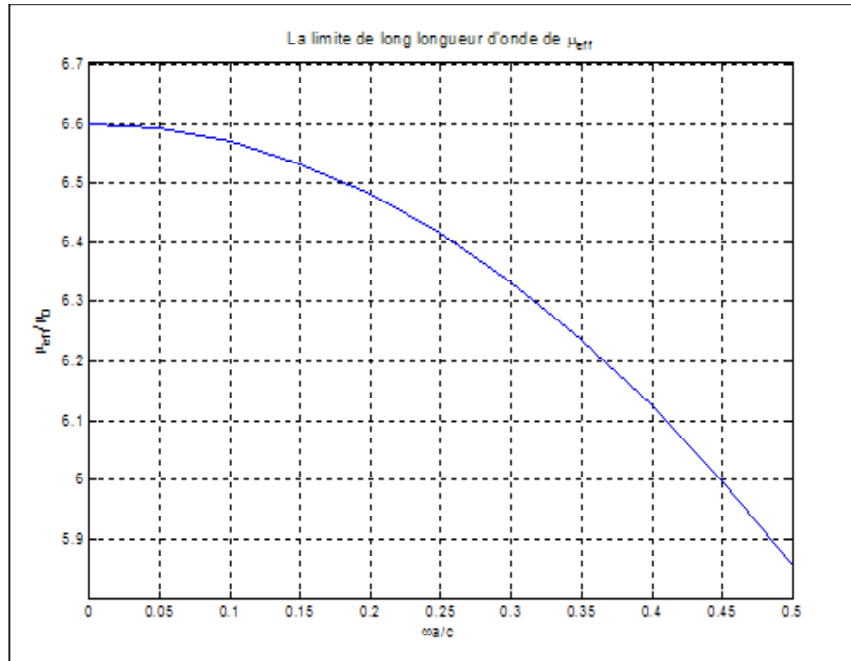


Figure (2.13) : La perméabilité magnétique effective dans la limite de la long longueur d'onde.

## 2.2.6 Les structures qui utilisent des gaps photoniques

Quelle que soit la structure photonique étudiée, les variations des champs dépendent des motifs choisis. On peut classer les structures qui utilisent les gaps photoniques en deux familles [12] :

- *Celles qui utilisent la périodicité des motifs:*

**Les antennes :** Le champ électromagnétique n'est plus piégé dans le plan de masse arrière, on obtient ainsi moins de lobes secondaires.

**Les filtres :** La défection dans le plan de masse d'une ligne permet d'éliminer les ondes de surface en introduisant une impédance de surface importante. Plus le nombre de motif est grand, plus la bande rejetée est profonde et large.

**Les structures cristallines artificielles :** Le but est d'empêcher la propagation de l'onde quel que soit l'angle d'incidence de l'onde excitatrice.

- *Celles qui utilisent la périodicité des motifs et des ruptures de périodicité :*

**Les filtres très sélectifs :** La rupture de la périodicité permet la transmission de l'onde dans la bande interdite à une fréquence précise, fonction de cette rupture.

**Les guides :** Un couloir est créé au milieu du réseau périodique, l'onde le suit comme dans le cas d'un guide.

**Les coupleurs :** En ajoutant à deux guides parallèles une jonction commune, associée avec des éléments actifs, on peut orienter l'onde dans les guides voulus.

## 2.3 Conclusion

Ce chapitre rappelle brièvement l'état de l'art des matériaux à bandes interdites photoniques périodiques. L'historique des BIP et leurs propriétés ont alors été présentées. Ces matériaux artificiels ont permis aux chercheurs de remplacer des systèmes très contraignants par des structures simples et faciles à réaliser. De plus, ils ont apporté des innovations dans plusieurs domaines de l'électromagnétisme.

Nous avons prouvé qu'une structure de couche symétrique peut être décrite par un milieu effectif avec des paramètres matériels bien définis. Cependant, les paramètres matériels montrent une dépendance très compliquée de fréquence, particulièrement quand la longueur d'onde est comparable à la période de la structure. Dans cette gamme de fréquence, l'extraction des paramètres matériels  $\varepsilon_{eff}$  et  $\mu_{eff}$  à partir des résultats optiques de réflexion et de transmission est très difficile. C'est pour cela qu'on a utilisé la limite de la longue longueur d'onde qui nous offre une région simple pour l'interprétation des mesures.

## **Troisième Chapitre**

### **Résolution du Problème et Discussion**

# Chapitre 3

## Résolution du Problème et Discussion

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on étudie les propriétés des ondes propres de la structure, composée de couches alternées d'un ferromagnétique et d'un diélectrique non-magnétique et située dans le champ magnétique de l'extérieur, et pour cela nous allons résoudre le problème en traitant les caractéristiques dispersives des milieux magnétique et diélectrique en prenant en compte les composantes non nulles de la perméabilité du milieu ferromagnétique supposé isotrope dépendent de la fréquence. Après avoir rappelé les équations de Maxwell pour le cas d'un diélectrique parfait nous avons traité les composantes des champs transverses électriques "TE" dans les différentes couches. Ensuite nous avons utilisé la matrice de transfert reliant les composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques au début et à la fin de chaque période, a fin de déterminer la relation de dispersion pour aboutir au domaine d'existence des ondes de volume et les ondes de surface.

Puis, nous cherchons le coefficient de réflexion pour une multicouche semi-infinie dans le cas de l'incidence normale.

## 3.2 Résolution du problème

### 3.2.1 Les multicouches

#### Définition :

Les multicouches sont des nanostructures artificielles fabriquées par des techniques de dépôt sous ultraviolet afin d'obtenir des propriétés nouvelles. Un milieu multicouche périodique résulte de l'assemblage d'un grand nombre de cellule motif. Chaque cellule comprend un nombre réduit de couche d'orientations différentes [13].

Les multicouches périodiques ferromagnétiques diélectriques sont composés d'une alternance de couches ferromagnétiques et de couches diélectriques non magnétiques (Figure (3.1)).

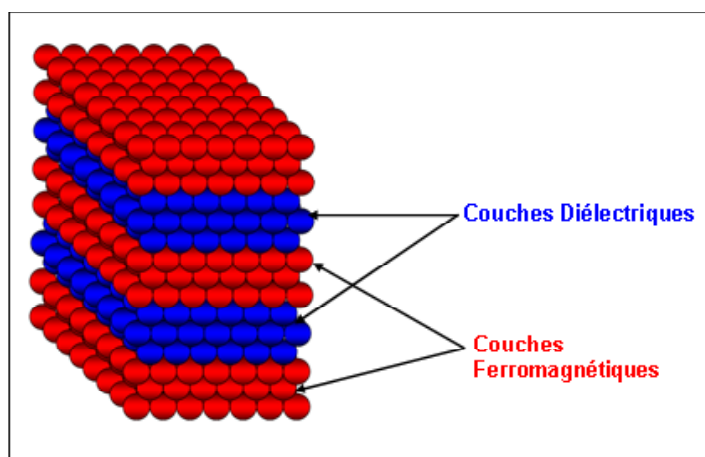


Figure (3.1) : Une multicouche périodique ferromagnétique diélectrique.

#### Notion de couche mince :

Au cours des deux dernières décennies, le développement des matériaux sous forme de films a contribué à une explosion des performances de l'électronique professionnelle et grand public en abaissant notamment le coût des composants par une production de masse. Ainsi, depuis l'invention du transistor en 1947, on a assisté à l'intégration de plusieurs milliers de composants (tels que les composants semi-conducteurs par exemple)

permettant de banaliser des appareils comme les calculatrices ou les micro-ordinateurs personnels, avec des capacités de calcul et de mémoire largement supérieures aux premiers ordinateurs.

Les films peuvent être élaborés à partir d'une gamme quasi-infinie de compositions si on considère les éléments de base et leurs alliages tels que les matériaux conducteurs [20], isolants, réfractaires (oxydes, nitrures, carbures) et les polymères entre autres. La structure des films déposés peut être mono ou multicouches avec des épaisseurs pouvant varier d'un plan atomique (quelques Angströms) à plusieurs centaines de micromètres. Leurs propriétés physiques (électriques, magnétiques, optiques, ...) dépendent de leur microstructure qui est étroitement liée aux paramètres de dépôt.

### 3.2.2 Le tenseur de perméabilité ferromagnétique

#### Le tenseur de Polder :

Dans cette section nous allons relier l'induction magnétique et l'intensité de magnétisation d'un milieu gyromagnétique au champ dans le milieu, on trouvera que la relation est de la forme tensorielle. Le cas des pertes nulles a été traité par Polder ainsi que le cas avec pertes.

L'équation de mouvement du vecteur magnétisation peut être dérivée en considérant un dipôle magnétique élémentaire ayant un moment dipolaire  $M$  placé dans un champ magnétique constant ( $H_0$ ). Dans les conditions d'équilibre, le vecteur du moment dipolaire  $M$  se situe dans la direction  $H_0$  (la direction de  $x$ ). Nous supposons maintenant que le dipôle magnétique est incliné par une petite force externe de sorte qu'il fait un angle  $\theta$  avec  $H_0$  tel qu'il est représenté sur la Figure (3.2). Puisque le seul champ agissant sur  $M$  est  $H_0$ , le couple exercé sur  $M$  peut également être écrit sous la forme [17] :

$$C = \frac{1}{\gamma} \frac{dM}{dt} \quad (3.1)$$

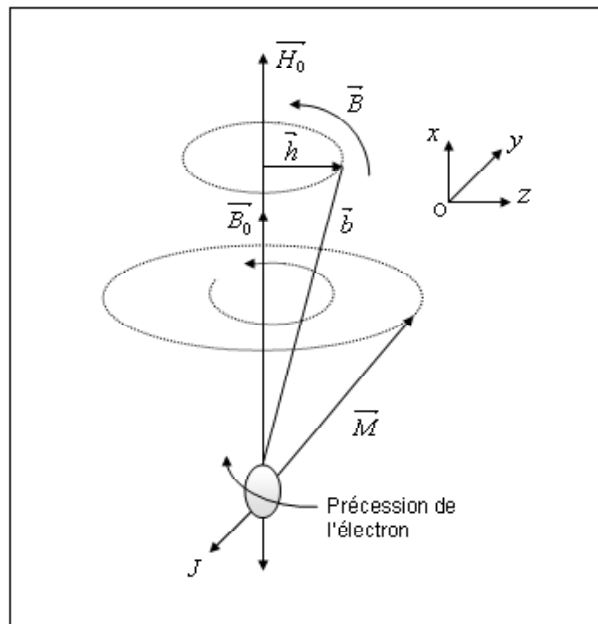


Figure (3.2) : Précession du mouvement magnétique.

Les équations  $\vec{C} = \vec{M} \wedge \vec{B}$  donnent l'équation du mouvement pour un dipôle simple :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma (\vec{M} \wedge \vec{H}_0) \quad (3.2)$$

Où  $\gamma$  désigne le rapport gyromagnétique (rapport entre le moment cinétique et le moment magnétique).

La magnétisation totale est :

$$M_s = N.M \quad (3.3)$$

$N$  : est le nombre de rotations non équilibrées par unité de volume.

L'équation (3.2) devient maintenant :



$$\frac{d\vec{M}_s}{dt} = \gamma (\vec{M}_s \wedge \vec{H}_0) \quad (3.4)$$

Dans le cas des micro-ondes, le champ magnétique appliqué se compose du champ magnétique statique  $\vec{H}_0$  et du champ magnétique radio fréquence  $\vec{h}$ .

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} \quad (3.5)$$

La magnétisation totale comprend la magnétisation statique  $M_s$  et la magnétisation micro-ondes “ $m$ ”. Les équations ci-dessus s’écrivent sous d’autres formes :

$$H_0 = \begin{bmatrix} H_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \quad M_s = \begin{bmatrix} M_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad m = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

L’équation (3.4) se décompose donc sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{dt} &= m_z \gamma h_y - m_y \gamma h_z \\ \frac{dm_y}{dt} &= -m_z \gamma (H_0 + h_x) - h_z \gamma (M_s + m_x) \\ \frac{dm_z}{dt} &= m_y \gamma (H_0 + h_x) - h_y \gamma (M_s + m_x) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dans une première approximation les termes de  $m$  et de  $h$  sont négligeables respectivement par rapport à  $M$  et à  $H_0$ , on peut alors écrire :

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{dt} &\approx 0 \\ \frac{dm_y}{dt} &= -m_z \gamma H_0 - h_z \gamma M_s \\ \frac{dm_z}{dt} &= m_y \gamma H_0 - h_y \gamma M_s \end{aligned} \quad (3.8)$$

Réécrivant les dernières équations, nous avons :

$$\begin{aligned}
\ddot{m}_x &\approx 0 \\
\ddot{m}_y + \omega_H^2 m_y &= \omega_M \omega_H h_y - \omega_M h_z \\
\ddot{m}_z + \omega_H^2 m_z &= \omega_M \omega_H h_y - \omega_M h_z
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Avec  $\omega_M = \gamma M_s$ .

On peut définir un tenseur de susceptibilité  $[\chi]$  qui relie la magnétisation au champ magnétiques par :

$$m = [\chi] h \tag{3.10}$$

Avec :

$$[\chi] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ 0 & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix}$$

Et :

$$\begin{aligned}
\chi_{yy} &= \chi_{zz} = \frac{\omega_M \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} \\
\chi_{yz} &= \chi_{zy} = \frac{i \omega_M \omega}{\omega_H^2 - \omega^2}
\end{aligned}$$

En remplaçant  $\omega_M$  par sa valeur, on obtient :

$$\begin{aligned}
\chi_{yy} = \chi_{zz} &= \frac{M_s}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \\
\chi_{yz} = \chi_{zy} &= \frac{M_s}{H_0} \frac{i \omega \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Il y a une résonance à  $\omega = \omega_H$ .

D'autre part :

Les composantes de l'induction magnétique sont :

$$\begin{aligned} b_y &= h_y + 4\pi m_y \\ b_z &= h_z + 4\pi m_z \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ce qui donne, selon la relation (3.11) :

$$\begin{aligned} b_y &= h_y + 4\pi\chi_{yy} + 4\pi\chi_{yz}h_z \\ b_z &= h_z + 4\pi\chi_{zz} + 4\pi\chi_{zy}h_y \end{aligned} \quad (3.13)$$

En posant :

$$\begin{aligned} \mu &= 1 + 4\pi\chi_{zz} \\ ik &= 4\pi\chi_{yz} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Il vient que :

$$\begin{aligned} b_y &= \mu h_y - ikh_z \\ b_z &= ikh_y + \mu h_z \end{aligned} \quad (3.15)$$

Le rapport  $\left(\frac{b}{h}\right)$  correspond au tenseur de Polder [17] qui vaut :

$$\frac{b}{h} = \begin{bmatrix} \mu & -ik \\ ik & \mu \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Si nous désirons introduire les composantes suivant la direction Ox, toujours dans le cas limite de la Figure (3.2), nous alors trouver pour expression du tenseur de perméabilité :

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & \mu_{zy} \\ 0 & \mu_{yz} & \mu_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & -ik \\ 0 & ik & \mu \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

En remplaçant  $\mu$  et  $k$  par leurs valeurs tirées des relations (3.11) et (3.14), il vient :

$$[\mu] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} & -i \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{\omega \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} \\ 0 & i \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{\omega \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} & 1 + \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Dans la direction Ox, la perméabilité est égale à 1, ce qui est normal puisque le matériau est saturé.

Dans le modèle de Polder, le coefficient d'amortissement  $\alpha$  est nul.  $\mu$  et  $k$  sont donc purement réels [17] :

$$\mu_{yy} = \mu_{zz} = 1 + \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (3.19)$$

$$\mu_{yz} = -\mu_{zy} = \frac{4\pi M_s}{H_0} \frac{\omega \omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (3.20)$$

Et dépendent de la fréquence de l'onde hyperfréquence et du champ appliqué.

### Modèles de Landau-Lifshitz et de Polder :

Si en tenant compte l'amortissement, l'équation du mouvement de pression devient :

$$\frac{d\vec{M}_s}{dt} = \gamma (\vec{M}_s \wedge \vec{H}_0) - \vec{A} \quad (3.21)$$

Où  $\vec{A}$  représente l'atténuation avec :

$$\vec{A} = \frac{\alpha}{|M|} [\vec{M} \wedge (\vec{M} \wedge \vec{H}_0)] \quad (3.22)$$

Où :  $\alpha = \frac{1}{\omega\tau}$ .

De même manière que le cas de  $A = 0$ , la résolution de l'équation (3.21) donne le tenseur de perméabilité de Polder suivant :

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu' - i\mu'' & -i(k' - ik'') \\ i(k' - ik'') & \mu' - i\mu'' \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Le modèle de Landau-Lifshifz tient compte des pertes magnétiques [17].

$$\begin{aligned} \mu' &= 1 + \frac{\omega_M}{2\omega_H} \left[ \frac{(\omega + \omega_H)\omega_H\tau^2 + 1}{(\omega + \omega_H)^2\tau^2 + 1} + \frac{(\omega - \omega_H)\omega_H\tau^2 + 1}{(\omega - \omega_H)^2\tau^2 + 1} \right] \\ \mu'' &= \frac{\omega_M}{2\omega_H} \left[ \frac{\omega\tau}{(\omega + \omega_H)^2\tau^2 + 1} + \frac{\omega\tau}{(\omega - \omega_H)^2\tau^2 + 1} \right] \\ k' &= \frac{\omega_M}{2\omega_H} \left[ \frac{(\omega + \omega_H)\omega_H\tau^2 + 1}{(\omega + \omega_H)^2\tau^2 + 1} + \frac{(\omega - \omega_H)\omega_H\tau^2 + 1}{(\omega - \omega_H)^2\tau^2 + 1} \right] \\ k'' &= \frac{\omega_M}{2\omega_H} \left[ \frac{\omega\tau}{(\omega + \omega_H)^2\tau^2 + 1} - \frac{\omega\tau}{(\omega - \omega_H)^2\tau^2 + 1} \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'évolution de ces perméabilités en fonction de la fréquence donnée par les équations (3.19) et (3.20) est représentée sur les Figures (3.3) et (3.4).

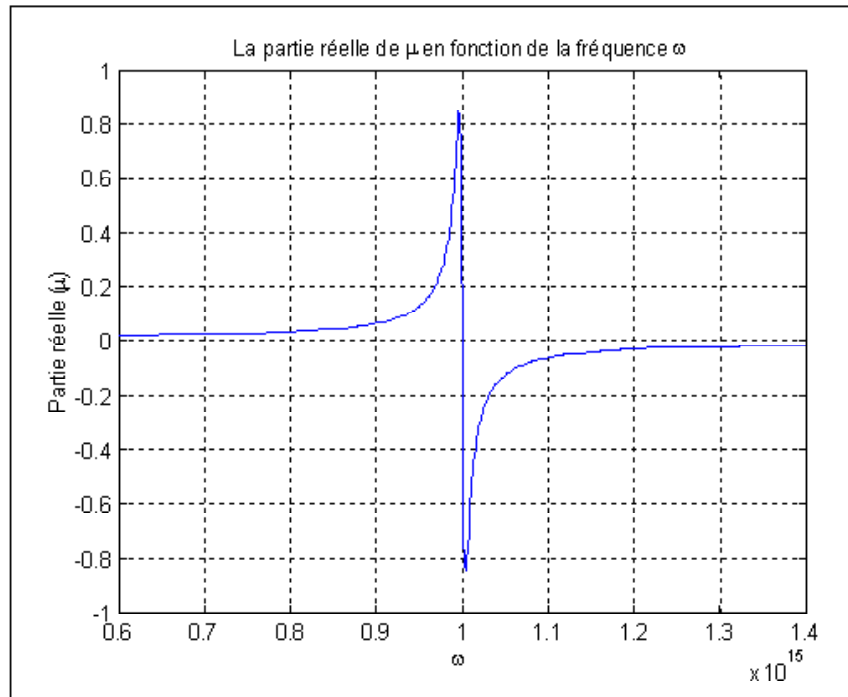


Figure (3.3) : Variation de la partie réelle de la perméabilité magnétique en fonction de la fréquence  $\omega$ .

La Figure (3.3) représente l'allure de la partie réelle de  $\mu$  en fonction de la fréquence  $\omega$ . On peut vérifier que la partie réelle de la perméabilité magnétique est strictement nulle à la résonance, maximal ou minimal environ à une largeur de la résonance. Une telle courbe est appelée *courbe de dispersion*, elle décrit la variation de la perméabilité magnétique au voisinage de la résonance.

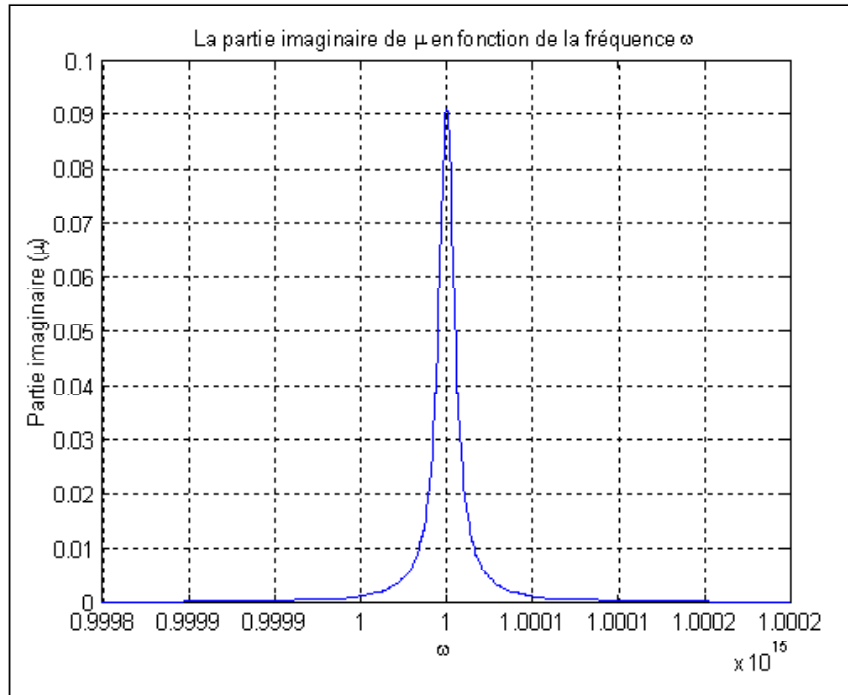


Figure (3.4) : Variation de la partie imaginaire de la perméabilité magnétique en fonction de la fréquence  $\omega$ .

La Figure (3.4) illustre le comportement de la partie imaginaire de  $\mu$  en fonction de la fréquence  $\omega$ . La partie imaginaire est en revanche maximal pour  $\omega = \omega_H$ , elle décroît rapidement dès que  $\omega$  s'écarte de  $\omega_H$ . Cette courbe est elle est symétrique par rapport à l'axe passant par son maximum situé à  $\omega = \omega_H$  : c'est *la courbe d'absorption*.

### 3.2.3 Les équations de Maxwell

Dans un milieu diélectrique parfait où il n'y a ni charges, ni courants, les équations de Maxwell se simplifient et s'écrivent dans le domaine temporel [19] :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = i\omega\mu \vec{H} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{Rot} \overrightarrow{H} &= \varepsilon \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t} = i\omega\varepsilon \overrightarrow{E} \\
div \overrightarrow{D} &= 0 \\
div \overrightarrow{B} &= 0
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Où  $\overrightarrow{E}$  et  $\overrightarrow{H}$  désignent respectivement les champs électriques et magnétiques.

Développons les deux premières équations de Maxwell afin d'obtenir les relations entre les composantes des champs.

Première équation de Maxwell :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = i\omega\mu \overrightarrow{H}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \Rightarrow -i\beta E_z - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \tag{3.27}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -i\omega\mu H_y \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu H_y \tag{3.28}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu H_z \Rightarrow i\beta E_x = -i\omega\mu H_z \tag{3.29}$$

La deuxième équation donne :

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = i\omega\varepsilon \overrightarrow{E}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_x \Rightarrow -i\beta H_z - \frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_x \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\varepsilon E_y \Rightarrow \frac{\partial H_x}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_y \tag{3.31}$$



$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = i\omega\varepsilon E_z \Rightarrow i\beta H_x = i\omega\varepsilon E_z \quad (3.32)$$

En examinant ces équations, on remarque qu'il existe deux types de solutions indépendantes :

**1- Modes Transverse Magnétique :** Les équations (3.27), (3.31) et (3.32) relient entre elles les composantes  $H_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ .

Le champ magnétique  $H_x$  est perpendiculaire au plan d'incidence, il ne possède pas de composante  $H_z$  dans la direction de propagation. Le champ magnétique est purement transverse, alors que le champ électrique qui est parallèle au plan d'incidence possède une composante  $E_z$ , pour cette raison le mode est dit transverse magnétique (ou TM).

**2- Modes Transverse Electrique :** Les équations (3.28), (3.29) et (3.30) relient entre elles les composantes  $E_x$ ,  $H_y$  et  $H_z$ . Le champ électrique  $E_x$  est perpendiculaire au plan d'incidence. Le champ magnétique parallèle à ce dernier possède donc une composante  $H_y$  et une composante  $H_z$ .

Dans le cas des modes TE. On obtient facilement les expressions suivantes pour les champs transverses :

$$(3.28) \Rightarrow H_y = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial E_x}{\partial z}$$

$$(3.29) \Rightarrow H_z = -\frac{\beta}{\omega\mu} E_x$$

En substituant les expressions de  $H_y$  et  $H_z$  dans l'équation (3.30), on obtient finalement l'équation de propagation :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + (\omega^2\varepsilon\mu - \beta^2) E_x = 0 \quad (3.33)$$

Les composantes des champs électriques et magnétiques des modes TE dans les différentes couches sont donnés par [14] :

**La couche ferromagnétique :**

$$\begin{cases} E_{xf} = A_1 \exp(i\nu_f z) + A_2 \exp(-i\nu_f z) \\ H_{yf} = \frac{i}{k_0 \mu_{\perp}} \frac{\partial E_{xf}}{\partial z} + \frac{k \mu_{yz}}{k_0 \mu_{\perp} \mu_{zz}} E_{xf} \\ H_{zf} = -\frac{k \mu_{yy}}{k_0 \mu_{zz} \mu_{\perp}} E_{xf} - \frac{i \mu_{zy}}{k_0 \mu_{zz} \mu_{\perp}} \frac{\partial E_{xf}}{\partial z} \end{cases} \quad (3.34)$$

Où  $k_0 = \frac{\omega}{c}$  est le module du vecteur d'onde dans le vide,  $\omega$  et  $c$  sont la fréquence et la vitesse de l'onde dans le vide.

**La couche diélectrique :**

$$\begin{cases} E_{xd} = B_1 \exp(i\nu_d z) + B_2 \exp(-i\nu_d z) \\ H_{yd} = \frac{i}{k_0 \mu_d} \frac{\partial E_{xd}}{\partial z} \\ H_{zd} = -\frac{k}{k_0 \mu_d} E_{xd} \end{cases} \quad (3.35)$$

Dans ces expressions on a introduit les composantes transversales du vecteur d'onde de chaque couche qui sont déterminées par les relations :

$$\begin{aligned} \nu_f^2 &= k_0^2 \varepsilon_f \mu_{\perp} - k^2 \\ \nu_d^2 &= k_0^2 \varepsilon_d \mu_d - k^2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

Où la perméabilité effective des couches magnétiques est :

$$\mu_{\perp} = \mu_{yy} - \frac{\mu_{yz} \mu_{zy}}{\mu_{zz}} \quad (3.37)$$

Sur la Figure suivante (Figure (3.4)), nous avons tracé la propagation du champ électrique de l'onde électromagnétique TE dans la couche diélectrique.

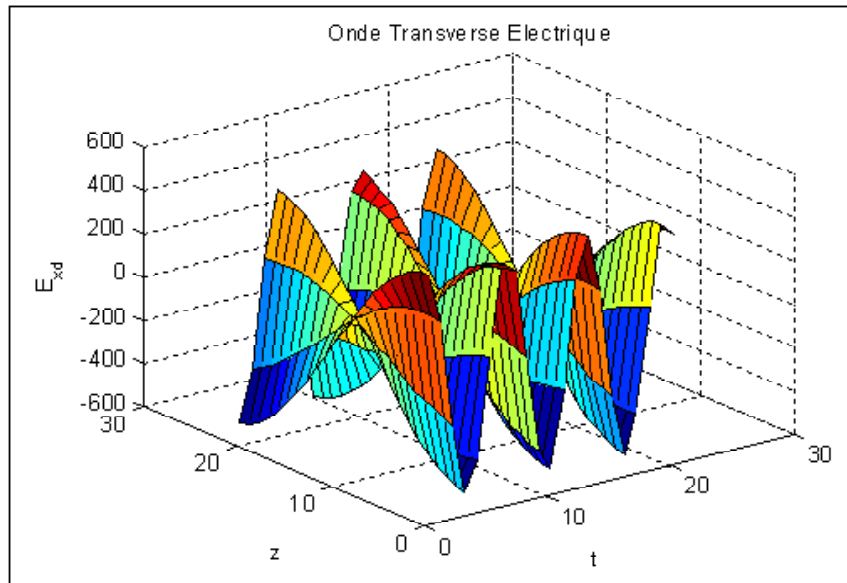


Figure (3.4) : Représentation tridimensionnelle de l'onde TE dans la couche diélectrique.

### 3.2.4 Matrice de transfert et l'équation de dispersion

#### La méthode des matrices de transfert :

Elle est souvent utilisée pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission des empilements unidimensionnels, mais a adaptée au cas bidimensionnel [17]. La structure est divisée en une succession de couches et une matrice transfert permet de relier les champs dans une couche à ceux de la couche précédente.

#### L'équation de dispersion :

Pour obtenir la distribution de champ dans la structure périodique multicouches on introduit la matrice de transfert  $M$  qui relie les composantes tangentielles du champ électromagnétique de la première interface à celles de la dernière interface.

Autrement dit, la relation entre les amplitudes des champs sur la frontière de la  $n$ ème couche avec des amplitudes sur la frontière de la  $(n - 2)$  ième couche est [14] :

$$\begin{aligned} E_{xn} &= m_{11}E_{xn-2} + m_{12}H_{yn-2} \\ H_{yn} &= m_{21}E_{xn-2} + m_{22}H_{yn-2} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Cette équation s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} E_{xn} \\ H_{yn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xn-2} \\ H_{yn-2} \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

La matrice  $2 \times 2$  est appelée matrice de transfert de la couche, elle s'écrit :

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Les conditions de continuité et de périodicité des composantes tangentielles sont :

$$\begin{aligned} E_{xf}(d_1) &= E_{xd}(d_1), \quad H_{yf}(d_1) = H_{yd}(d_1) \\ E_{xd}(d) &= E_{xf}(0) \exp(i\nu_{ef}d), \quad H_{yd}(d) = H_{yf}(0) \exp(i\nu_{ef}d) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Pour les composantes de la matrice de transfert on obtient l'expression suivante :

$$\begin{aligned} m_{11} &= C_1C_2 - i \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f\mu_{zz}} S_1C_2 - \frac{\mu_{\perp}\nu_d}{\mu_d\nu_f} S_1S_2 \\ m_{22} &= C_1C_2 - i \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f\mu_{zz}} S_1C_2 + \frac{\mu_d}{\nu_d\mu_f} \left( \frac{k^2\mu_{yz}^2}{\nu_f\mu_{zz}^2} - \nu_f \right) S_1S_2 \\ m_{12} &= -\frac{k_0\mu_d}{i\nu_d} C_1S_2 + \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f\mu_{zz}} \frac{k_0\mu_d}{\nu_d} S_1S_2 - \frac{k_0\mu_{\perp}}{i\nu_f} S_1C_2 \\ m_{21} &= \frac{i\nu_d}{k_0\mu_d} C_1S_2 - \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f\mu_{zz}} \frac{\nu_d}{k_0\mu_d} S_1S_2 - i \frac{1}{k_0\mu_{\perp}} \left( \frac{k^2\mu_{yz}^2}{\nu_f\mu_{zz}^2} - \nu_f \right) S_1C_2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Avec :

$$C_1 = \cos \nu_f d_1, \quad C_2 = \cos \nu_d d_2, \quad S_1 = \sin \nu_f d_1, \quad S_2 = \sin \nu_d d_2$$

En utilisant les deux premières égalités on obtient la relation de dispersion des ondes électromagnétiques dans la multicouche infinie :

$$\cos d\nu_{ef} = \frac{m_{11} + m_{22}}{2} = C_1 C_2 - \frac{\mu_d}{2\mu_\perp} \left( \frac{\mu_\perp^2 \nu_d}{\mu_d^2 \nu_f} + \frac{\nu_f}{\nu_d} - \frac{k^2}{\nu_f \nu_d} \frac{\mu_{yz}^2}{\mu_{zz}^2} \right) S_1 S_2 \quad (3.43)$$

Où  $\nu_{ef}$  est la composante transversale du vecteur d'onde de l'onde qui se propage dans la structure et joue le rôle du nombre d'onde de Bloch. La partie imaginaire du nombre d'onde de Bloch détermine la profondeur de pénétration effective du champ de fréquence ultra-haute dans la structure  $\delta_{ef} = (\text{Im } \nu_{ef})^{-1}$ .

Les relations  $k(\omega)$  sont :

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_d \mu_d} \\ k_2 &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_f \mu_\perp(\omega)} \end{aligned} \quad (3.44)$$

L'ensemble des résultats des équations (3.44) est représenté sur la Figure (3.5) où nous avons tracé la relation de dispersion. La courbe **(1)** représente la relation de dispersion dans le matériau diélectrique (Polyester), les deux branches (courbe **(2)**) correspondent au matériau ferromagnétique (Fer).

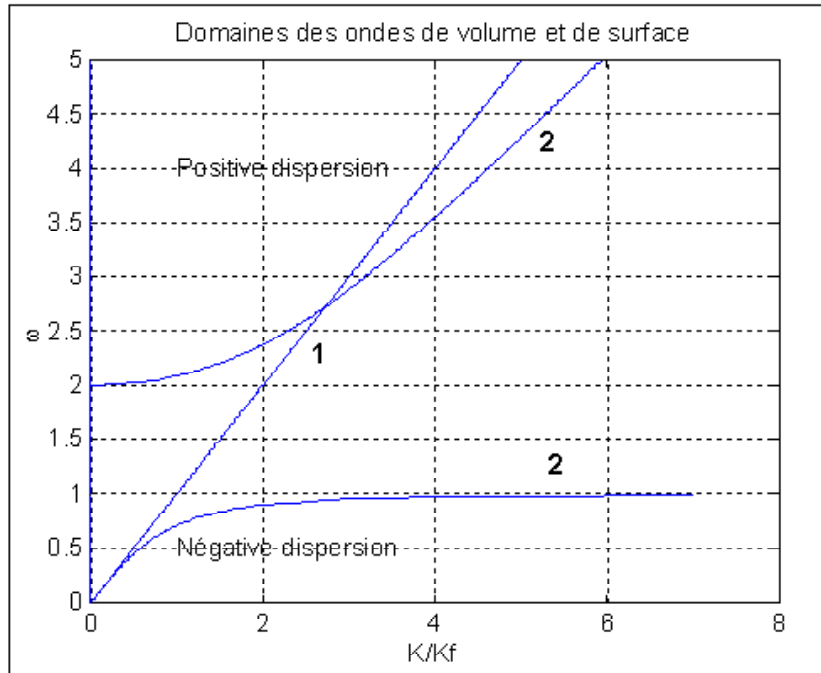


Figure (3.5) : La relation de dispersion.

### 3.2.5 Les ondes de volume et les ondes de surface

#### Définition des ondes de surface :

Les polaritons de surface apparaissent à l'interface entre deux milieux. Ils représentent des solutions particulières des équations de Maxwell qui correspondent à des ondes se propageant parallèlement à l'interface et dont l'amplitude décroît exponentiellement lorsque l'on s'éloigne perpendiculairement à celle-ci. C'est pourquoi ces ondes sont souvent appelées ondes de surface : elles restent confinées à proximité de l'interface [20].

#### Définition des ondes de volume :

Les ondes de volume existent également dans les couches diélectriques et les couches ferromagnétiques.

### Les domaines des ondes de volume et de surface :

La Figure (3.6) représente les dépendances de la fréquence du nombre d'onde normé (courbes **1**, **2**) obtenues par les relations (3.44).

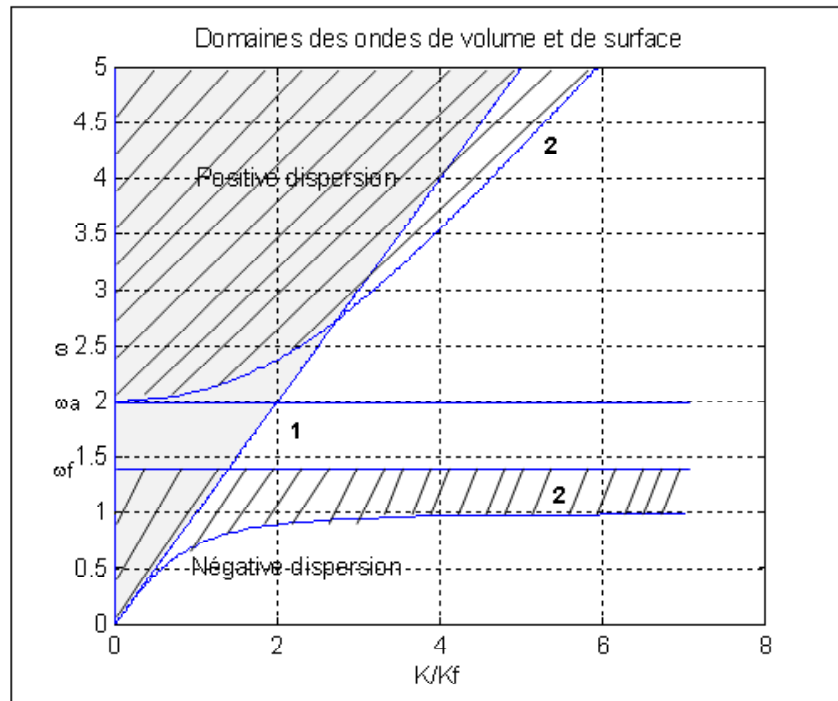


Figure (3.6) : Domaines des ondes de volume et de surface en fonction de la fréquence et de la constante de propagation.

Les domaines où les paramètres  $\nu_d$  et  $\nu_f$  sont réels (de sorte qu'il y a des ondes de volume) sont hachurés, alors que les domaines où les paramètres  $\nu_d$  et  $\nu_f$  sont imaginaires (de sorte que les ondes sont des ondes de surface) ne le sont pas. Les ondes de surface se localisent sur l'interface qui sépare les couches différentes. Le domaine doublement hachuré marque les ondes de volume appartenant à deux milieux. Le domaine simplement hachuré marque les ondes de volume du côté du milieu correspondant et les ondes de surface du côté de l'autre milieu. Les fréquences caractéristiques présentées sur la Figure dépendent essentiellement du champ magnétisant.

### 3.2.6 Le spectre du coefficient de réflexion

#### Équation de Helmholtz :

Les équations de Maxwell constituent une série d'équations différentielles couplées; il convient donc d'en déduire les équations séparées pour chacun des vecteurs du champ. Nous appliquons l'opérateur rotationnel à l'équation (3.25) et l'opérateur  $\frac{\partial}{\partial t}$  à (3.26); en comparant les deux équations résultantes nous obtenons [15] :

$$\overrightarrow{Rot} \overrightarrow{Rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{Rot} \vec{H}) \quad (3.45)$$

$$\overrightarrow{grad} \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (3.46)$$

Et, par conséquent, l'équation d'onde pour le champ électrique s'écrit :

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.47)$$

De façon similaire on trouve pour le champ magnétique :

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.48)$$

Où :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$



Ces équations sont vérifiées par les ondes monochromatiques planes :

$$E(z, t) = E_0 \exp(kz - i\omega t) \quad (3.49)$$

$$H(z, t) = H_0 \exp(kz - i\omega t) \quad (3.50)$$

Dont la pulsation  $\omega$  et le vecteur d'onde  $k$  sont reliés par :

$$|k| \equiv k = \frac{\omega}{c}$$

Le front de l'onde est perpendiculaire à  $k$  et il se déplace le long de  $k$  avec la vitesse  $c$ . L'application des EM à (3.49) et (3.50) donne la condition de transversalité des champs du rayonnement et une relation entre les amplitudes :

$$k \perp E_0 \perp H_0 \perp k \quad (3.51)$$

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \equiv \eta, \quad \frac{E_0}{B_0} = \sqrt{\frac{1}{\mu\varepsilon}} = c \quad (3.52)$$

### Le coefficient de réflexion :

On va déterminer le coefficient de réflexion pour la structure périodique examinée et analyser sa dépendance vis à vis de la structure et de la radiation. Supposons une onde plane monochromatique à la fréquence  $\omega$  et au nombre d'onde  $k_i = k_0 \sqrt{\varepsilon\mu}$  propageant dans la direction  $z < 0$ , rencontre la frontière entre la couche 1 et la couche 2. À la frontière de plan, une partie de l'onde est réfléchiée et propage en arrière par la couche 1 et une partie de l'onde est transmis, propageant vers la droite dans la couche 2 (Figure (3.7)) [16].

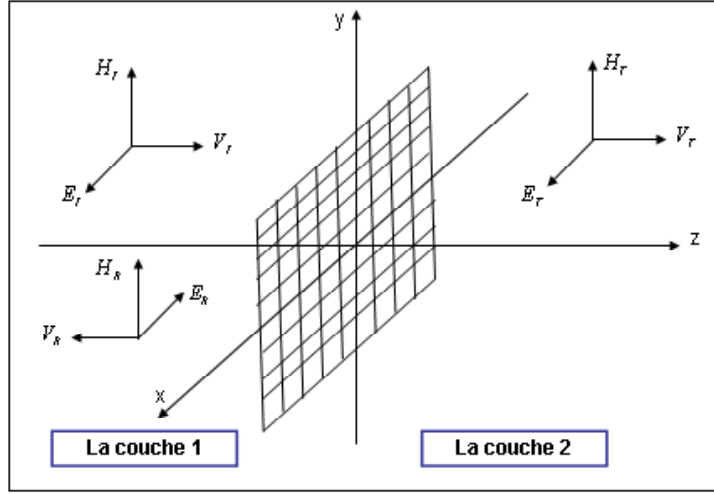


Figure (3.7) : Représentation du champ électrique et magnétique pour l'onde incidente, réfléchie et transmise.

L'onde incidente peut être caractérisée par :

$$\begin{aligned} E_I(z, t) &= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_y^{(i)} \exp(i(k_i z - \omega t)) \vec{i} \\ H_I(z, t) &= H_y^{(i)} \exp(i(k_i z - \omega t)) \vec{j} \end{aligned} \quad (3.53)$$

Comme mentionné, il provoque une onde réfléchie, propageant vers la gauche dans la couche 1 :

$$\begin{aligned} E_R(z, t) &= -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_y^{(r)} \exp(i(-k_i z - \omega t)) \vec{i} \\ H_R(z, t) &= H_y^{(r)} \exp(i(-k_i z - \omega t)) \vec{j} \end{aligned} \quad (3.54)$$

Et une onde transmise qui continue dessus vers la droite dans la couche 2 :

$$\begin{aligned} E_T(z, t) &= \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'}} H_y^{(t)} \exp(i(k_t z - \omega t)) \vec{i} \\ H_T(z, t) &= H_y^{(t)} \exp(i(k_t z - \omega t)) \vec{j} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Dans cette situation le champ total d'onde dans le domaine  $z < 0$  est la somme des champs d'ondes incidente et réfléchie :

$$\begin{aligned} E_x &= E_I(z, t) + E_R(z, t) = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H_y^{(i)} [\exp(ik_i z - \omega t) - r \exp(-ik_i z - \omega t)] \vec{i} \\ H_y &= H_I(z, t) + H_R(z, t) = H_y^{(i)} [\exp(ik_i z - \omega t) + r \exp(-ik_i z - \omega t)] \vec{j} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Le coefficient complexe de réflexion  $r$  d'une structure périodique correspond au rapport entre les amplitudes de l'onde réfléchie et de l'onde incidente :

$$r = \frac{H_y^{(r)}}{H_y^{(i)}}$$

Le coefficient de transmission  $t$  est le rapport entre les amplitudes de l'onde transmise et de l'onde incidente :

$$t = \frac{H_y^{(t)}}{H_y^{(i)}}$$

La Figure (3.8) présente la propagation du champ électrique de l'onde électromagnétique dans le domaine non magnétique.

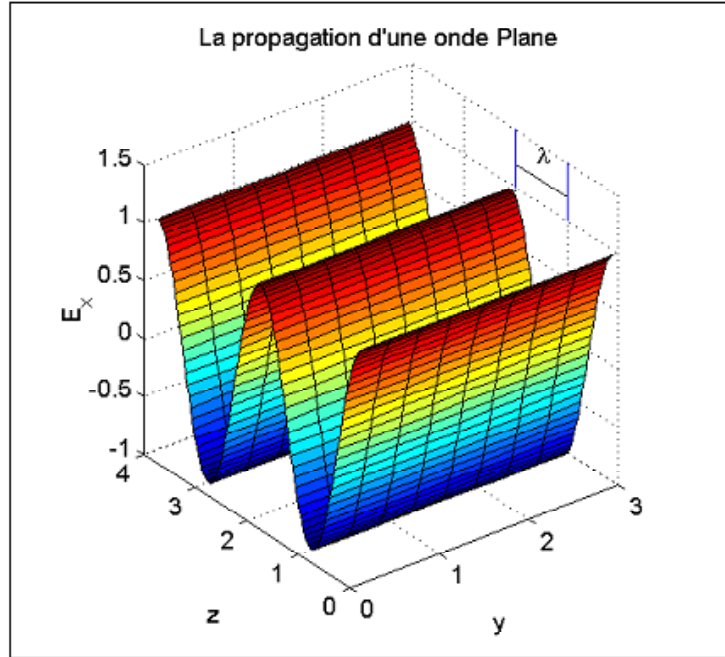


Figure (3.8) : Représentation tridimensionnelle de l'onde plane.

Pour obtenir le coefficient de réflexion, on va utiliser les expressions pour les champs dans chacun des milieux, les conditions aux limites et les conditions de périodicité (3.42), et en plus les conditions aux limites à la surface qui sépare le milieu homogène du ferromagnétique :

$$E_x(0) = E_{xf}(0), H_y(0) = H_{yf}(0) \quad (3.57)$$

A l'aide des expressions (3.41), (3.57) on obtient le système des équations dont la solution conduit à l'expression du coefficient de réflexion  $R = |r|^2$  :

$$R = \left| \frac{\exp(i\nu_{ef}d) - m_{22} - m_{12}\sqrt{\varepsilon/\mu}}{\exp(i\nu_{ef}d) - m_{22} + m_{12}\sqrt{\varepsilon/\mu}} \right|^2 \quad (3.58)$$

Il est nécessaire de poser  $k = 0$  en conformité de l'incidence normale de l'onde sur la structure dans les éléments  $m_{12}$  et  $m_{22}$  de la matrice de transfert de la structure périodique étudiée.

La transmittance de la structure est égale à :

$$T = 1 - R \quad (3.59)$$

La Figure (3.9) montre la variation des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de la fréquence  $\omega$  dans la couche diélectrique. Le matériau diélectrique utilisé dans ce cas c'est le "Polyester".

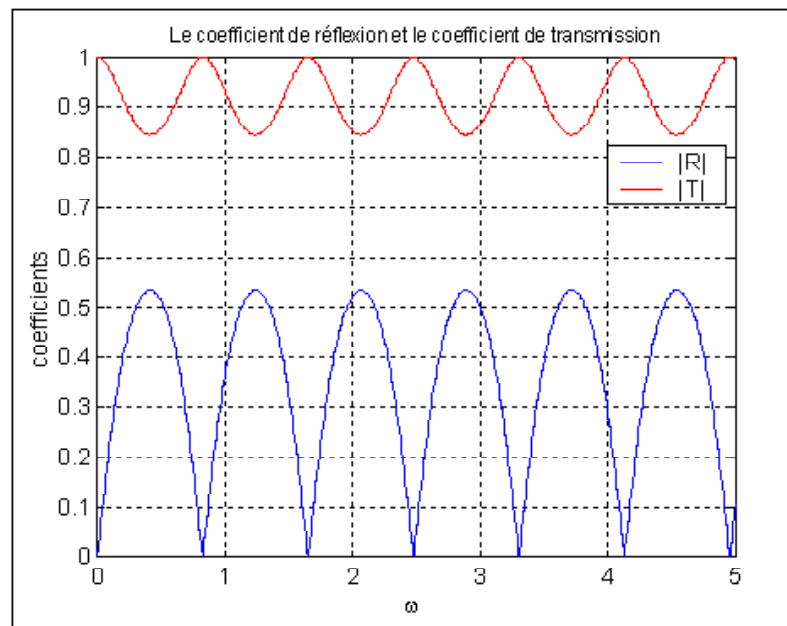


Figure (3.9) : Le spectre du coefficient de réflexion et de transmission pour la couche diélectrique le cas de Polyester.

Le coefficient de réflexion prend la valeur  $R = 0.53$  dans les bandes interdites, alors que pour les bandes permises des ondes de volume de diélectrique, le coefficient de réflexion

$R$  tend vers 0 et l'énergie de l'onde incidente pénètre presque totalement dans la multicouche. En négligeant la relaxation, la proportion qui pénètre est égale au coefficient de transmission  $T = 1 - R$ .

### **3.2.7 Les applications des multicouches**

#### **Les guides d'ondes :**

Les multicouches métalliques, ces systèmes sont obtenus par dépôt alterné de couches métalliques magnétiques et de couches isolantes. Les épaisseurs sont typiquement de 1 à 2 nm pour les couches métalliques et 3 à 4 nm pour les couches isolantes. Du fait du mauvais mouillage du métal sur l'isolant, les couches métalliques se brisent spontanément en îlots. La structure résultante est alors formée de plans de particules métalliques de taille nanométrique, séparées dans les plans et entre plans par la matrice isolante. Les multicouches est à la base de nombreux dispositifs micro-ondes.

#### **Les miroirs ou filtres :**

Les multicouches produites dans les années 1980 consistaient à obtenir une périodicité nanométrique à une dimension de façon à réaliser des miroir à rayons X ou à neutrons. Ces multicouches amorphes ou épitaxiées font parties de ce qu'on appelle les nouveaux matériaux terme ayant précédé celui de nanotechnologies.

Pour s'en faire une idée il suffit de s'imaginer un millefeuille tel que chaque couche a une épaisseur de quelques couches atomiques : on a alors une périodicité nanométrique à une dimension. Ces matériaux existent naturellement: citons les stéarates ou les mica. Mais alors le contraste en ce qui concerne les Rayons X.

#### **Les super réseaux :**

En 1985, c'est dans le domaine de la supraconductivité à haute température que les multicouches épitaxiées (en anglais : superlattices) ont débouché.

### **La spintronique :**

La magnétorésistance géante a été découverte dans des couches monocristallines en 1988 par deux équipes indépendantes : celle d'Albert Fert, de l'Université de Paris Sud-Orsay, et celle menée par Peter Grünberg du Centre de recherche de Jülich (Allemagne). La magnétorésistance géante (en anglais, Giant Magnetoresistance Effect ou GMR) est un effet quantique observé dans les structures de films minces composées d'une alternance de couches ferromagnétiques et de couches non magnétiques. Elle se manifeste sous forme d'une baisse significative de la résistance observée sous l'application d'un champ magnétique externe : à champ nul, les deux couches ferromagnétiques adjacentes ont une aimantation antiparallèle car elles subissent un couplage ferromagnétique faible. Sous l'effet d'un champ magnétique externe, les aimantations respectives des deux couches s'alignent et la résistance de la multicouche décroît brutalement. Le spin des électrons du métal non magnétique se répartissent équitablement de façon parallèle et antiparallèle, et subissent ainsi une diffusion magnétique moins importante lorsque les couches ferromagnétiques sont aimantées de façon parallèle.

### **Cristaux photoniques :**

Les Cristaux photoniques sont des structures artificielles périodiques diélectriques à 1, 2 ou 3 dimensions. À une dimension, elles constituent ce que l'on appelait des filtres interférentiels.

### **Traitement multicouche des lentilles optiques :**

Un des problèmes dans l'utilisation des lentilles optiques, tant en lunetterie qu'en photographie, est qu'une partie de la lumière qui devrait traverser la lentille est réfléchi. Cela a deux conséquences néfastes :

- Cette lumière est perdue (et si le nombre de lentilles à traverser est important, il peut y avoir une quasi-extinction du faisceau lumineux).
- Cette lumière est renvoyée, ce qui est générateur de reflets parasites.

Une solution simple à ce problème est d'utiliser un traitement de surface sur la lentille, constitué d'une couche transparente d'indice de réfraction différent de la lentille, et d'une épaisseur correspondant à  $1/2$  longueur d'onde de la lumière incidente.

De cette manière, la lumière réfléchie arrive en opposition de phase avec la lumière incidente, et les deux s'annulent.

### 3.3 Conclusion

Rappelons les points importants :

- Pour une structure multicouche périodique ferromagnétique diélectrique la perméabilité magnétique de la couche ferromagnétique est une grandeur tensorielle et la permittivité électrique de la couche diélectrique est une grandeur scalaire.
- La résolution des équations de Maxwell pour chaque couche nous conduit à deux ondes propres, une onde de type TE et une onde de type TM, dans ce cas on a fait la restriction de notre étude des ondes TE.
- On utilise la matrice de transfert reliant les composantes tangentielles du champ pour déterminer la relation de dispersion, qui nous a permis de préciser le domaine d'existence des ondes de volume et de surface.
- Pour déterminer le coefficient de réflexion et de transmission, on fait appel à la propagation de l'onde plane dans le milieu périodique en utilisant les conditions aux limites et les conditions de périodicité.



**Quatrième Chapitre**

**Comparaisons et Résultats**

# Chapitre 4

## Comparaisons et Résultats

### 4.1 Introduction

Dans notre travail nous avons exposé les propriétés dispersives de la propagation des ondes électromagnétiques dans les différents milieux diélectriques ferromagnétiques et les matériaux à Bande Interdite Photonique.

Après avoir fait une comparaison entre les deux types de propagation, nous avons déduit l'influence du changement des couches et le rôle du champ magnétique extérieur.

### 4.2 Comparaison entre les deux types de propagation dans les structures multicouches

#### 4.2.1 La propagation des ondes

**Multicouche ferromagnétique diélectrique :**

Dans le premier cas, sous l'effet d'un champ magnétique extérieur la résolution des équations de Maxwell pour chaque couche montre qu'il existe deux types d'ondes électromagnétiques peuvent se propager dans le milieu périodique :

Transverse Electrique "TE" lorsque le champ électrique est parallèle à l'axe des tiges.

Transverse Magnétique “TM” lorsque le champ magnétique est parallèle à l’axe des tiges.

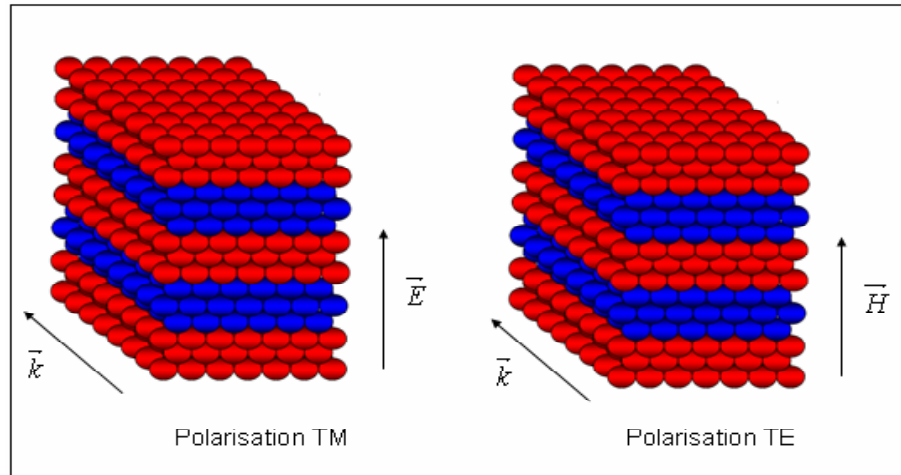


Figure (4.4) : Polarisations possible dans une structure multicouche périodique : TE et TM.

Puisque cette étude est très compliquée nous considérons le cas d’une onde polarisée “TE”.

### Les matériaux à Bande Interdite Photonique :

Dans le deuxième cas, nous avons étudiée la propagation de l’onde TEM dans la structure périodique BIP. Nous avons calculé les paramètres effectifs du milieu matériel. La propagation des ondes est permises dans certaines régions et interdites dans d’autres régions.

## 4.2.2 Le coefficient de réflexion et transmission

### Multicouche ferromagnétique diélectrique :

L’étude d’une structure multicouche périodique formée par une alternance de couches ferromagnétiques et diélectriques se fait en calculant le coefficient de réflexion et trans-

mission dans une direction éclairée par une onde plane.

La variation fréquentielle du coefficient de réflexion et de transmission obtenu présente plusieurs zones (Figure (4.1)) illustrant les propriétés de la propagation des ondes dans les bandes permises.

La méthode des ondes planes a été adaptée pour calculer le coefficient de réflexion et de transmission des matériaux ferromagnétiques diélectriques périodiques.

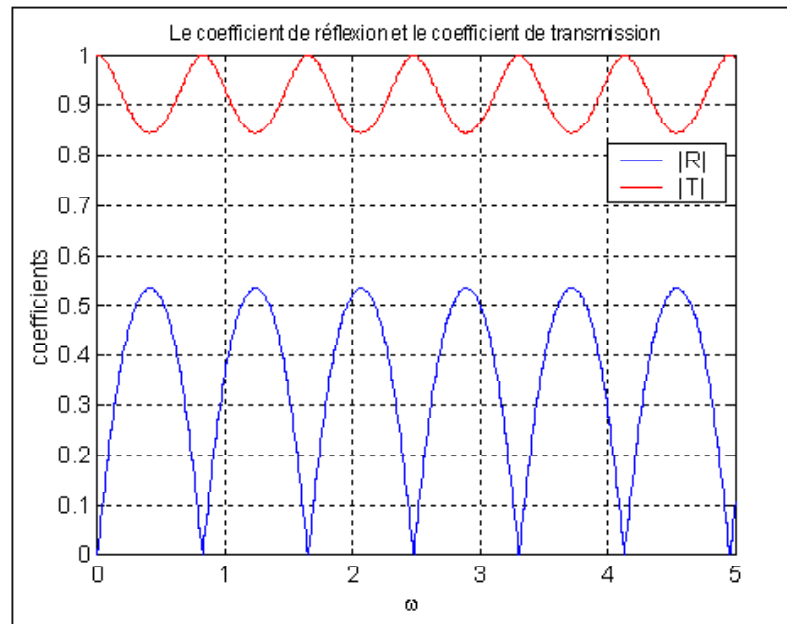


Figure (4.1) : Le spectre du coefficient de réflexion et de transmission pour la couche diélectrique.

### Les matériaux à Bande Interdite Photonique :

Les matériaux à Bande Interdite Photonique sont des structures diélectriques ou métalliques composées d'un assemblage périodique de ou plusieurs matériaux dont la périodicité peut exister dans une, deux ou les trois dimensions de l'espace. Les matériaux élémentaires composant cette structure peuvent quant à eux avoir la forme de plaque (1D).

La propriété fondamentale d'un matériau à Bande Interdite Photonique est de réfléchir

les fréquences comprises dans la bande et d'être transparent aux autres fréquences.

Dans ce cas la matrice de réflexion est donnée par :

$$R_{\nu\mu} = \frac{1}{1 + r_{\nu\mu}} \begin{bmatrix} 1 & r_{\nu\mu} \\ r_{\nu\mu} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Avec :

$$r_{\nu\mu} = \frac{(1 - \eta_\nu/\eta_\mu)}{(1 + \eta_\nu/\eta_\mu)} \quad (4.2)$$

### 4.2.3 La matrice de transfert

Dans les deux cas la matrice de transfert est utilisée pour calculer la relation de dispersion.

#### Multicouche ferromagnétique diélectrique :

Dans le premier cas la matrice de transfert relie les composantes tangentielles du champ électrique et magnétique au début et à la fin de chaque période.

Les composantes de la matrice de transfert sont :

$$\begin{aligned} m_{11} &= C_1 C_2 - i \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f \mu_{zz}} S_1 C_2 - \frac{\mu_\perp \nu_d}{\mu_d \nu_f} S_1 S_2 \\ m_{22} &= C_1 C_2 - i \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f \mu_{zz}} S_1 C_2 + \frac{\mu_d}{\nu_d \mu_f} \left( \frac{k^2 \mu_{yz}^2}{\nu_f \mu_{zz}^2} - \nu_f \right) S_1 S_2 \\ m_{12} &= -\frac{k_0 \mu_d}{i \nu_d} C_1 S_2 + \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f \mu_{zz}} \frac{k_0 \mu_d}{\nu_d} S_1 S_2 - \frac{k_0 \mu_\perp}{i \nu_f} S_1 C_2 \\ m_{21} &= \frac{i \nu_d}{k_0 \mu_d} C_1 S_2 - \frac{k\mu_{yz}}{\nu_f \mu_{zz}} \frac{\nu_d}{k_0 \mu_d} S_1 S_2 - i \frac{1}{k_0 \mu_\perp} \left( \frac{k^2 \mu_{yz}^2}{\nu_f \mu_{zz}^2} - \nu_f \right) S_1 C_2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

## Les matériaux à Bande Interdite Photonique :

Dans le deuxième cas la matrice de transfert relie les amplitudes d'ondes et elle est donnée par le produit de la matrice de propagation dans la première région avec la matrice de réflexion avec la matrice de propagation dans la deuxième région :

$$A_0 = P_0(z_0) R_{01} P_1^{-1}(z_0) A_1 \quad (4.4)$$

Nous déterminons la matrice de transfert pour chaque période dans la structure avec un nombre arbitraire de couches.

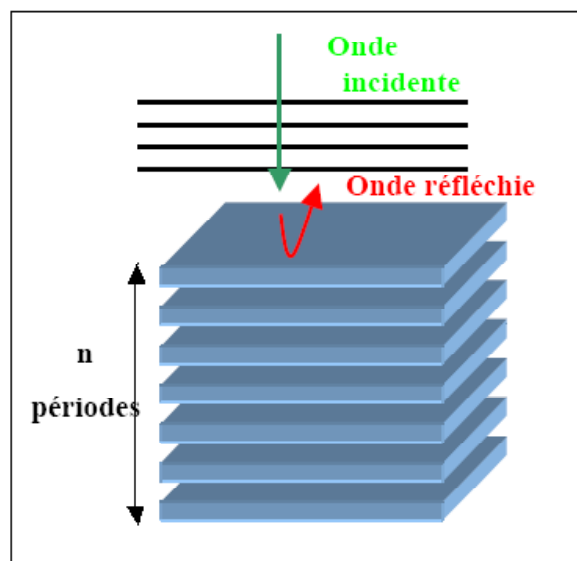


Figure (4.2) : Visualisation de structure BIP 1D.

La matrice de transfert de période pour notre cas sera alors trouvée par le choix ( $s = 2$ ).

Dans la couche 1 par exemple la solution de l'équation de Helmholtz peut être écrite

comme somme d'une onde propageant vers la droite et d'une onde propageant vers la gauche (Figure (4.2)).

$$E(z) = A^+ e^{ikz} + A^- e^{-ikz} \quad (4.5)$$

#### 4.2.4 Les propriétés dispersives

##### Multicouche ferromagnétique diélectrique :

Dans le premier cas à partir des composantes  $m_{11}$  et  $m_{22}$ , nous avons calculé la relation de dispersion donnée par :

$$\cos d\nu_{ef} = \frac{m_{11} + m_{22}}{2} = C_1 C_2 - \frac{\mu_d}{2\mu_\perp} \left( \frac{\mu_\perp^2 \nu_d}{\mu_d^2 \nu_f} + \frac{\nu_f}{\nu_d} - \frac{k^2}{\nu_f \nu_d} \frac{\mu_{yz}^2}{\mu_{zz}^2} \right) S_1 S_2 \quad (4.6)$$

Suivant les valeurs de  $k(\omega)$ , nous avons tracé le diagramme de dispersion illustrant la variation de la fréquence en fonction du nombre d'onde, pour aboutir aux ondes de volume et de surface.

##### Les matériaux à Bande Interdite Photonique :

Dans le deuxième cas à partir de la relation de dispersion donnée par :

$$\cos \theta = \frac{1}{(1 - r_{01}^2)} \left[ \cos(k_0 a_0 + k_1 a_1) - r_{01}^2 \cos(k_0 a_0 - k_1 a_1) \right] \quad (4.7)$$

Avec :

$$r_{01} = \frac{(1 - \eta_0/\eta_1)}{(1 + \eta_0/\eta_1)} \quad (4.8)$$

Et :

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{\omega}{c} n_0 \\ k_1 &= \frac{\omega}{c} n_1 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Nous avons des paramètres qui représentent les bandes permises  $k_1 a_1$  et les paramètres qui représente les gaps  $k_0 a_0$ .

Grâce à cette étude, nous avons représenté le diagramme des bandes qui nous a permis de mettre en évidence l'existence des bandes interdites et des bandes permises.

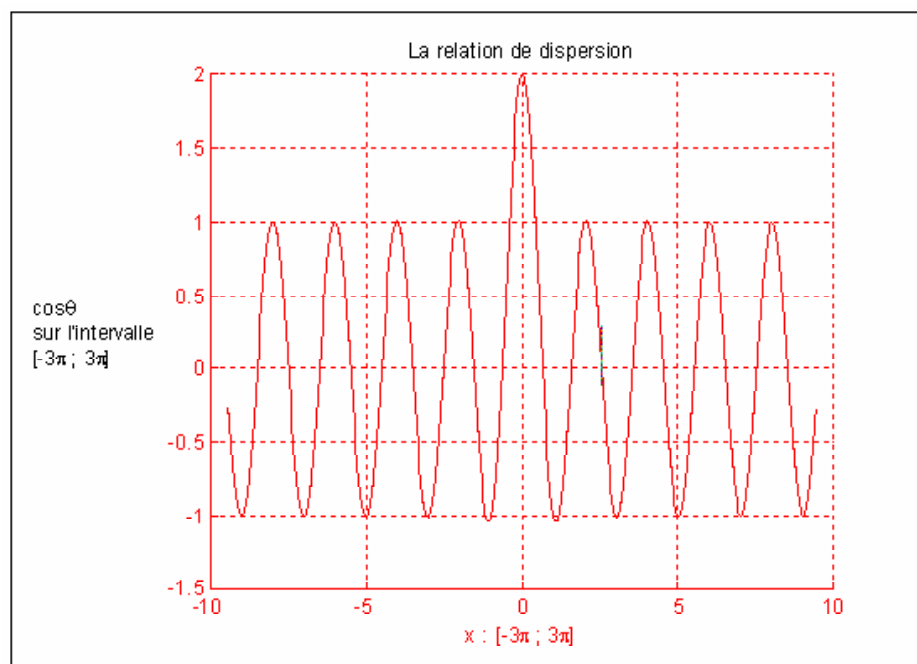


Figure (4.3) : Le diagramme de dispersion.

Cette équation présente la particularité de n'avoir de solution que lorsqu'elle est comprise entre  $-1$  et  $+1$ . Comme  $k_0$  et  $k_1$  dépendent tous deux de la pulsation  $\omega$ , on parle alors de bandes de fréquences interdites (donc aucune onde électromagnétique ne se propagera). Le matériau périodique unidimensionnel empêche les ondes électromagnétiques de se propager à ces fréquences considérées.



## 4.3 Conclusion

La propagation des ondes électromagnétiques dans les structures périodiques multicouches a fait l'objet de nombreuses études au cours des dernières années. Les matériaux magnétiques ouvrent des perspectives particulièrement intéressantes en raison de la possibilité de transformer leurs caractéristiques en appliquant des champs électriques et magnétiques.

Les matériaux à gaps photoniques, ou diélectriques artificiels ont été remis au goût du jour depuis le début des années 90, on ne peut cependant pas parler de nouvelles structures mais d'un phénomène de mode dans la recherche scientifique. Si ces matériaux à gaps photoniques semblent très intéressants puisqu'ils permettent une amélioration des performances de nombreux systèmes existants (antennes, filtres, coupleurs).

## Conclusion Générale

# Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons étudié les propriétés dispersives de la propagation des ondes électromagnétiques dans une structure multicouche périodique.

Dans une première étape, nous avons rappelé les concepts fondamentaux concernant les modes de propagation des ondes Transverse Electrique “TE” et Transverse Magnétique “TM”, ainsi que les matériaux magnétiques et diélectriques.

Dans une deuxième étape, nous avons étudiée les matériaux à Bande Interdite Photonique (BIP) qui ont gagné beaucoup d’intérêt ces dernières années dû à leurs applications potentielles dans l’électromagnétisme et l’électronique. Les structures BIP sont des systèmes matériels périodique dont les propriétés intéressantes surgissent d’une façon compliquée des réflexions des multiples internes provoquées par la variation matérielle. Les matériaux BIP ont été les premiers à intéresser les chercheurs qui continuent à démontrer leurs avantages pour différentes applications. Ils permettent d’introduire les mécanismes de propagation des ondes électromagnétiques. Une succession de bandes interdites et permises apparaît ainsi dans le diagramme de bande.

Enfin nous avons présentés dans la dernière partie la variation de la perméabilité magnétique qui a une forme tensorielle dans le cas des corps isotropes ferromagnétiques. L’objet de cette partie est de déterminer les éléments de tenseur en résolvant le système d’équation de Gilbert qui tient en compte le couplage mutuel des deux domaines adjacents soumis à un champ magnétique statique extérieur  $H_0$ .

Pour étudier les ondes de surface, nous avons résolu le problème électromagnétique correspondant à la propagation d’une onde à l’interface entre deux milieux qui resterait confinée sur cette interface et les ondes de volume qui se trouvent dans le volume des différentes couches. Nous en avons déduit une relation de dispersion qui relie la fréquence avec la constante de propagation. Cette relation de dispersion a ensuite été étudiée dans le cas d’une interface Polyester/ferromagnétique avec le Fer.

Malgré, nos efforts déployés pour la réalisation de ce modeste projet : sur l’étude des

phénomènes de l'interaction des ondes avec les structures multicouches, demeurent insuffisants. Nos ambitions c'est de courir vers l'horizon pour une recherche et une étude plus approfondies. Il est primordial de prévoir et de penser à des nouveaux horizons pour satisfaire les besoins de nos futurs chercheurs. Les suggestions qu'on peut apporter pour la continuité de ce travail sont :

- 1- Une étude plus approfondie et plus rigoureuse sur la propagation des ondes électromagnétiques dans les structures multicouches.
- 2- Une étude similaire concernant la propagation des ondes électromagnétiques dans les structures multicouches ferromagnétiques avec deux matériaux magnétiques de même nature ensuite de différente nature pour voir la différence entre les deux études.
- 3- Pour étudier la propagation de l'onde dans les structures à Bande Interdite Photonique on fait l'analogie avec le modèle quantique c'est à dire l'analogie entre les équations de Maxwell et l'équation de Schrödinger.
- 4- Un dépistage des sources dans ce domaine.
- 5- Evaluation de la scientificité de ce projet, son intérêt pour les utilisateurs par ses garanties scientifiques.

# Bibliographie

- [1] **Philippe Robert**. “Matériaux de l’électrotechnique”, Traité d’électricité, Presse Polytechniques Romandes, Troisième édition, 1989.
- [2] **Miouat Azzouz**. “Identification-Optimisation paramétrique et quantification des pertes dans les matériaux ferromagnétiques doux”, Mémoire de Magister en électrotechnique, Université de Batna, 11/02/2006.
- [3] **Gérard Hincelin**. “Guides micro-ondes”, Electronique B8, Notes de cours, Leçon n° 8 et 9.
- [4] **Gérard Hincelin**. “Guides micro-ondes”, Electronique B8, Notes de cours, Leçon n° 10.
- [5] **Pierre Tremblay**. “Guide d’onde diélectrique à 3 couches”, Gel 21943 / Gel 66398, Documents de référence H-2004, 2002.
- [6] **Jean Paul Bailon, Jean Marie Dorlot**. “Des Matériaux”, Troisième édition, Presses Internationales Polytechnique, 2001.
- [7] **C. Kittel**. “Physique de l’état solide”, Dunod, Paris, 7 édition, 1998.
- [8] **Ducharne Benjamin**. “Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques : du global vers le local”, Université Claude Bernard-Lyon, 2003.

- [9] **H. Vainola, J. Sinkkonen, J. Aho.** “Electromagnetic Effective Medium Material Parameters of a Periodic Multilayer Structure”, Electron Physics Laboratory, Helsinki University of Technology, 14 August 2001.
- [10] **Yannick Merle.** “Etude de la dispersion électromagnétique dans les matériaux périodiques diélectriques bidimensionnels”, Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l’université de Limoges, Soutenue le 20 Novembre 2003.
- [11] **Abdelwaheb Ourir.** “Applications de Matériaux à Bandes Interdites Photoniques et de métamatériaux en Télécommunications”, Thèse pour obtenir le grade de : Docteur en Sciences, Spécialité Physique, Université de Paris Sud XI d’Orsay, Faculté des Sciences, Soutenue le 5 décembre 2006.
- [12] **IEEE Student Branch.** “Etat de l’art sur les structures à bande interdite photonique”, Réunion technique du 22 Janvier 2002.
- [13] “Liste des termes, expressions et définitions adoptés et publiés au Journal officiel de la République française : Termes généraux de la chimie”, En application du décret n° 96-602 du 3 juillet 1996 relatif à l’enrichissement de la langue française.
- [14] **S.V. Elisséeva, D.I. Sementsov.** “Dispersion des ondes électromagnétiques dans une multicouche périodique dans un champ magnétique extérieur : théorie”, Le département d’électronique quantique et d’optoélectronique de l’université d’état d’Oulianovsk, Disponible sur Internet le 18 Avril 2006.
- [15] **P. Kusel.** “Electromagnétisme des milieux continus”, Licence de Physique, Institut Galilée, Université Paris-Nord, 2001.
- [16] **Imelda van de Voorde.** “On the effective formulation and optimization of 1D periodic multilayer structures”, Master’s Thesis Applied Mathematics, University of Twente, Department of Applied Mathematics, Chair Applied Analysis and Mathematical Physics (AAMP), May 2004.

- [17] **Matthieu Valetas**. “Couches minces magnétiques pour applications hyperfréquences : étude des Samarium-Cobalt et des Néodyme-Fer-Bore par pulvérisation radiofréquence magnétron”, Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l’Université de Limoges, 27 Novembre 2003.
- [18] **Marc Zelsmann**. “Cristaux photoniques en silicium sur isolant pour le guidage, le filtrage, l’émission et l’extraction de lumière”, Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l’université Joseph Fourier-Grenoble 1, Soutenue le 07 Novembre 2003.
- [19] **Benmansour Hayat**. “Interaction d’une onde électromagnétique avec une vapeur atomique”, Mémoire de Magister en physique électronique et modélisation, Université de Tlemcen, Faculté des sciences, Département de physique, 2006.
- [20] **Jean Philippe Mulet**. “Modélisation du rayonnement thermique par une approche électromagnétique”, Thèse de doctorat en sciences, Université de Paris XI Orsay, Soutenue le 13 Mars 2003.
- [21] **Richard Feynman**. “Le cours de physique de Feynman”, Electromagnétisme 2, Dunod, Paris, 1999 (Pour la version française).