

TABLE DES MATIÈRES

Nomenclature.....	1
Introduction.....	6
Chapitre 1 : Etude bibliographique sur l'émissivité totale.....	11
I - Définitions.....	14
A – Luminance monochromatique et luminance totale.....	14
B – Intensité monochromatique et intensité totale.....	15
C – Emission monochromatique et émittance totale.....	15
D – Eclairage monochromatique et éclairage (total).....	15
II - Lois régissant l'émission du rayonnement thermique.....	16
A – Relation entre luminance et émittance dans le cas d'une émission diffuse.	16
B – Le corps noir.....	16
C – Emission des corps réels.....	18
III - Réflexion, absorption et transmission du rayonnement d'un corps.....	18
A – Remarques.....	19
B – Réalisation d'un corps noir.....	19
C – Relation entre absorption et émission.....	19
IV - Etude bibliographique sur l'émissivité des métaux.....	20
A – Rappel sur les équations de Maxwell.....	21
B – Théorie de l'électron libre (modèle de Drude simplifié).....	22
C – Relations entre l'émissivité et la température.....	22
V - Effets photoélectriques.....	25
A – Relations entre Les différents coefficients.....	25
B – Effet Seebeck.....	26
C – Effet Peltier.....	28
Chapitre 2 : Les méthodes de mesure de l'émissivité totale.....	30
I - Les méthodes directes.....	31
A – Définition.....	31
B – Problèmes rencontrés lors des mesures de l'émissivité totale à basse.....	32
température.....	32

II - Les méthodes indirectes	40
A - Les méthodes optiques.....	40
B - Les méthodes calorimétriques.....	42
III - La méthode de l'hémisphère réfléchissant.....	45
IV - Mesure de l'émissivité à basse température.....	49
A - Suppression de la vapeur d'eau.....	50
B - Précision de la mesure.....	50
C - Utilisation de la méthode de l'hémisphère en radiométrie périodique.....	52
Chapitre 3 : Etude expérimentale et mesure de l'émissivité totale.....	54
I - Dispositif expérimental.....	55
1 - Enceinte à vide.....	56
2 - Porte-échantillon.....	57
3 - La chaîne optique.....	61
4 - L'hémisphère réfléchissant.....	64
5 - Le dispositif de pompage.....	64
6 - Le système de contrôle et d'acquisition.....	65
7 - Le choix du traitement du signal et de la fréquence d'excitation.....	65
II - Résultats des mesures expérimentales.....	67
1 - Mesure de l'émissivité d'une peinture noire.....	67
2 - Mesure de l'émissivité sur du Nickel.....	79
III - La dépendance entre l'émissivité et la température.....	82
Chapitre 4 : Analyse du problème non linéaire de transfert de chaleur.....	85
due à la dépendance entre l'émissivité et la température	85
I - Méthode de linéarisation optimale.....	87
II - Méthode des éléments finis.....	89
III - Couplage de la méthode des éléments finis à la méthode de linéarisation.....	93
optimale.....	93
IV - La résolution de l'équation non linéaire de la chaleur par le couplage	96
1 - Position du problème.....	96
2 - Résolution du problème linéaire de transfert de chaleur.....	97
3 - Application de la méthode de linéarisation optimale.....	98
4 - Calcul des coefficients optimaux.....	101
V - La résolution de l'équation non linéaire de la chaleur par une méthode.....	108
itérative.....	108
Chapitre 5 : Résultats de l'analyse du problème non linéaire et.....	112

Interprétations.....	112
Applications.....	112
1 - Exemple 1 : $\varepsilon_1(T) = 1.35 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} - 0.017$	112
2 - Exemple 2 : $\varepsilon_2(T) = -2.6 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} + 144 \cdot \rho(T) \cdot T - 1435 \cdot \sqrt{(\rho(T) \cdot T)^3}$	115
3 - Exemple 3 : $\varepsilon_3(T) = 2.85 - 182 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} + 3931 \cdot \rho(T) \cdot T - 27902 \cdot \sqrt{(\rho(T) \cdot T)^3}$	118
4 - Exemple 4 : $\varepsilon(T) = 0.5737 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} - 0.1769 \cdot \rho(T) \cdot T$	121
5 - Interprétation générale.....	124
Conclusion et perspectives.....	127
Références bibliographiques.....	130



NOMENCLATURE

CHAPITRE 1 :

Symboles latins :

L:Luminance totale

d^2U :Etendue spatiale élémentaire du faisceau

M:Emittance totale

E:Eclairement total

r:Distance entre deux surfaces élémentaires

h:Constante de Planck

C:Célérité dans le vide

T:Température

S:Surface d'un corps radiant

I:Intensité de courant

H:Champs magnétique

E:Champs électrique

n:Indice de réfraction réel

k:Indice d'extinction

P:Moment dipolaire

J:Densité de courant

Symboles grecs :

$d^3\Phi$:Flux énergétique radiant

$d\Omega$:Angle solide

K :Constante de Boltzmann

λ :Conductivité thermique

σ :Constante de Stephan Boltzmann

ε :Emissivité

(φ, θ) :Directions d'observation

ρ' :Réflectivité totale

α :Absorptivité totale

τ :Transitivité totale

γ :Conductivité électrique

γ' :Permittivité électrique

ρ :Résistivité électrique

μ :Perméabilité du milieu

ω :Pulsion

ω_τ :Fréquence de relaxation des électrons

ω_p :Fréquence de Plasma

χ :Coefficient de Seebeck

Π :Coefficient de Peltier

**Indices :**

c:Corps

ox:Directionnel

 λ :Monochromatique

E:Elémentaire

Exposant :

°:Corps noir

CHAPITRE 2 :**Symboles latins :**

f:Fréquence de modulation

F:facteur de forme de la surface de l'échantillon vers la surface de la paroi

 $\tilde{H}(f)$:Transformée de Fourier de la fonction de transfert

L:Luminance totale

P:Puissance électrique

S:Surface

t:Temps

T:Température

U(t):Tension du signal infrarouge

 $|\tilde{U}(f)|$:Module de la transformée de Fourier du signal infrarouge $|\tilde{K}(f)|$:Module de la fonction de réponse en fréquence de la chaîne de détection $|\tilde{T}^4(f)|$:Amplitude à la puissance quatrième de la température**Symboles grecs :** \mathcal{E} :Emissivité Φ :Somme des flux φ :Flux ρ :Réflectivité σ :Constante de Stephan Boltzmann $\sigma(X)$:Ecart type estimé sur le paramètre X ΔT :Amplitude de modulation**Indices :**

a:Relatif à l'ambiante ou apparent

e:Relatif à l'échantillon

i:Incident

 ΔS :Relatif à la surface de l'échantillon λ :Monochromatique

m:Relatif à l'hémisphère

mes:Relatif aux mesures

p:Relatif à la paroi

r:Réfléchi

ref:Relatif à la fréquence

Exposant :

':Directionnel

°:Relatif au corps noir

 $\bar{\quad}$:Moyenne \sim :Complexe \cap :Hémisphérique



\cap :Hémisphérique directionnel

\cap :Directionnel hémisphérique

" :Bidirectionnelle

CHAPITRE 3 :

Symboles latins :

f:Fréquence de modulation

F:facteur de forme de la surface de l'échantillon et l'orifice

H:Fonction de transfert

K:Constante de la chaîne de mesure

L:Durée d'acquisition ou Luminance

n:Nombre d'observations

S(X):Ecart type estimé de la variable X

t:Temps

T:Température

U(t):Tension du signal infrarouge

$|\tilde{T}^4(f)|$:Amplitude à la puissance quatrième de la température

$|\tilde{U}(f)|$:Module de la transformée de Fourier du signal infrarouge

$u_c(X)$:Incertitude type composée du paramètre X

$u(X)$:Incertitude type du paramètre X

Symboles grecs :

\mathcal{E} :Emissivité

K :Constante propre à l'hémisphère

ρ :Réflectivité

σ :Constante de Stephan Boltzmann

Δf :résolution fréquentielle

Indices :

a:Apparent

a-R:Caractère apparent lorsque l'hémisphère est placé au dessus de la peinture d'Aluminium de type R

a-P:Caractère apparent lorsque l'hémisphère est placé au dessus de la peinture d'Aluminium de type P

a-PN:Caractère apparent lorsque l'hémisphère est placé au dessus de la peinture d'Aluminium de type PN

λ :Mesure spectrale

m:Relatif à l'hémisphère

Ni:Relatif au Nickel

P:Relatif à la peinture d'Aluminium déposée au rouleau

PN:Relatif à la peinture noire

R:Relatif à la peinture d'Aluminium déposée par pulvérisation

réf:Référence

T_c :Relatif au thermocouple

T:Température

Exposant :

$\bar{\quad}$:Moyenne

$^{\circ}$:Relatif au corps noir

\sim :Complexe

\cap :Directionnel



CHAPITRE 4 :

Symboles latins :

C:Chaleur spécifique

q:Puissance thermique

U(t):Tension du signal infrarouge

K:Constante de la chaîne de mesure

Symboles grecs :

λ :Conductivité thermique

δ :Capacité volumique

ε :Emissivité

γ :Chaleur volumique

ρ :Résistivité électrique

σ :Constante de Stephan Boltzmann

CHAPITRE 5 :

Symboles latins :

C:Chaleur spécifique

q:Puissance thermique

U(t):Tension du signal infrarouge

K:Constante de la chaîne de mesure

Symboles grecs :

λ :Conductivité thermique

δ :Capacité volumique

ε :Emissivité

γ :Chaleur volumique

ρ :Résistivité électrique

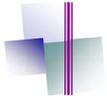
σ :Constante de Stephan Boltzmann

Indice :

°:optimal

~:Complexe

' :Directionnel



Introduction

Les transferts thermiques constituent une science de l'ingénieur par excellence en ce sens qu'ils interviennent dans tous les secteurs d'activité et, pratiquement, dans toutes les applications ; en effet, le phénomène thermique est un phénomène parasite irréversible qui intervient dès lors qu'il existe un écart de température dû à un processus chimique, mécanique, radiatif, nucléaire ou tout simplement à un chauffage. Le champ d'application va donc du conditionnement thermique du laser, à la fabrication d'une fonte de qualité, à l'austénitisation de tôle par laser, à la conception architecturale des immeubles et ateliers, compte tenu d'un environnement climatique et solaire, au fonctionnement d'une centrale nucléaire, à l'élaboration du verre, aux systèmes de réfrigération passifs, à la production de yaourt ou à la maîtrise de l'art culinaire. Cette liste est loin d'être exhaustive.

Avec le développement prodigieux des techniques modernes, il est devenu indispensable de posséder une sérieuse connaissance des lois du transfert thermique quel que soit le domaine d'étude car il est difficile de trouver une activité humaine où n'intervient pas un échange de chaleur. Sachant que le transfert de chaleur peut s'exercer selon trois mécanismes (conduction, rayonnement et convection) fort différents et souvent combinés, on peut prévoir que l'étude en sera plutôt complexe.

L'analyse du champ de température due aux divers phénomènes du transfert de chaleur dans un conducteur est fonction de plusieurs paramètres, entre autres les propriétés thermophysiques du matériau conducteur qui sont caractérisées par la conductivité thermique, la résistivité électrique.... Parmi ces propriétés thermophysiques, la connaissance des propriétés radiatives, en particulier celle de l'émissivité totale des matériaux opaques présente un intérêt majeur, soit pour étudier le comportement de systèmes thermiques, soit pour concevoir de nouveaux matériaux répondant à des critères particuliers.



Elle est en effet indispensable à la modélisation des transferts thermiques radiatifs. Elle conditionne aussi la faisabilité de diverses techniques de mesures de températures (pyrométrie, thermographie, etc.....).

L'émissivité dépend d'un grand nombre de facteurs, en particulier de la composition chimique du matériau, de l'état de sa surface ainsi que de la température, or il n'existe pas de loi générale prédictive permettant d'obtenir l'émissivité d'un matériau donné en fonction de ces facteurs.

Par ailleurs, on trouve, dans la littérature, des recueils de valeurs d'émissivité qui ne sont pas exhaustives, et pour un matériau donné, et dans des conditions données, les valeurs présentées peuvent être très dispersées [1]. De plus, la remise à jour des banques de données n'est pas toujours aussi rapide que l'apparition de nouveaux matériaux.

On voit donc bien la nécessité de procéder à la mesure de l'émissivité totale de matériaux opaques dans les conditions les plus proches des conditions in situ. L'influence des échanges radiatifs sur l'équilibre thermique d'un système n'est pas sensible uniquement aux hautes températures. En effet, à basses températures et autour de la température ambiante, les échanges convectifs et radiatifs peuvent être du même ordre de grandeur. La mise au point de techniques de mesure de l'émissivité totale de matériaux opaques autour de l'ambiante et à basse température est devenue nécessaire.

A cette fin, plusieurs auteurs ont classé les techniques de mesure de l'émissivité selon différents critères de mesure. Ainsi, d'après Hervé [2] les mesures d'émissivité peuvent être :

- directes (mesure de l'émission de rayonnement),
- ou indirectes (mesure de la réflectivité, de l'indice complexe, ou encore du flux échangé entre deux surfaces).

Une autre classification [3] est possible en fonction du paramètre mesuré :

- émissivité monochromatique directionnelle,
- ou émissivité totale hémisphérique.

Enfin, Sacadura [4] classe ces différentes techniques en deux catégories :

- les méthodes radiométriques (mesure du flux émis ou réfléchi par l'échantillon),
- et les méthodes calorimétriques (mesure du flux de chaleur perdu ou gagné par un échantillon isolé dans une enceinte à vide).



INTRODUCTION

La classification d'Hervé qui est la plus proche du choix de la méthode de mesure pour accomplir l'expérimentation, a été retenue pour l'élaboration de notre travail.

La présentation des techniques de mesure montre qu'il y a deux principales difficultés liées à la mesure directe de l'émissivité autour de l'ambiante et à basse température, qui ne sont pas résolues par les méthodes classiques, c'est-à-dire :

- L'influence du rayonnement ambiant réfléchi par l'échantillon,
- Et la nécessité de posséder une référence froide.

Pour contourner ces difficultés, la méthode radiométrique périodique associée à la méthode de l'hémisphère réfléchissant est choisie :

- La technique périodique permet de supprimer l'influence de la réflexion du rayonnement ambiant,
- La méthode de l'hémisphère appliquée à la radiométrie périodique permet de s'affranchir de l'utilisation d'un corps noir froid.

La méthode radiométrique périodique a été présentée la première fois par le Laboratoire d'Energétique et de Thermique Industrielle de l'Est Francilien (LETIEF) en 1991 pour la mesure de l'émissivité de revêtements minces à température ambiante. Elle a été étendue à l'étude de revêtements épais en 1996.

Lors de mon stage de D.E.A au sein de l'équipe du L.E.T.I.E.F, on s'est proposés d'étendre la méthode radiométrique pour des mesures d'émissivité de revêtements minces dans un domaine de température compris entre 0°C et 60°C. Une peinture a été testée dans ce domaine de température et les résultats obtenus montrent que cette peinture peut servir de référence secondaire pour l'étude d'un autre matériau, tel que le nickel.

L'étude de l'émissivité de matériaux divers en fonction de la température, en particulier ceux des métaux, est nécessaire. En effet, des corrélations entre l'émissivité totale et la température existent dans la littérature [5], mais aucune vérification expérimentale, à notre connaissance, n'a encore été effectuée aux basses températures. Ainsi, grâce aux mesures effectuées expérimentalement avec la méthode radiométrique, nous avons modélisé l'émissivité totale en fonction de la température.

Ceci nous amène à résoudre une équation non linéaire de transfert de chaleur (la non linéarité est due essentiellement à la dépendance entre l'émissivité et la température).



But du travail :

L'objectif de ce travail est de trouver une solution au problème non linéaire de transfert de chaleur dû à l'influence des propriétés thermophysiques – qui dépendent de la température - sur le matériau étudié c'est-à-dire que la non linéarité provient de la dépendance de la conductivité thermique, de la résistivité électrique et de la capacité volumique du conducteur en sachant que la dépendance principale est due à la corrélation entre l'émissivité et la température.

Ce problème n'ayant pas de solution exacte par les méthodes analytiques habituelles, nous nous proposons d'étudier l'équation non linéaire de transfert de chaleur dans un domaine bien défini à frontière irrégulière par des méthodes numériques. Parmi ces méthodes, celles qui s'adaptent le mieux à ce type de problèmes sont :

- ❖ La méthode aux différences finies,
- ❖ La méthode des éléments finis.

Mais cette dernière a certains avantages sur la méthode aux différences finies qui sont :

- Le partage du système étudié peut se faire en éléments de différentes tailles, ce qui avantage une étude plus précise de certaines régions plutôt que d'autres,
- L'adaptation est meilleure et sans grand effort aux frontières de forme irrégulière,
- L'adaptation est meilleure aux problèmes où les conditions aux limites font intervenir une dérivée (conditions aux limites du deuxième type à flux non nul ou du troisième type),
- L'adaptation est meilleure aux problèmes où les propriétés thermophysiques sont variables.

Mais la méthode des éléments finis permet seulement de résoudre des équations linéaires ou quasi linéaires. Or, dans notre problème, la non linéarité provient de la dépendance de la conductivité thermique, de la résistivité électrique, de la capacité volumique du conducteur et de l'émissivité en fonction de la température. Donc, ce problème n'est pas quasi linéaire mais totalement non linéaire. Il ne peut être résolu directement par la méthode des éléments finis classique. Ainsi, nous avons pensé à lui coupler une seconde méthode dite méthode de linéarisation optimale. Cette dernière servira à linéariser l'équation non linéaire c'est-à-dire à l'approximer par une équation linéaire optimale qui sera résolue par la méthode des éléments finis.



En résumé, nous procédons en deux étapes :

- La première étape consistera à élaborer une méthode variationnelle pour résoudre numériquement le problème non linéaire de transfert de chaleur, ceci en couplant la méthode de linéarisation optimale à la méthode des éléments finis.
- La seconde étape aura pour objectif de comparer les résultats obtenus précédemment avec les résultats « exacts » obtenus par une méthode itérative.

Position du problème :

Dans le cas général, le modèle mathématique non linéaire de transfert de chaleur par conduction dans un milieu homogène et isotrope prend la forme suivante :

$$\operatorname{div} (\lambda (T) \cdot \operatorname{grad} T) = c (T) \cdot \delta (T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - P (\Omega, T) \quad (1)$$

Dans le cadre de l'étude expérimentale qui va être détaillée au chapitre 3, la puissance thermique générée par les sources de chaleur est décrite par l'effet Joule et est donnée

par :

$$P (\Omega, t) = (J (T))^2 \cdot \rho (T) = \frac{(U (T))^2}{\rho (T)} \quad (2)$$

Où :

- $J(T)$ est la densité de courant électrique en $A \cdot m^{-2}$,
- $U(T)$ est la densité de tension électrique $V \cdot m^{-2}$
- $\rho(T)$ est la résistivité électrique en $\Omega \cdot m$.

La densité de tension électrique dépend doublement de la température et de l'émissivité qui dépend aussi de la température. La relation qui décrit cette densité est :

$$U (T) = \frac{K \cdot \sigma}{\pi} \cdot \varepsilon (T) \cdot T^4 \quad (3)$$

Tels que K est la constante de la chaîne de mesure (voir chapitre 3), σ est la constante de Stephan Boltzmann et $\varepsilon(T)$ est l'émissivité du matériau étudié.

Donc, la puissance thermique générée par les sources de chaleur s'écrit :

$$P (\Omega, T) = \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon (T)]^2}{\rho (T)} \cdot T^8 \quad (4)$$

A partir de ces données, l'équation non linéaire de la chaleur s'écrit :

$$\lambda (T) \cdot \nabla^2 T + \frac{d\lambda (T)}{dT} \cdot |\operatorname{grad} T|^2 = \gamma (T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon (T)]^2}{\rho (T)} \cdot T^8 \quad (5)$$



Nous considérons que :

$$\begin{aligned}\lambda(T) &= \lambda_0 \cdot (1 + \alpha' \cdot T) \\ \gamma(T) &= \gamma_0 \cdot (1 + \beta \cdot T) \\ \rho(T) &= \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T)\end{aligned}\tag{6}$$

$\varepsilon(T)$ prendra différentes formes qu'on va décrire au chapitre 2.

L'équation 5 est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned}T \Big|_{x=0} &= 304.15 + 274.85 \cdot \cos(0.05 \cdot \pi \cdot t) \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_0} + \frac{h}{\lambda_0} \cdot T(x_0) &= 0\end{aligned}\tag{7}$$

Où h est le coefficient d'échange de chaleur convective ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$).

Si les propriétés thermophysiques du matériau étudié sont constantes alors l'équation 5

devient linéaire et s'écrit :

$$\lambda_0 \cdot \nabla^2 T = \gamma_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{\varepsilon_0^2}{\rho_0} \cdot T^8\tag{8}$$

Elle est soumise aux mêmes conditions aux limites données par (7).

L'élaboration de cette étude se présente de la façon suivante :

Le premier chapitre est consacré à faire un rappel sur les différentes définitions se rapportant à l'étude de notre problème, à présenter une étude bibliographique concernant les diverses techniques existantes de mesure de l'émissivité totale, de traiter les conditions de validité de la méthode de l'hémisphère réfléchissant ainsi que de relater les précautions expérimentales nécessaires à la réalisation des mesures à basse température.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation du dispositif expérimental, à la présentation de la technique du traitement de signal employée et à la présentation des résultats obtenus sur la peinture noire et sur le nickel.

Le troisième chapitre est consacré à la résolution du problème non linéaire de transfert de chaleur dû à la dépendance de l'émissivité en fonction de la température par différentes méthodes, ceci en utilisant le couplage entre la méthode de linéarisation optimale et la méthode des éléments finis puis par une méthode itérative en s'appuyant sur le théorème du point fixe.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse et l'interprétation des résultats de la résolution du problème non linéaire de transfert de chaleur.

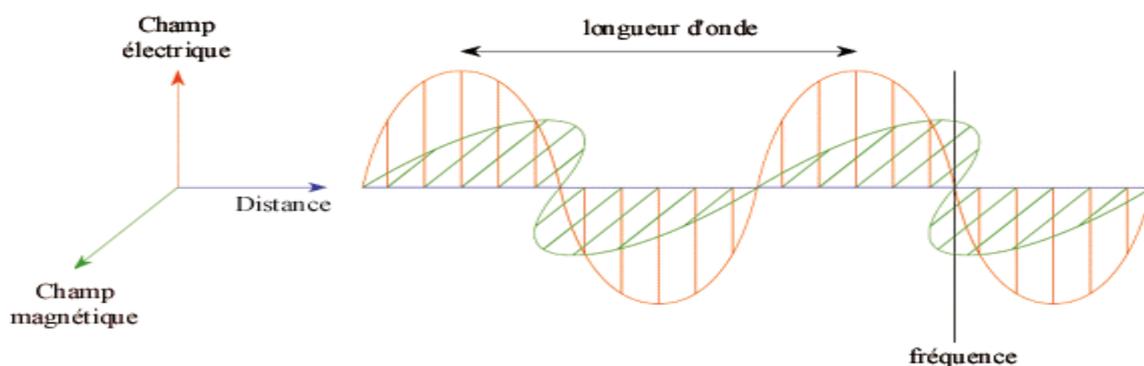


CHAPITRE 1

Etude bibliographique sur l'émissivité totale

Le rayonnement est fondamentalement différent des deux autres types de transfert de chaleur, en ce sens que les substances qui échangent de la chaleur n'ont pas besoin d'être en contact l'une avec l'autre. Elles peuvent même être séparées par le vide. La manifestation la plus commune de ce phénomène est celle du rayonnement solaire qui nous parvient sur la terre après avoir parcouru une distance considérable dans le vide spatial [6].

Le rayonnement est l'émission d'ondes électromagnétiques par un corps chauffé, une explication générale du phénomène étant fournie par la théorie quantique. En 1900, le physicien allemand Max Planck utilisa la théorie quantique et le formalisme mathématique de la mécanique statistique pour vérifier la loi fondamentale du rayonnement, dite loi de Stefan. L'expression mathématique de cette loi indique que la puissance totalement émise (toutes longueurs d'onde comprises) par un corps chauffé est proportionnelle à T^4 , T étant la température absolue (c'est-à-dire exprimée en °K) du corps. Seul un corps noir émet un rayonnement qui satisfait exactement à la loi de Planck, les corps réels émettant avec une puissance inférieure à celle que prévoit la loi de Stefan.



La contribution de toutes les fréquences à l'énergie de rayonnement est appelée pouvoir d'émission du corps : c'est la quantité d'énergie émise par unité de surface et par unité de temps. Le facteur de proportionnalité de la loi de Stefan est appelé constante de Stefan-Boltzman, du nom des deux physiciens autrichiens Josef Stefan et Ludwig Boltzmann, qui, respectivement, en 1879 et en 1884, découvrirent la relation entre le pouvoir d'émission et la température. Ainsi, plus la température est élevée, plus la puissance émise est importante. Outre l'émission, toutes les substances sont également capables d'absorber un rayonnement.

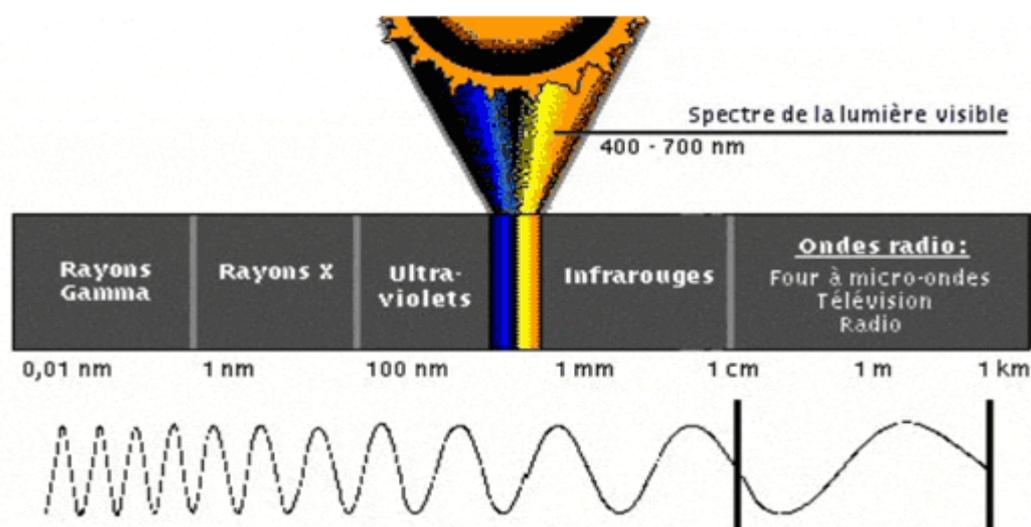


Les surfaces opaques peuvent absorber ou réfléchir les rayonnements incidents. En général, les surfaces mates et rugueuses absorbent mieux le rayonnement que les surfaces brillantes et polies. À l'inverse, les surfaces brillantes réfléchissent mieux le rayonnement que les surfaces mates. Les corps dotés d'un bon pouvoir d'absorption sont également de puissants émetteurs de chaleur, alors que les bons réflecteurs sont de mauvais émetteurs. Par exemple, les ustensiles de cuisine sont dotés de fonds mats pour une bonne absorption de la chaleur et de côtés polis pour une émission minimale, afin d'améliorer les transferts de chaleur.

On observe que les capacités d'absorption, de réflexion et de transmission d'une substance dépendent de la longueur d'onde du rayonnement incident. Le verre, par exemple, transmet de grandes quantités de rayonnement ultraviolet (ondes courtes), mais transmet mal le rayonnement infrarouge (ondes longues).

Le rayonnement fait intervenir un mécanisme physique qui est le rayonnement électromagnétique, dont la propagation est quasi instantanée, du moins à l'échelle des distances terrestres. Tous les corps solides, liquides ou gazeux émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de leur énergie interne.

Ce rayonnement thermique n'est pas une onde monochromatique. Il est composé de radiations de longueurs d'onde différentes, comprises entre 0,1 mm et 100 mm, donnant des spectres continus dans le cas des solides, ou des spectres de bandes dans le cas de certains gaz. Cette gamme de 0,1 mm à 100 mm ne représente qu'une toute petite portion du spectre des ondes électromagnétiques.



Le spectre électromagnétique



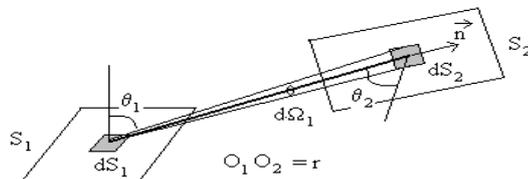
La propagation du rayonnement thermique s'effectue dans le vide en ligne droite, et à la vitesse de la lumière ($3 \cdot 10^8$ m/s), sans aucune diminution de l'énergie transportée. On dit, de ce fait, que le vide est un milieu parfaitement transparent.

La plupart des gaz simples (O_2 , H_2 , N_2) sont également des milieux parfaitement transparents. Par contre, certains gaz composés (en particulier CO_2 , H_2O , CO), sont en revanche dits partiellement transparents, car la propagation s'y accompagne d'une diminution de l'énergie transportée, ce qui accroît d'autant l'énergie interne du gaz traversé. Certains liquides et solides (plastiques, verres) entrent également dans cette catégorie.

La grande majorité des liquides et solides sont au contraire dits opaques, car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès leur surface. Un rayonnement incident Φ qui arrive sur un corps opaque, est en partie réfléchi (Φ_r), tandis que le reste est absorbé (Φ_a) sous forme de chaleur au voisinage de l'impact et enfin une partie est émise par ce corps opaque.

I – Définitions : [7]

A – Luminance monochromatique et luminance totale :



dS_1 et dS_2 sont des surfaces élémentaires respectivement des surfaces S_1 et S_2 de deux corps radiants. $O_1O_2 = r$ représente la distance entre les deux surfaces élémentaires.

Le flux énergétique monochromatique radiant $d^3\Phi_{O_{1x},\lambda}^I$ émis par la surface dS_1 en direction de la surface dS_2 (direction n , dans la bande monochromatique $[\lambda, \lambda + d\lambda]$) est égale à :

$$d^3\Phi_{O_{1x},\lambda}^I = L_{O_{1x},\lambda}^I \cdot dS_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot d\Omega_1 \cdot d\lambda \quad (1)$$

Où, par définition, $L_{O_{1x},\lambda}^I$ est la *luminance monochromatique* de la surface dS_1 et

où $d\Omega_1 = \frac{dS_2 \cdot \cos \theta_2}{r^2}$ est l'angle solide sous lequel est vu, de O_1 , la surface dS_2 .

De manière analogue, on définit la luminance monochromatique émise par la surface dS_2 en direction de la surface dS_1 . La *luminance totale*, dans la direction n , est définie par :

$$L_{O_{1x}}^I = \int_0^\infty L_{O_{1x},\lambda}^I \cdot d\lambda \quad (2)$$



ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'EMISSIVITE TOTALE

La quantité $d^2U = \frac{dS_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot dS_2 \cdot \cos \theta_2}{r^2}$ est appelée étendue spatiale élémentaire du

faisceau en Optique. Il est commode d'écrire le flux énergétique monochromatique, dans la direction n sous la forme :

$$d^3\Phi_{O_1O_2x,\lambda}^{1ou2} = L_{O_1O_2}^{1ou2} \cdot d^2U \cdot D\lambda$$

Et le flux énergétique (total) sous la forme :

$$d^3\Phi_{O_1O_2x,\lambda}^{1ou2} = L_{O_1O_2}^{1ou2} \cdot d^2U$$

B – Intensité monochromatique et intensité totale :

L'intensité monochromatique est définie par :

$$d^3\Phi_{O_1,x,\lambda}^1 = I_{O_1,x,\lambda}^1 \cdot d\Omega_1 \cdot d\lambda \quad (3)$$

Elle est liée à la luminance monochromatique par la relation :

$$I_{O_1,x,\lambda}^1 = L_{O_1x,\lambda}^1 \cdot dS_1 \cdot \cos \theta_1 \quad (4)$$

L'intensité totale est égale à :

$$I_{O_1,x}^1 = \int_0^\infty I_{O_1,x,\lambda}^1 \cdot d\lambda \quad (5)$$

C – Emission monochromatique et émission totale :

L'émission monochromatique est définie par :

$$M_{O_1x,\lambda}^1 = \int_{\text{demi-espace}} L_{O_1x,\lambda}^1 \cdot \cos \theta_1 \cdot d\Omega_1 \quad (6)$$

La quantité $d^2\Phi_{O_1,\lambda}^1 = M_{O_1,\lambda}^1 \cdot dS_1 \cdot d\lambda$ représente le flux énergétique monochromatique radiant émis par la surface dS_1 dans toutes les directions c'est à dire dans le demi-espace vu de dS_1 . L'émission totale est égale à :

$$M_{O_1x}^1 = \int_0^\infty M_{O_1x,\lambda}^1 \cdot d\lambda \quad (7)$$

D – Eclairage monochromatique et éclairage total :

L'éclairage monochromatique du récepteur situé en O_2 par l'émetteur situé en O_1 est défini par :

$$d^3\Phi_{O_1x,\lambda}^1 = E_{O_2x,\lambda}^2 \cdot dS_2 \cdot \cos \theta_2 \cdot d\lambda \quad (8)$$

Et l'éclairage total est défini par :

$$E_{O_2x}^2 = \int_0^\infty E_{O_2x,\lambda}^2 \cdot d\lambda \quad (9)$$

La relation $E_{O_2x,\lambda}^2 = L_{O_2x,\lambda}^2 \cdot \frac{dS_1 \cdot \cos \theta_1}{r^2}$ lie l'éclairage du récepteur et la luminance de l'émetteur.



II – Lois régissant l'émission du rayonnement thermique :

A – Relation entre luminance et émittance dans le cas d'une émission diffuse (ou isotrope) :

Lorsque l'émission est diffuse (ou isotrope), la luminance est indépendante de la direction n . On dit que la source émettrice obéit à la loi de Lambert.

$$M_{O_1, \lambda}^l = \int_{\text{demi-espace}} L_{O_1, \lambda}^l \cdot \cos \theta_1 \cdot d\Omega_1 = L_{O_1, \lambda}^l \int_0^{\pi/2} 2 \cdot \pi \cdot \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot d\theta_1 = \pi \cdot L_{O_1, \lambda}^l \quad (10)$$

La démonstration étant identique, émittance totale et luminance totale vérifie une relation de même forme, soit :

$$M_{O_1}^l = \pi \cdot L_{O_1}^l \quad (11)$$

B – Le corps noir :

L'émetteur " idéal " qui rayonnerait un maximum d'énergie à chaque température et pour chaque longueur d'onde est appelé *corps noir*. Nous verrons qu'on évalue l'énergie émise par les différents corps par comparaison à celle qu'émettrait le corps noir dans les mêmes conditions en introduisant un coefficient appelé *émissivité*.

a – Loi de Planck :

La luminance monochromatique s'exprime sous la forme :

$$L_{\lambda}^0 = \frac{2 \cdot h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{h \cdot c}{k \cdot \lambda \cdot T}\right) - 1} \quad (12)$$

Où $h = 6.6255 \cdot 10^{-34}$ J.s est la constante de Planck, $c = 2.996 \cdot 10^8$ m.s⁻¹ est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide et $K = 1.3805 \cdot 10^{-23}$ la constante de Boltzmann.

La luminance monochromatique du corps noir obéit à la loi de Lambert donnée par :

$$M_{\lambda}^0 = L_{\lambda}^0 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{h \cdot c}{k \cdot \lambda \cdot T}\right) - 1} \quad (13)$$

Où $2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 = 3.741 \cdot 10^{-16}$ W.m⁻³ et $\frac{h \cdot c}{k} = 0.014398$ m.K.

b – Approximations de la loi de Planck : (lois de Wien)

La formule de Planck peut être approchée par :

$$M_{\lambda}^0 = 2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5} \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot c}{k \cdot \lambda \cdot T}\right) \quad (14)$$

dite *formule de Wien* si $\lambda \cdot T \ll 14000 \mu\text{m} \cdot \text{K}$.

1^{ère} loi de Wien : $\lambda_m \cdot T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$

2^{ème} loi de Wien : $M_{\lambda_m}^0 = 1.287 \cdot 10^{-5} \cdot T^5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-3}$



ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉMISSIVITÉ TOTALE

Remarques : Le déplacement de λ_m vers les courtes longueurs d'onde, lorsque T croît, explique le fait que, pendant son échauffement, un corps n'émet d'abord que dans l'infrarouge (radiations non visibles), puis commence à rougir avant de blanchir ("chauffé au rouge" ou "chauffé à blanc").

Il n'y a pratiquement pas de recouvrement entre la partie utile du spectre du rayonnement solaire ($T \approx 5780 \text{ K}$) et celui d'un corps de température peu supérieure à l'ambiante; cette propriété est exploitée dans des applications de type serres, vérandas, capteurs solaires...

c – Loi de Stefan Boltzmann :

La luminance totale est obtenue par intégration à toutes les longueurs d'onde de la luminance monochromatique, soit :

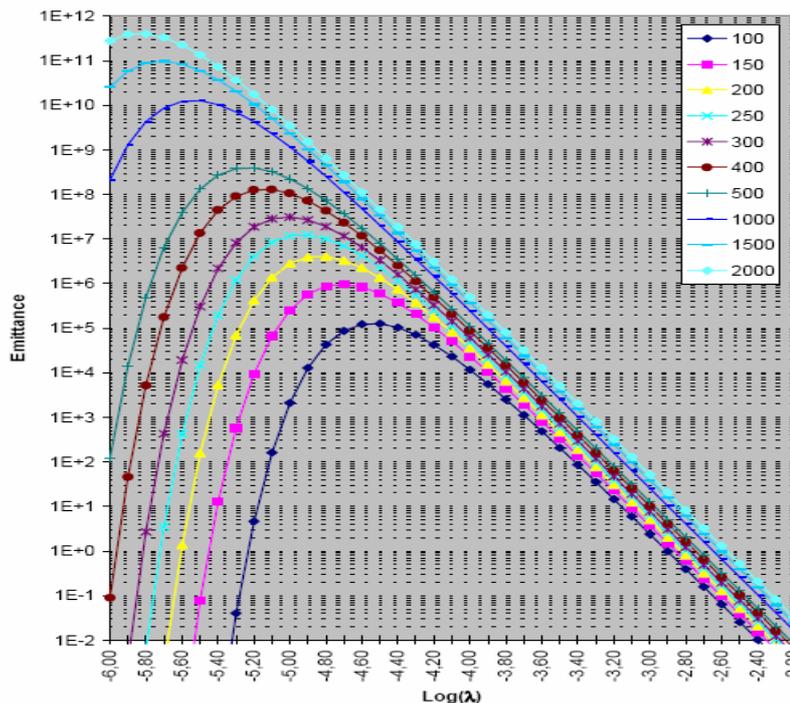
$$L^0 = \int_0^{\infty} \frac{2 \cdot \pi \cdot h \cdot c^2 \cdot \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{h \cdot c}{k \cdot \lambda \cdot T}\right) - 1} \cdot d\lambda = \frac{\sigma}{\pi} \cdot T^4 \quad (15)$$

L'émittance totale étant égale à : $M^0 = \sigma T^4 \quad (16)$

Ces relations constituent la *loi de Stefan Boltzmann*.

$$\sigma = \frac{2 \cdot \pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot c^2 \cdot h^3} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ w.m}^{-2} \text{ k}^{-4} \text{ est la constante de Stefan Boltzmann.}$$

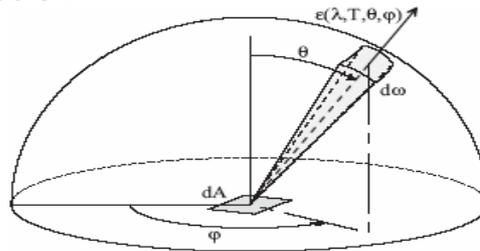
La loi de Stefan Boltzmann peut être trouvée par des considérations de Thermodynamique classique. L'accord entre résultats théorique et expérimental est excellent puisque expérimentalement on s'accorde sur $\sigma = 5.7210^{-8} \text{ w.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.



Variation de l'émittance d'un corps noir en fonction de la longueur d'onde pour différentes températures (en degré Kelvin).



C – Emission des corps réels :



L'*émissivité* caractérise la façon dont un corps réel émet de l'énergie par rapport au modèle du corps noir. Elle est fonction de la longueur d'onde λ , de la température T et de la direction d'observation (φ, θ) (figure ci-dessus). L'émissivité est habituellement mesurée expérimentalement. L'*émissivité spectrale directionnelle* est définie comme le rapport entre la luminance d'un corps réel et la luminance du corps noir équivalent dans les mêmes conditions :

$$\varepsilon(\lambda, T, \varphi, \theta) = \frac{L(\lambda, T, \varphi, \theta)}{L_{cn}(\lambda, T)} \quad (17)$$

Considérant le comportement lambertien de la répartition de luminance du corps noir, l'émissivité peut être exprimée en fonction de l'émittance du corps noir :

$$\varepsilon(\lambda, T, \varphi, \theta) = \frac{L(\lambda, T, \varphi, \theta)}{\pi \cdot B(\lambda, T)} \quad (18)$$

L'*émissivité totale* est obtenue par intégration sur tout le spectre :

$$\varepsilon(T, \varphi, \theta) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\lambda, T, \varphi, \theta) \cdot d\lambda \quad (19)$$

Définitions :

- Corps gris : l'émissivité est indépendante de la longueur d'onde.
- Corps à émission diffuse (ou isotrope) : l'émissivité est indépendante de la direction.
- Corps gris et diffusant : l'émissivité est indépendante de la longueur d'onde et de la direction.

Remarque : sauf précision contraire, nous ne considérerons que des corps gris diffusants.

III – Réflexion, absorption et transmission du rayonnement par un corps :

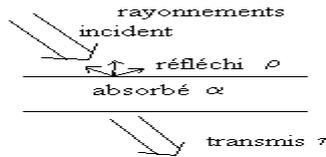
Lorsqu'un rayonnement incident tombe sur la surface d'un corps, une fraction ρ' de son énergie est réfléchi sans pénétrer, une fraction α est absorbée et transformée en énergie interne, une fraction τ est transmise (traverse le corps).

La conservation de l'énergie impose $\alpha + \rho' + \tau = 1$.

Cette relation est vraie pour un rayonnement incident directionnel ou hémisphérique, monochromatique ou total.



ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'ÉMISSIVITÉ TOTALE



A – Remarques :

Les surfaces parfaitement lisses, polies, ont une réflexion *spéculaire* qui obéit à la loi de Descartes (miroir). Les formules de Fresnel permettent de calculer ρ'_λ . Au contraire les surfaces très rugueuses, parfaitement dépolies, réfléchissent le rayonnement de manière diffuse (dans toutes les directions) ; le rayonnement réfléchi est, dans ce cas, lambertien (la luminance du rayonnement réfléchi est indépendante de la direction). Les corps réels sont intermédiaires entre ces deux extrêmes.

La notion de transmission est liée à la longueur d'onde et à l'épaisseur du matériau traversé. Ainsi, un verre d'épaisseur ordinaire est pratiquement transparent dans le domaine du visible ($\tau > 0.9$) et pratiquement opaque à l'infrarouge ($\tau \approx 0$ pour $\lambda \geq 3 \cdot \mu m$).

B – Réalisation d'un corps noir :

On considère une enceinte creuse opaque à température $T_E = T$. Tout élément intérieur dS_E de cette enceinte émet des rayonnements qu'elle " finit " par absorber puisqu'elle est opaque $\alpha = 1$ et $\alpha_{\pi, \lambda} = 1$. Pour respecter l'équilibre thermique de cette enceinte, il convient qu'elle émette autant qu'elle absorbe $\varepsilon = \alpha = 1$. Une enceinte creuse opaque est un *corps noir*. Dans la pratique, on perce un petit orifice vers l'extérieur.



C – Relation entre absorption et émission : loi de Kirchhoff

On place à l'intérieur de l'enceinte un corps à température $T_c = T$ c'est à dire en équilibre thermique avec l'enceinte. Le flux radiatif absorbé par l'élément dS_c du corps en provenance de l'enceinte est égal à :

$$\begin{aligned}
 d\Phi_\alpha &= \int_{\alpha, \lambda} \alpha_{n, \lambda}(T_E) \cdot L_\lambda^0(T_E) \cdot \frac{dS_c \cdot \cos \theta_c \cdot dS_E \cdot \cos \theta_E}{r^2} \cdot d\lambda \\
 &= dS_c \cdot \int_0^\infty L_\lambda^0(T_E) \cdot \left(\int_E \alpha_{n, \lambda}(T_E) \cdot \frac{dS_c \cdot \cos \theta_c \cdot dS_E \cdot \cos \theta_E}{r^2} \right) \cdot d\lambda
 \end{aligned} \tag{20}$$

Le flux radiatif émis par l'élément dS_c du corps en direction de l'enceinte est égal à :



$$d\Phi_\varepsilon = \int_{\varepsilon, \lambda} \alpha_{n, \lambda}(T_c) \cdot L_\lambda^0(T_c) \cdot \frac{dS_c \cdot \cos \theta_c \cdot dS_E \cdot \cos \theta_E}{r^2} \cdot d\lambda \quad (21)$$

$$= dS_c \cdot \int_0^\infty L_\lambda^0(T_E) \cdot \left(\int_E \alpha_{n, \lambda}(T_c) \cdot \frac{dS_c \cdot \cos \theta_c \cdot dS_E \cdot \cos \theta_E}{r^2} \right) \cdot d\lambda$$

Le corps est en équilibre thermique $d\Phi_\alpha = d\Phi_\varepsilon$ et par suite

$$\alpha_{\pi, \lambda}(T_E = T) = \varepsilon_{\pi, \lambda}(T_c = T) \text{ puisque } T_E = T_c = T.$$

Par intégration, cette relation est vraie pour les coefficients d'absorption et les émissivités hémisphériques monochromatiques ou totaux, soient

$$\alpha_\lambda(T_E = T) = \varepsilon_\lambda(T_c = T) \text{ et } \alpha(T_E = T) = \varepsilon(T_c = T).$$

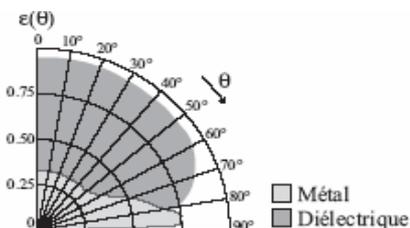


IV – Etude bibliographique sur l'émissivité des métaux :

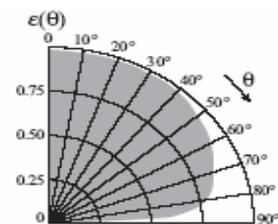
L'utilisation de l'émissivité permet d'obtenir la luminance d'un corps dans une direction particulière en fonction de celle du corps noir. Soit un corps P à une température T , d'émissivité $\varepsilon(\lambda, T, \varphi, \theta)$, on écrira sa luminance dans la fenêtre spectrale $[\lambda_a, \lambda_b]$ pour une direction d'incidence définie par les angles (φ, θ) de la façon suivante :

$$L_P(\lambda, T, \varphi, \theta) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} \varepsilon(\lambda, T, \varphi, \theta) \cdot \frac{dB(\lambda, T)}{d\lambda} \cdot d\lambda \quad (22)$$

L'émissivité dépend de l'angle d'incidence de la direction d'observation, cependant une hypothèse est ici réalisée quant à la faible variation de l'émissivité en fonction du paramètre φ . Nous représentons donc la variation de l'émissivité suivant l'élévation de la direction d'incidence θ . En règle générale l'émissivité suit la loi de Lambert (diffusion parfaite) uniquement dans le cas d'angles d'incidences inférieurs à 40° dans le cas des métaux, et inférieurs à 60° pour les diélectriques. Au-delà de ces valeurs, l'émissivité chute rapidement, avec une légère remontée dans le cas des métaux (voir figure). Par exemple, dans le domaine infrarouge, la surface de l'eau se comporte presque comme un corps noir dans le cas d'angle d'incidence élevé et admet une émissivité quasi nulle pour les incidences rasantes (voir figure).



Variation générale de l'émissivité des métaux et des Diélectriques en fonction de l'angle d'incidence θ .



Variation de l'émissivité de l'eau à $\lambda=10\mu\text{m}$ en fonction de l'angle d'incidence θ .



Les métaux admettent généralement une émissivité peu élevée qui augmente fortement avec la température. De plus, la présence d'oxydation sur les métaux augmente considérablement leur émissivité. Il existe une relation donnant l'émissivité spectrale $\varepsilon_\lambda(T)$ et l'émissivité totale $\varepsilon(T)$ en fonction de la température pour les différents métaux :

$$\varepsilon_\lambda(T) = 0.365 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 293)]}{\lambda}} - \frac{0.0667 \cdot \rho \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 293)]}{\lambda} + 0.006 \cdot \left[\frac{\rho \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 293)]}{\lambda} \right]^{1/2} \quad (23)$$

$$\varepsilon(T) = 0.5737 \cdot \sqrt{\rho \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 293)]} \cdot T^{1/2} - 0.1769 \cdot \rho \cdot [1 + \alpha \cdot (T - 293)] \cdot T$$

Où ρ est la résistivité du métal à 20°, α le coefficient de variation thermique de la résistivité, et T la température en °K.

On se consacrera par la suite à l'étude de l'émissivité du Nickel. Dans la littérature, on peut trouver quelques valeurs de l'émissivité totale normale du Nickel :

Lorsque la surface du Nickel est polie, sa valeur varie entre 0.05 et 0.07 à la température ambiante selon De Vriendt [8].

Lorsque la surface du Nickel est oxydée, sa valeur varie entre 0.59 et 0.86 dans une gamme de température comprise entre 650°C et 1255°C, selon Modest [5].

A – Rappel sur les équations de Maxwell :

Les équations de Maxwell [9] sont utilisées pour décrire l'interaction onde électromagnétique matière pour un milieu isotrope se trouvant dans le vide. Ces équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \nabla \times H &= \gamma' \cdot \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{E}{\rho} \rightarrow (a) \\ \nabla \times E &= -\mu \cdot \frac{\partial H}{\partial t} \rightarrow (b) \\ \nabla \cdot E &= 0 \rightarrow (c) \\ \nabla \cdot H &= 0 \rightarrow (d) \end{aligned} \quad (24)$$

Où \vec{H} et \vec{E} sont les champs magnétique et électrique, γ' la permittivité électrique du milieu, ρ la résistivité électrique du milieu et μ la perméabilité du milieu.

Pour un milieu où la conductivité est finie, la solution des équations de Maxwell est :

$$E_y = E_{yM} \exp \left\{ i\omega \left[t - (n - ik) \cdot \frac{x}{c_0} \right] \right\} \quad (25)$$

Où n et k sont respectivement l'indice de réfraction réel et l'indice d'extinction. En remplaçant la solution (2) dans l'équation (1.a) et en prenant $E = \mu \cdot H$, ces indices sont donnés par les relations suivantes :



$$n^2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \mu \cdot c_0^2}{2} \left\{ 1 + \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{2 \cdot \pi \cdot c_0 \cdot \rho \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (26)$$

$$k^2 = \frac{\varepsilon_0 \cdot \mu \cdot c_0^2}{2} \left\{ 1 + \left[-1 + \left(\frac{\lambda_0}{2 \cdot \pi \cdot c_0 \cdot \rho \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (27)$$

Où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide.

B – Théorie de l'électron libre (modèle de Drude simplifié) :

Pour les métaux, l'étude de l'interaction onde électromagnétique – matière se réduit à celle de l'interaction onde électromagnétique – électron de conduction. Les électrons de conduction ne sont pas liés au noyau et peuvent se déplacer au sein du métal.

De plus, ils sont soumis à l'action d'un potentiel constant. Les variations de potentiel au voisinage des noyaux sont négligées. Cette étude [10] conduit à l'équation de mouvement d'une charge soumise à un champ électrique E de pulsion ω donnée par :

$$F = e \cdot E = m \cdot \left(\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_\tau \cdot \frac{dx}{dt} \right) \quad (28)$$

D'où, l'expression du moment dipolaire \vec{P} :

$$P = \frac{e^2}{m \cdot (-\omega^2 + j \cdot \omega \cdot \omega_\tau)} \cdot E \quad (29)$$

Où ω_τ , la fréquence de relaxation des électrons, est liée au temps de relaxation τ (temps moyen entre deux collisions) par l'expression :

$$\omega_\tau = \frac{1}{\tau} \quad (30)$$

On définit la fréquence Plasma par la relation :

$$\omega_p^2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot N \cdot e^2}{m} \quad (31)$$

C – Relations entre l'émissivité et la température :

La première tentative pour établir une relation entre l'émissivité et la température est réalisée par Aschkinass [11] pour les métaux, et pour des longueurs d'onde relativement longues (pour $\lambda_0 \geq 5 \mu m$). Il fait l'hypothèse que dans les relations (3) et (4) le

terme $\left(\frac{\lambda_0}{2 \cdot \pi \cdot c_0 \cdot \rho \cdot \varepsilon_0} \right)$ est toujours dominant, et les relations (3) et (4) se réduisent alors à :

$$n = k = \sqrt{\frac{\lambda_0 \cdot \mu \cdot c_0}{4 \cdot \pi \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{30 \cdot \lambda_0}{\rho}} \quad (32)$$

Où λ_0 est en mètre et ρ est en Ohm mètre. Si λ_0 est en micromètre et ρ est en Ohm centimètre, l'équation (5) devient :

$$n = k = \sqrt{\frac{0.003 \cdot \lambda_0}{\rho}} \quad (33)$$



Avec cette dernière simplification, l'émissivité monochromatique normale du métal s'écrira :

$$\varepsilon'_{\lambda,n} = \frac{4 \cdot n}{2 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 1} \quad (34)$$

On simplifie la relation (7) en un développement en série pour obtenir :

$$\varepsilon'_{\lambda,n} = \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3} - \frac{1}{2 \cdot n^5} + \frac{1}{2 \cdot n^6} - \dots \quad (35)$$

En général, on ne garde que le premier terme de la série pour obtenir la relation de Hagen – Rubens donnée par :

$$\varepsilon'_{\lambda,n} \approx \frac{2}{n} = \frac{2}{\sqrt{0.003 \cdot \lambda_0 / \rho}} \quad (36)$$

L'intégration de l'émissivité normale donnée par (9) s'écrit :

$$\varepsilon'_n = \frac{\pi \int_0^\infty \varepsilon'_{\lambda,n} \cdot L \cdot d\lambda}{\sigma \cdot T^4} \quad (37)$$

Où L est la luminance émise par le matériau.

D'après Aschkinass [11], l'équation (8) est toujours valide pour les longueurs d'ondes supérieures à 5µm. En substituant (9) dans (10), on aura :

$$\begin{aligned} \varepsilon'_n &= \frac{\pi \int_0^\infty 2 \cdot (\rho / 0.003 \cdot \lambda_0)^{1/2} \cdot \left\{ 2 \cdot C_1 / [\lambda^5 \cdot (\exp(C_2 / \lambda \cdot T) - 1)] \right\} \cdot d\lambda}{\sigma \cdot T^4} \\ &= \frac{4 \cdot \pi \cdot C_1 \cdot (\rho \cdot T)^{1/2}}{(0.003)^{1/2} \cdot \sigma \cdot T^{9/2}} \cdot \int_0^\infty \frac{\xi^{7/2}}{e^\xi - 1} \cdot d\xi \end{aligned} \quad (38)$$

Où $\xi = C_2 / \lambda_0 \cdot T$. L'intégration est effectuée en utilisant les fonctions Γ pour obtenir :

$$\varepsilon'_n \approx \frac{4 \cdot \pi \cdot C_1 \cdot (\rho \cdot T)^{1/2}}{(0.003)^{1/2} \cdot \sigma \cdot C_2^{9/5}} \cdot (12.27) = 0.576 \cdot (\rho \cdot T)^{1/2} \quad (39)$$

En additionnant les termes de la relation (8) ont aura alors :

$$\varepsilon'_n = 0.576 \cdot (\rho \cdot T)^{1/2} - 0.177 \cdot (\rho \cdot T) + 0.058 \cdot (\rho \cdot T)^{3/2} - \dots \quad (40)$$

Cette relation ne peut pas être généralisée car l'hypothèse donnée par Aschkinass [11] n'est pas valable pour tous les métaux puisque, dans la littérature [12], on trouve des données contradictoires avec l'hypothèse :

Pour le Nickel : n = 7.11 et k = 38.3 pour $\lambda = 10.33 \mu m$.

En 1915, Foote [13] utilise les calculs d' Aschkinass [11] pour trouver l'émissivité totale normale du Platine. Il obtient la relation suivante :

$$\varepsilon_n = 0.576 \cdot (\rho \cdot T)^{1/2} - 0.178 \cdot (\rho \cdot T) + 0.044 \cdot (\rho \cdot T)^{3/2} \quad (41)$$

Où ρ est la résistivité électrique en Ohm.cm. Après une étude expérimentale, il a constaté que, pour le Platine, les valeurs théoriques et expérimentales sont en bon accord.



En 1924, Davisson et Weeks et All [14] ont repris les travaux de Foote [13], et appliquent pour la première fois le modèle de l'électron libre de Drude [10] en posant comme hypothèse $\omega \cdot \tau \ll 1$ pour décrire les propriétés infrarouges des métaux. Ils ont abouti à la relation suivante :

$$\varepsilon_n = 0.751 \cdot (\rho \cdot T)^{1/2} - 0.178 \cdot (\rho \cdot T) + 0.670 \cdot (\rho \cdot T)^{3/2} - 0.607 \cdot (\rho \cdot T)^2 \dots \quad (42)$$

Davisson et Weeks [15] ont examiné la convergence de la série de ε_n et trouvent, pour le Platine, que :

Si $(\rho \cdot T) < 0.075$ Ohm.cm.K, l'erreur relative est de 1% pour une approximation du troisième ordre et de 0.5% pour une approximation du quatrième ordre.

Si $(\rho \cdot T) = 0.1$ Ohm.cm.K, l'erreur relative est supérieure à 1%.

En 1967, Edwards et Bayard de Volo [16] proposèrent un modèle sur la constante diélectrique dans lequel intervenaient deux ou plusieurs types de porteurs de charges. Pour chaque type de charge i de porteur de charge, ils définissent deux longueurs d'onde caractéristiques définies par :

$$\lambda_{i1} = \frac{m_i \cdot \pi \cdot c^2}{N_i \cdot e_i^2} \text{ et } \lambda_{i2} = \frac{2 \cdot m_i \cdot \pi \cdot c \cdot \sigma_i}{N_i \cdot e_i^2} \quad (43)$$

Où e_i sont les charges électriques de masse m_i et créant par collision avec le réseau une résistivité électrique égale à $1/\sigma_i$.

Pour deux types de porteur et lorsque $\lambda \gg \lambda_{11}$ et $\lambda_{12}^2 \gg \lambda_{22}^2$, l'émissivité monochromatique est donnée par :

$$\varepsilon_\lambda = A \cdot \sqrt{\frac{(1 + \lambda^2 / \lambda_{12}^2)^{1/2} - 1}{\lambda^2 + 2 \cdot \lambda_{12}^2}} + \frac{B}{C + \lambda^2} \quad (44)$$

Où A, B et C sont indépendants de λ mais dépendent de la température.

En intégrant l'expression (44), on obtient :
$$\varepsilon(T) = \int_0^\infty \varepsilon(\lambda, T) \cdot \frac{(C_1/\sigma) \cdot \lambda^{-5} \cdot T^{-4}}{\exp(C_2/\lambda \cdot T)} \cdot d\lambda \quad (45)$$

Ces auteurs obtiennent, en opérant diverses simplifications, une émissivité totale donnée par la relation :

$$\varepsilon(T) = A \cdot \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{0.0078 \cdot c_2^2}{\lambda_{12}^2 \cdot T^2}\right) - 1}{\frac{0.0039 \cdot c_2^2}{\lambda_{12}^2 \cdot T^2}}} + \frac{18.6 \cdot \left(\frac{B \cdot T^2}{C_2^2}\right)}{1 + 18.6 \cdot \left(\frac{C \cdot T^2}{C_2^2}\right)} \quad (46)$$



V – Effets photoélectriques : [17]

Les effets photoélectriques sont les effets qui résultent de l'interaction entre la conduction thermique et la conduction électrique. Ils ont été étudiés par l'Allemand T. Seebeck en 1822, le Français J. Peltier en 1834 et le Britannique W. Thomson (Lord Kelvin) en 1854. Onsager, physicien Américain d'origine Norvégienne, a proposé une théorie macroscopique du couplage linéaire de phénomènes irréversibles, tels que la diffusion thermique, la conduction électrique, la diffusion des particules etc. Elle fut élaborée en 1831 à partir de l'hypothèse d'une relation linéaire entre les courants volumiques et les forces thermodynamiques. En raison de son importance dans l'étude des phénomènes irréversibles, cette hypothèse est parfois appelée quatrième principe de la thermodynamique. Il propose des relations, entre les courants et les forces, qui s'écrivent dans le cas des effets thermoélectriques :

$$\begin{aligned} J_u &= L_{uu} \cdot \text{grad} \left(\frac{I}{T} \right) - L_{ue} \cdot \text{grad} \left(\frac{V}{T} \right) \\ J_e &= L_{eu} \cdot \text{grad} \left(\frac{I}{T} \right) - L_{ee} \cdot \text{grad} \left(\frac{V}{T} \right) \end{aligned} \quad (47)$$

A – Relations entre Les différents coefficients :

a) coefficient thermoélectrique ϵ : (Coefficient de Seebeck)

En circuit ouvert, $J_e = 0$. Par conséquent : $\text{grad} \Phi = -\chi \cdot \text{grad} T$ (48)

Où $\chi = \frac{L_{eu} - L_{ee} \cdot \Phi}{T \cdot L_{ee}}$ est le Coefficient de Seebeck.

b) Expression de la conductivité thermique λ :

D'après ce qui précède, l'expression de J_u , en circuit ouvert, est la suivante :

$$J_u = - \frac{L_{uu} - \Phi \cdot L_{ue} - T \cdot L_{ue} \cdot \chi}{T^2} \cdot \text{grad} T \quad (49)$$

En identifiant J_u à $-\lambda \text{ grad } T$, on obtient : $\lambda = \frac{L_{uu} - (\Phi + \chi \cdot T) \cdot L_{ue}}{T^2}$ (50)

Si on explicite χ , on trouve, en tenant compte de l'égalité $L_{ue} = L_{eu}$:

$$\lambda = \frac{L_{uu} \cdot L_{ee} - L_{ue}^2}{L_{ee} \cdot T^2} \quad (51)$$

c) Coefficients d'Onsager en fonction des coefficients λ , γ et χ :

Exprimons les différents coefficients d'Onsager en fonction de la conductivité thermique λ , de la conductivité électrique γ et du coefficient de Seebeck χ . On a :

$$(J_e)_T = - \frac{L_{ee}}{T} \cdot \text{grad } \Phi = -\gamma \cdot \text{grad } \Phi \quad (52)$$



D'où : $L_{ee} = \gamma T$.

Il en résulte : $\chi \cdot \gamma = \frac{L_{eu} - \Phi \cdot L_{ee}}{T^2}$ (a) et $L_{eu} = L_{ue} = \gamma \cdot T \cdot (\chi \cdot T + \Phi)$ (b) (53)

En outre : $L_{uu} = \lambda \cdot T^2 + \frac{L_{ue}^2}{L_{ee}} = \lambda \cdot T^2 + \gamma \cdot T \cdot (\chi \cdot T + \Phi)^2$ (54)

Remplaçons, dans les relations d'Onsager initiales, relatives au couplage thermoélectrique, les coefficients L_{uu} , L_{ee} et L_{ue} par ces nouvelles expressions. Il vient :

$$J_u = \left[\lambda \cdot T^2 + \gamma \cdot T \cdot (\chi \cdot T + \Phi)^2 \right] \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - \gamma \cdot T \cdot (\chi \cdot T + \Phi) \cdot \text{grad} \left(\frac{\Phi}{T} \right) \quad (55)$$

$$J_e = \gamma \cdot T \cdot (\chi \cdot T + \Phi) \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - \gamma \cdot T \cdot \text{grad} \left(\frac{\Phi}{T} \right)$$

Notons que J_u et J_e sont reliés par une équation. En effet, si on élimine $\text{grad} (\Phi/T)$ entre les deux expressions initiales des courants volumiques, on obtient :

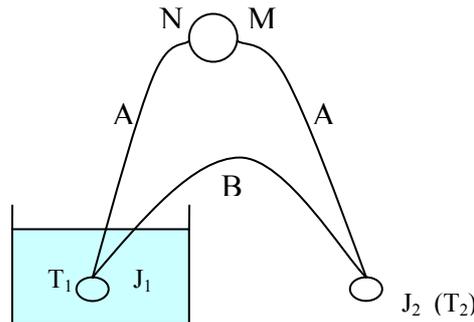
$$J_u = L_{uu} \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) - L_{ue} \cdot \text{grad} \left(\frac{\Phi}{T} \right) = L_{uu} \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{L_{ue}}{L_{ee}} \cdot \left[J_e - L_{eu} \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) \right]$$

Soit : $J_u = \left(L_{uu} - \frac{L_{ue}^2}{L_{ee}} \right) \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{T} \right) + \frac{L_{ue}}{L_{ee}} \cdot J_e$

On en déduit : $J_u = -\lambda \cdot \text{grad}T + (\chi \cdot T + \Phi) \cdot J_e$ (56)

B – Effet Seebeck :

a) Définition : On appelle *effet Seebeck* l'apparition d'une force électromotrice E_S , appelée f.e.m de Seebeck, aux bornes M et N d'un dipôle, constitué de deux conducteurs A et B formant deux jonctions J_1 et J_2 , maintenues à des températures différentes T_1 et $T_2 = T_1 + \Delta T$.



b) Expression de la f.e.m de Seebeck : On exprime l'existence de la f.e.m E_S

Par celle d'un champ électrique dans un conducteur ouvert, siège d'un gradient de température. En effet, ce dipôle étant ouvert, on a :

$$J_e = 0 \quad \text{d'où} \quad E = -\text{grad} \Phi = \chi \cdot \text{grad}T \quad (57)$$

Par conséquent, la force électromotrice E_S aux bornes du dipôle, dont les extrémités M et N sont à la température ambiante T_0 , a pour expression :

$$E_S = \Phi(M) - \Phi(N) = \int_N^{J_1} d\Phi + \int_{J_1}^{J_2} d\Phi + \int_{J_2}^M d\Phi \quad (58)$$



Ce qui s'écrit, puisque $d\Phi = -\chi dT$:

$$E_S = \int_{T_0}^{T_1} (-\chi_A) \cdot dT + \int_{T_1}^{T_2} (-\chi_B) \cdot dT + \int_{T_2}^{T_0} (-\chi_A) \cdot dT = \int_{T_1}^{T_2} (\chi_A) \cdot dT + \int_{T_1}^{T_2} (-\chi_B) \cdot dT$$

En regroupant les termes extrêmes. Ainsi :

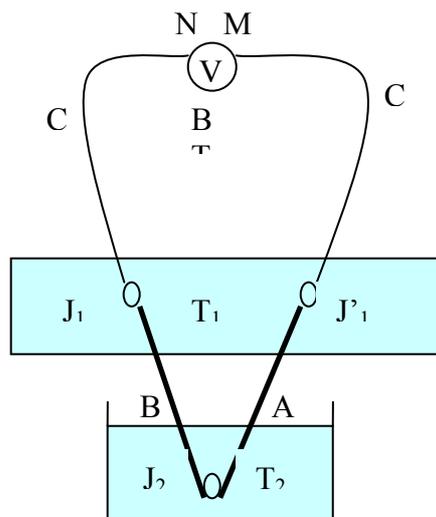
$$E_S = \int_{T_1}^{T_2} (\chi_A - \chi_B) \cdot dT \quad (59)$$

Ordre de grandeur : Pour un métal $\chi \sim 10 \mu\text{V.K}^{-1}$, alors que pour un semi-conducteur $\chi \sim 1 \text{ mV.K}^{-1}$; c'est pour cette raison que l'on associe souvent un métal et un semi-conducteur.

c) Thermocouple : L'effet Seebeck est à la base de la réalisation des

Thermocouples, instruments très utiles en thermométrie. On impose la valeur de la température de l'une des jonctions et on étalonne le thermocouple afin d'établir la dépendance de la force électromotrice E_S avec la différence de température ΔT entre les deux jonctions.

Très souvent, le thermocouple entre les conducteurs A et B comporte trois jonctions dont deux sont formées à l'aide d'un troisième conducteur C.



Ce montage permet d'utiliser un fil de cuivre ordinaire pour relier le thermocouple au circuit de mesure. Les températures C – B en J_1 et C – A en J'_1 sont égales.

La tension entre les bornes N et M du conducteur C, à la même température T_0 , est la même que précédemment. En effet :

$$E_S = \Phi(M) - \Phi(N) = \int_N^{J_1} d\Phi + \int_{J_1}^{J_2} d\Phi + \int_{J_2}^{J'_1} d\Phi + \int_{J'_1}^M d\Phi$$

Ce qui donne :

$$E_S = \int_{T_0}^{T_1} (-\chi_C) \cdot dT + \int_{T_1}^{T_2} (-\chi_B) \cdot dT + \int_{T_2}^{T_1} (-\chi_A) \cdot dT + \int_{T_1}^{T_0} (-\chi_C) \cdot dT$$

On en déduit :

$$E_S = \int_{T_1}^{T_2} (\chi_A - \chi_B) \cdot dT \quad (60)$$



ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'EMISSIVITE TOTALE

En général, la fonction $E_S(\Delta T)$ n'est pas linéaire ; on met alors $E_S(\Delta T)$ sous forme polynomiale suivante :

$$E_S(\Delta T) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot \Delta T^i \quad (61)$$

Très souvent, on limite aux deux premiers termes :

$$E_S(\Delta T) = a_1 \cdot \Delta T + a_2 \cdot \Delta T^2 \quad (62)$$

Par exemple, pour un thermocouple Chromel-Alumel, dans la plage de température [3 °K - 273 °K], les coefficients a_1 et a_2 valent respectivement :

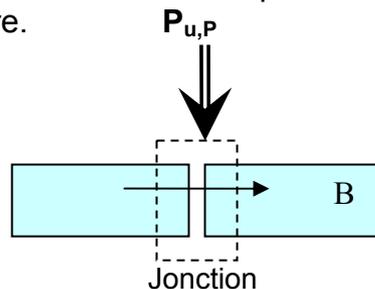
$$a_1 = 39.45 \mu V \cdot K^{-1} \text{ et } a_2 = 2.36 \times 10^{-2} \mu V \cdot K^{-2}$$

d) Thermopile : Les thermopiles sont généralement constituées d'un ensemble de thermocouples identiques disposés en série; les soudures paires sont maintenues à une température de référence et les autres à température ambiante. La f.e.m de la thermopile est alors la somme des f.e.m des thermocouples.

C – Effet Peltier :

a) Définition : L'effet Peltier est l'effet thermique, autre que l'effet Joule, qui

Accompagne le passage d'un courant électrique à travers la jonction entre deux métaux A et B, à la même température.



A l'échelle microscopique, on l'interprète simplement : les porteurs de charges qui assurent la conduction électrique transportent aussi de l'énergie cinétique d'agitation ; comme le rapport entre le transport électrique et le transport thermique change d'un matériau à l'autre, il en résulte un effet thermique à la jonction.

b) Puissance thermique Peltier : Comme $\text{grad } T = 0$, la relation entre les courants volumiques se simplifie selon :

$$J_u = (\chi \cdot T + \Phi) \cdot J_e \quad (63)$$

Il vient, en intégrant sur une surface fermée S entourant la jonction :

$$\int J_u \cdot n \cdot dS = \int \chi \cdot T \cdot J_e \cdot n \cdot dS$$

Ce qui donne :

$$-J_{u,A} \cdot S_A + J_{u,B} \cdot S_B = -\chi_A \cdot T \cdot J_{e,A} \cdot S_A + \chi_B \cdot T \cdot J_{e,B} \cdot S_B \quad (64)$$

S_A et S_B sont les sections des deux métaux en contact. Les quantités $J_{e,A} S_A = J_{e,B} S_B$ représentent l'intensité I_e du courant qui circule dans les conducteurs. La puissance thermique Peltier reçue par la jonction est, par définition :

$$P_{u,P} = I_{u,A} - I_{u,B} = J_{u,A} - J_{u,B}$$

On a donc :

$$P_{u,P} = T \cdot (\chi_A - \chi_B) I_e \quad (65)$$



ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR L'EMISSIVITE TOTALE

c) Relations de Thomson : L'équation suivante :

$$\tau_A - \tau_B = T \cdot \frac{d(\chi_A - \chi_B)}{dT} \quad (66)$$

est historiquement connue sous le nom de *première relation de Thomson*.

En introduisant le *coefficient Peltier* Π_{AB} , qui permet d'exprimer la puissance thermique

Peltier selon : $P_{u,P} = \Pi_{AB} I_e$ on obtient la *seconde relation de Thomson* :

$$\Pi_{AB} = T \cdot (\chi_A - \chi_B) \quad (67)$$

Il vient, en combinant les relations précédentes :

$$\tau_A - \tau_B = T \cdot \frac{d(\chi_A - \chi_B)}{dT} = T \frac{d}{dT} \left(\frac{\Pi_{AB}}{T} \right) = \frac{d\Pi_{AB}}{dT} - \frac{\Pi_{AB}}{T} \quad (68)$$

Notons que le coefficient Peltier Π_{AB} est relié à la force électromotrice de Seebeck E_S par

l'équation :

$$\Pi_{AB} = T \cdot \frac{dE_S}{dT} \quad (69)$$

d) Élément à effet Peltier :

Suivant le signe de Π_{AB} , une jonction peut, par effet Peltier, fournir ou absorber de l'énergie par la chaleur.

Si $\Pi_{AB} < 0$, c'est-à-dire si $\chi_A > \chi_B$, le passage du courant de A vers B fournit de la chaleur au milieu extérieur.

Si $\Pi_{AB} > 0$, c'est le contraire : le passage du courant de A vers B absorbe de la chaleur. Une telle jonction peut donc servir à refroidir les corps placés dans son voisinage. On utilise souvent cet effet pour produire localement du froid.



CHAPITRE 2

Les méthodes de mesure de l'émissivité totale

L'objectif de ce chapitre est le choix et la mise au point de techniques de mesure de l'émissivité totale de matériaux opaques. En effet, la connaissance de cette propriété radiative est utile en particulier en thermique des bâtiments et dans l'industrie aérospatiale.

Ce chapitre présente une étude bibliographique des méthodes directes et indirectes de mesure de l'émissivité totale des matériaux opaques autour de la température ambiante. Ce qui nous permettra de discuter de leur adaptabilité aux mesures à basse température.

I - Les méthodes directes :

A – Définition : Les méthodes directes consistent à déterminer l'émissivité à partir de sa définition :

$$\varepsilon'_e = \frac{L(T)}{L^{\circ}(T)} \quad (1)$$

Il s'agit donc de mesurer la luminance $L(T)$ de la surface étudiée et de la comparer à celle d'un corps noir dans les mêmes conditions de température $L^{\circ}(T)$. Ces méthodes nécessitent donc deux mesures successives :

- l'une sur la surface d'émissivité inconnue,
- l'autre sur le corps noir de référence qui peut être une cavité radiante séparée de l'échantillon.

Il est aussi possible de s'affranchir de l'utilisation d'un corps noir au moyen, par exemple, d'une surface dont l'émissivité est bien connue. Les principaux problèmes liés à ce type de technique sont, à toute température, liés à la nécessité de bien connaître les températures de surfaces visées, ainsi que l'émissivité de la référence utilisée. Lorsqu'on veut mesurer l'émissivité à basse température, s'ajoutent d'autres difficultés :

- celle de mesurer le flux émis,
- celle de disposer d'un corps noir ou d'une référence fonctionnant à basse température.

De plus, faire deux mesures successives (quelle que soit la température de l'échantillon) peut engendrer des erreurs dues :

- à la dérive éventuelle de la chaîne de mesure,
- à la variation de l'émissivité au cours du temps.



B – Problèmes rencontrés lors des mesures de l'émissivité totale à basse température :

1. Succession des mesures :

Les méthodes de mesure directe nécessitent deux mesures successives et ceci quelle que soit la température de l'échantillon. Pour éviter les erreurs pouvant être dues à la succession des mesures (dérive de la chaîne de mesure, variation de l'émissivité) Heinisch et al. [18] ont proposé une méthode de mesures simultanées.

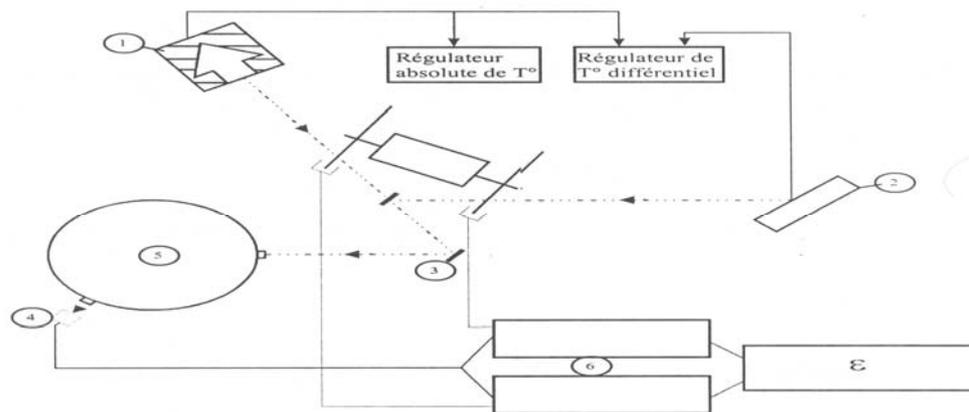


Figure 1 : Dispositif à double faisceau alterné

Le banc expérimental conçu (fig.1), appelé dispositif à double faisceau alterné, a été utilisé pour la mesure de l'émissivité directionnelle spectrale d'échantillons métalliques, mais peut être utilisé pour des mesures totales. Les rayonnements issus simultanément du corps noir (1) et de l'échantillon (2) sont hachés optiquement à des fréquences différentes, et recombinaisonnés par une lame semi réfléchissante (3), avant d'être envoyés sur un détecteur unique (4) via un monochromateur (5). Deux amplificateurs à détection synchrone (6) accordés à la fréquence de chacune des sources permettent d'extraire, du signal du détecteur, les contributions de l'échantillon et de la référence.

Ce montage présente l'avantage de pouvoir effectuer des mesures rapides mais ne résout pas les problèmes liés à la connaissance de la température des surfaces visées, ni à l'influence du rayonnement ambiant réfléchi par l'échantillon. De plus, il présente l'inconvénient d'utiliser deux chaînes d'amplificateur à détection synchrone dont les gains peuvent être différents.

2. Influence du rayonnement ambiant :

Le problème principal des mesures directes à basse température est lié à l'influence du rayonnement ambiant réfléchi par l'échantillon. En effet, la mesure directe de l'émissivité nécessite la mesure du flux émis par l'échantillon, or le détecteur ne peut mesurer que la somme des flux émis φ_e et réfléchi φ_r (figure 2).



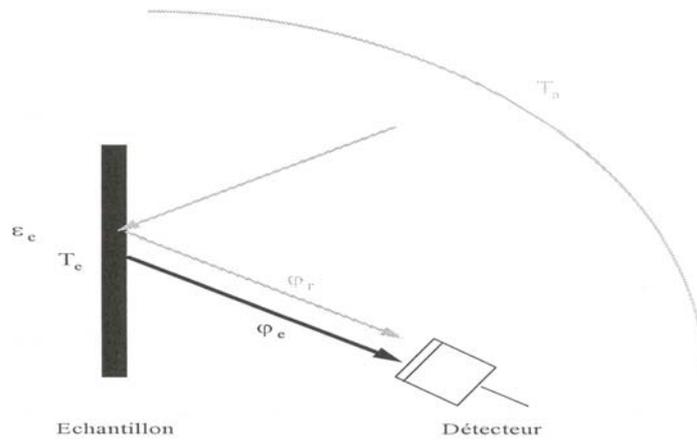


Figure 2 : Flux émis et flux réfléchi par une surface opaque

Le flux issu d'une surface d'émissivité ε_e à température T_e placé dans un environnement à température T_a , s'écrit :

$$\Phi = \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot s \cdot T_e^4 + (1 - \varepsilon_e) \cdot \sigma \cdot s \cdot T_a^4 \quad (2)$$

Si on ne corrige pas la mesure de l'influence du flux réfléchi, alors l'émissivité totale mesurée ε_{mes} s'écrit :

$$\varepsilon_{mes} = \frac{\varepsilon_e \cdot T_e^4 + (1 - \varepsilon_e) \cdot T_a^4}{T_e^4} \quad (3)$$

L'erreur relative sur la mesure devient :

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{\varepsilon_e} = \frac{\varepsilon_{mes} - \varepsilon_e}{\varepsilon_e} = \frac{(1 - \varepsilon_e) \cdot T_a^4}{\varepsilon_e \cdot T_e^4} \quad (4)$$

L'erreur relative est d'autant plus grande que l'émissivité de l'échantillon ε_e est faible et T_a/T_e est important.

Pour s'affranchir de l'erreur due au flux réfléchi, deux méthodes sont possibles :

- la première consiste à supprimer le flux ambiant réfléchi en contrôlant l'environnement de l'échantillon en le plaçant dans une enceinte refroidie,
- la deuxième consiste à différencier les deux flux de manière à pouvoir les séparer par traitement de signal en modulant la température de l'échantillon.

C'est cette deuxième méthode nommée la radiométrie en régime modulé qui a été utilisée pour effectuer les mesures de l'émissivité par la suite.

La première méthode (fig.3) a été proposée par P. Hervé [19] et P. Masclet [20], puis utilisée par E. Gehin [21], [22]. Elle consiste à placer l'échantillon dans une enceinte refroidie à l'azote liquide. La température de l'ambiance est alors ramenée à 77°K et l'erreur relative due au rayonnement ambiant réfléchi pour un échantillon à 0°C est alors égale à 0.6%. Cependant, l'appareillage mis en œuvre est complexe.



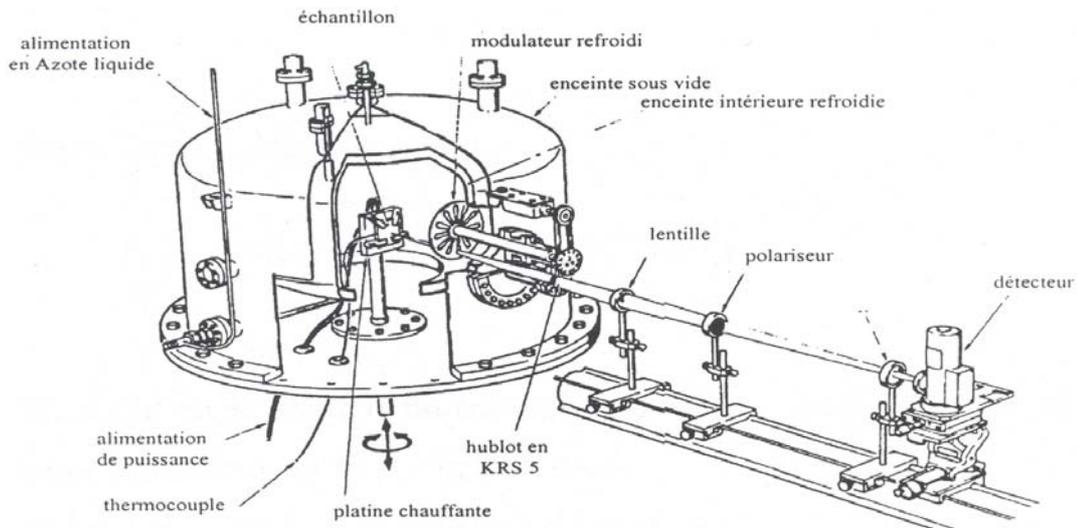


Figure 3: Vue en écorché du banc de mesure d'émissivité à basse température Géhin.

La deuxième méthode que nous avons adoptée (fig.4) a été proposée par Matteï et al. [23], [24] et Especel et al. [25], [26]. Elle consiste à moduler la température de l'échantillon.

Considérons un échantillon opaque dont la température est modulée autour de la température ambiante à la fréquence f_0 selon l'expression suivante :

$$T(t) = \bar{T} + \Delta T \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) \quad (5)$$

Avec : \bar{T} est la valeur moyenne de la température,
 ΔT est l'amplitude de la modulation..

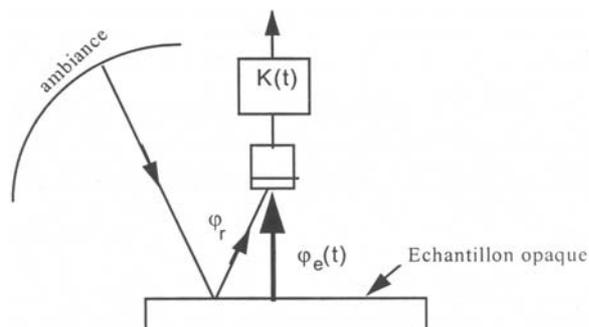


Figure 4: Flux reçus par un détecteur

Un détecteur infrarouge placé en regard de l'échantillon recueille le flux issu de celui-ci (fig. 4). Ce flux contient le flux émis modulé $\varphi_e(t)$, et le flux ambiant réfléchi par l'échantillon φ_r , non modulé.

Le flux émis modulé peut s'exprimer par :

$$\varphi_e(t) = \varepsilon_e \cdot T(t) \cdot S \cdot L^0(T(t)) \cdot \Gamma \quad (6)$$

Où :- Γ est un terme incluant le facteur de transmission de la chaîne de détection, et l'angle solide sous lequel le détecteur voit l'échantillon,



- ε_e est l'émissivité totale directionnelle de l'échantillon,
- L° est la luminance du corps noir à la température $T(t)$, qui s'écrit :

$$L^\circ(T(t)) = \frac{\sigma}{\pi} \cdot T^4(t) \quad (7)$$

- S est la surface visée.

Le signal infrarouge mesuré s'exprime par :

$$U(t) = k(t) \otimes \left[\frac{\varepsilon_e(T(t)) \cdot S \cdot \Gamma \cdot \sigma \cdot T^4(t)}{\pi} + \varphi_r \right] \quad (8)$$

Où $k(t)$ représente la fonction de transfert de la chaîne de mesure (supposée grise).

Le flux φ_r provenant de l'ambiance réfléchi par l'échantillon n'étant pas modulé, alors la transformée de Fourier de l'expression (8) à la fréquence f_0 s'écrit :

$$\tilde{U}(f_0) = \tilde{K}(f_0) \cdot \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \tilde{T}^4(f_0) \quad (9)$$

Où $\tilde{T}^4(f_0)$ est la composante en f_0 de la transformée de Fourier de $T^4(t)$ et $\tilde{K}(f_0)$ est la fonction de transfert complexe de la chaîne de mesure.

Ainsi, le traitement de signal par application de la transformée de Fourier isole la composante modulée du signal proportionnelle au flux émis.

La méthode périodique, tout comme les méthodes stationnaires, nécessite une double mesure, l'une sur l'échantillon :

$$\tilde{U}_e(f_0) = \tilde{K}_1(f_0) \cdot \varepsilon_e \cdot \sigma \cdot \tilde{T}_e^4(f_0) \quad (10)$$

L'autre sur une référence d'émissivité connue $\varepsilon_{réf}$:

$$\tilde{U}_{réf}(f_0) = \tilde{K}_2(f_0) \cdot \varepsilon_{réf} \cdot \sigma \cdot \tilde{T}_{réf}^4(f_0) \quad (11)$$

Si l'échantillon et la référence sont visées successivement avec la même chaîne de mesure, alors nous déduisons facilement l'émissivité de l'échantillon en faisant le rapport des expressions (10) et (11) qui donne :

$$\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{réf}} = \frac{|\tilde{R}_e(f_0)|}{|\tilde{R}_{réf}(f_0)|} \quad (12)$$

Avec :

$$\tilde{R}(f_0) = \frac{\tilde{U}(f_0)}{\tilde{T}^4(f_0)} \quad (13)$$

La radiométrie en régime modulé permet d'atteindre l'émissivité par mesure directe sans protéger l'échantillon de l'environnement. De plus, elle permet d'atteindre une précision meilleure que dans le cas des méthodes stationnaires appliquées aux matériaux faiblement émissifs :

- la précision absolue obtenue par Mattei [24] sur l'émissivité d'une peinture d'aluminium est de l'ordre de 0.01,
- et celle sur l'émissivité du duralumin est de l'ordre de 0.006.



3. Nécessité de connaître la température de surface :

Hormis l'erreur due au rayonnement ambiant réfléchi, le principal problème lié aux mesures directes d'émissivité, est la connaissance précise des températures des surfaces visées. On trouve dans la littérature quelques méthodes permettant de s'affranchir de la mesure des températures de surface :

- Certains auteurs utilisent une cavité creusée dans l'échantillon. E. Gehin a réalisé des mesures d'émissivité d'une peinture de type Z306 à basse température en comparant le flux émis par l'échantillon et celui émis par une cavité de faible dimension pratiquée dans le substrat portant l'échantillon (fig. 5). Cette micro activité joue le rôle d'un corps noir. Le substrat étant très conducteur (cuivre) et l'épaisseur de l'échantillon étant réduite, la température de la cavité peut être considérée comme uniforme et égale à celle de l'échantillon. L'échantillon est placé dans une enceinte refroidie à l'azote liquide (fig.4). Cependant, d'autres erreurs de mesure subsistent telles que les réflexions parasites dues à l'émission du hublot et de la lentille, et la précision atteinte, pour une température égale à 0°C n'est pas meilleure que 6% [19].

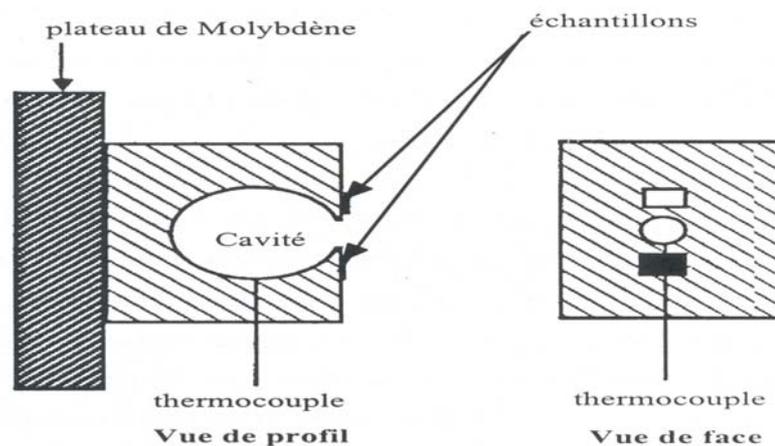


Figure 5: La microcavité

- D'autres utilisent une référence directement déposée sur une partie de la surface de l'échantillon (fig. 6). Guidon et al. [27] ont réalisé des mesures d'émissivité à basse température sur des échantillons circulaires dont une partie de la surface est recouverte d'un revêtement très émissif. Comme pour le précédent exemple, l'échantillon est placé dans une cuve cryogénique. Cependant, le dépôt de la peinture sur la face visée de l'échantillon modifie les échanges thermiques de surface et peut donc provoquer un gradient radial de température. Si on connaît les propriétés thermophysiques du matériau, on peut corriger l'effet de ce gradient. La précision des mesures présentées par ces auteurs pour des échantillons de céramique frittés à 80°C est de l'ordre de 5%.



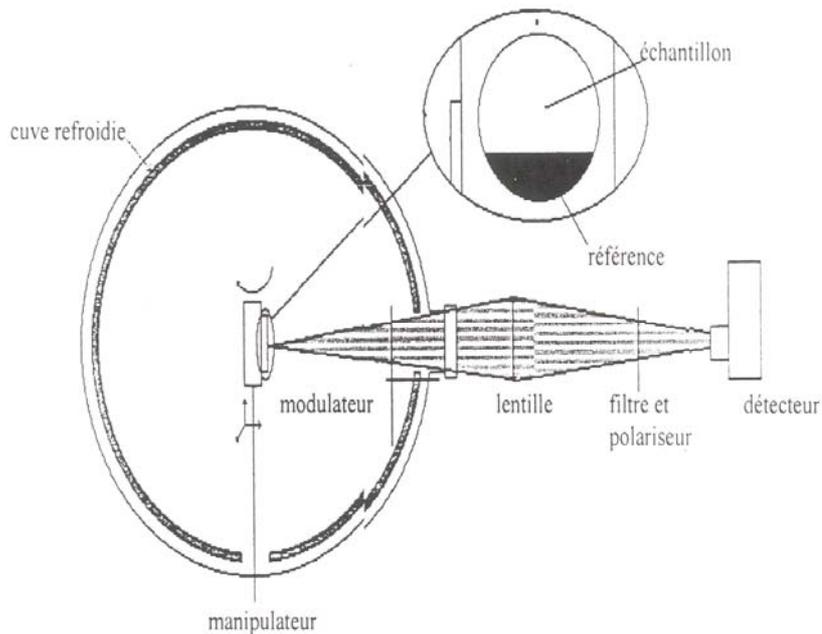


Figure 6: Cuve cryogénique sous vide secondaire

- Une autre méthode permettant de s'affranchir de la mesure de la température de la surface consiste à placer l'échantillon dans le plan de base d'un hémisphère réfléchissant [28]. Deux mesures de flux sont effectuées, l'une sur l'échantillon, l'autre sur le même échantillon lorsqu'il est recouvert de l'hémisphère. Les deux mesures conduisent à la valeur de l'émissivité. Gallet et al. [29] (fig. 7) propose d'utiliser un hémisphère dont les parois internes sont recouvertes d'une couche d'or, qui peut se déplacer au moyen d'un vérin à air comprimé afin que le détecteur (une caméra) puisse viser successivement l'échantillon avec ou sans hémisphère. Cependant, cette méthode n'est applicable que pour des matériaux diffusants en réflexion et isotropes en émission.

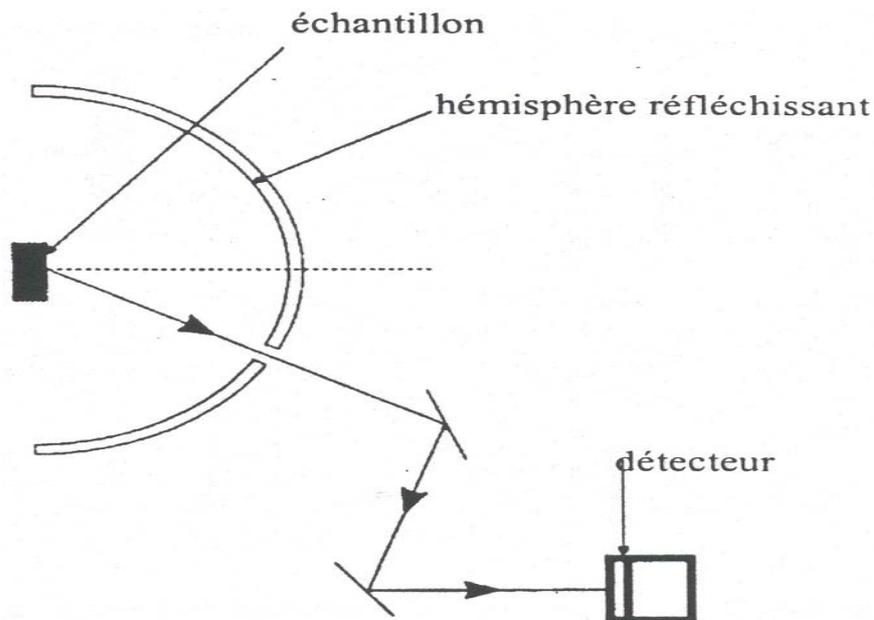


Figure 7: Montage radiométrique utilisant un hémisphère réfléchissant



-Enfin, Siroux et al. [30] ont proposé une méthode permettant d'éviter la mesure de la température de surface : elle consiste à appliquer la radiométrie périodique à un échantillon mince déposé sur un substrat épais, ou pour l'échantillon lui-même s'il est thermiquement épais. L'échantillon (ou le substrat) est soumis sur une face (appelée face avant) à une excitation multifréquencielle de température de la forme d'une somme de plusieurs sinusoïdes. Le flux issu de l'autre face (ou revêtement mince étudié déposé sur le substrat) est mesuré à l'aide d'un détecteur infrarouge (fig. 8). La comparaison des mesures à un modèle de comportement de l'échantillon permet d'accéder à l'émissivité de l'échantillon.

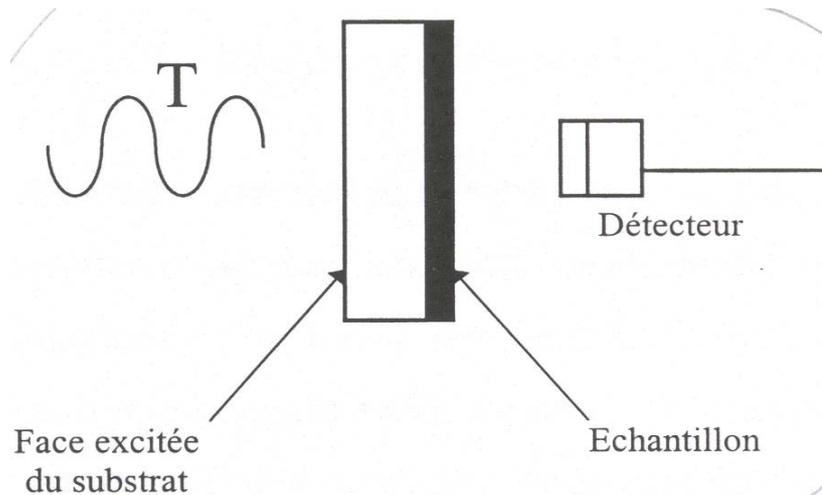


Figure 8: Configuration de la radiométrie périodique appliquée à un échantillon épais

La procédure de traitement des données est identique à celle utilisée dans la méthode décrite précédemment (radiométrie en régime modulé). Comme dans le cas des méthodes classiques deux mesures sont nécessaires, l'une sur l'échantillon épais, l'autre sur une référence mince (fig.9).

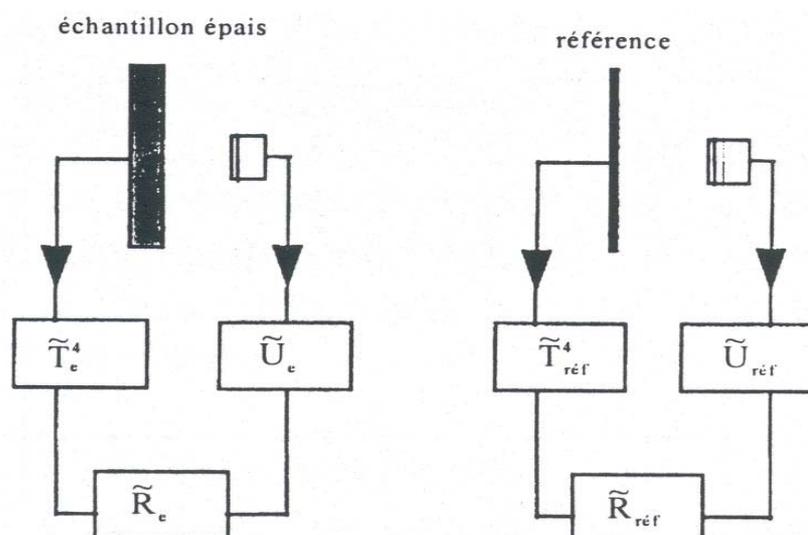


Figure 9: Principe des mesures par radiométrie périodique sur des échantillons épais

Pour l'échantillon d'émissivité ε_e et la référence d'émissivité $\varepsilon_{réf}$ on obtient deux quantités complexes \tilde{R} données par la relation (13) dont le rapport est :

$$\frac{\tilde{R}_e(f_i)}{\tilde{R}_{réf}(f_i)} = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{réf}} \cdot \tilde{H}_e(f_i) \quad (14)$$

\tilde{H}_e est la fonction de transfert thermique de l'échantillon qui dépend de la diffusivité et du nombre de Biot relatif aux pertes convectives et radiatives de la face visée. Par la comparaison des valeurs mesurées $\left(\frac{\tilde{R}_e}{\tilde{R}_{réf}}\right)$ et calculées $\left(\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{réf}} \cdot \tilde{H}_e\right)$, il est possible de remonter par identification à l'émissivité de l'échantillon ε_e . Cette méthode a été testée à température ambiante sur deux types de peintures (Peinture Velvet Coating et peinture d'aluminium) déposées sur un substrat en PVC. La précision statique atteinte est meilleure que 0.5%.

4. Nécessité de posséder une référence à basse température :

Une autre difficulté importante liée aux mesures à basse température est la nécessité de disposer d'une référence fonctionnant à basse température. L'utilisation d'une peinture déposée sur l'échantillon, ou d'une coupole réfléchissante, ou d'un orifice creusé dans le substrat permet non seulement de s'affranchir de la mesure de la température de surface, mais encore de posséder une référence fonctionnant à toute température.

Les avantages et les inconvénients de ces méthodes sont réunis dans le tableau ci-dessous.

Types de méthodes	Avantages	Inconvénients
Méthode utilisant une peinture de référence	La connaissance précise des températures de l'échantillon et de la référence n'est pas nécessaire.	Demande la connaissance précise de l'émissivité de la référence.
Méthode utilisant une cavité	La mesure précise des températures de l'échantillon n'est pas nécessaire.	Valable pour les matériaux très conducteurs ou si l'on dispose d'un substrat très conducteur.
Méthode de la coupole réfléchissante	Simplicité de mise en œuvre	Ne s'applique qu'aux matériaux diffusant.

Si aucune des solutions du tableau n'est possible alors on doit utiliser une cavité radiante.



LES METHODES DE MESURE DE L'EMISSIVITE TOTALE

II- Les méthodes indirectes :

Parmi les méthodes indirectes on peut distinguer les méthodes optiques et les méthodes calorimétriques.

A - Les méthodes optiques : mesures en réflexion

Les méthodes optiques indirectes sont fondées sur l'utilisation de la loi de Kirchhoff. Dans le cas d'un matériau opaque l'émissivité monochromatique directionnelle ε'_λ est donnée par la relation :

$$\varepsilon'_\lambda = 1 - \rho'_\lambda = 1 - \rho'_{\lambda iso} \quad (15)$$

Où :- ρ'_λ est la réflectivité monochromatique directionnelle hémisphérique,

- $\rho'_{\lambda iso}$ est la réflectivité monochromatique directionnelle hémisphérique isotrope.

On peut atteindre ρ'_λ par intégration spatiale de la réflectivité bidirectionnelle ρ''_λ . L'émissivité totale est ensuite obtenue par intégration des mesures sur l'ensemble du spectre. La multiplication des mesures peut engendrer alors une accumulation des erreurs. On peut atteindre aussi ρ'_λ et $\rho'_{\lambda iso}$ en utilisant soit des miroirs collecteurs (fig.10-a) soit des sphères intégrantes (fig.10-b) [31], [32].

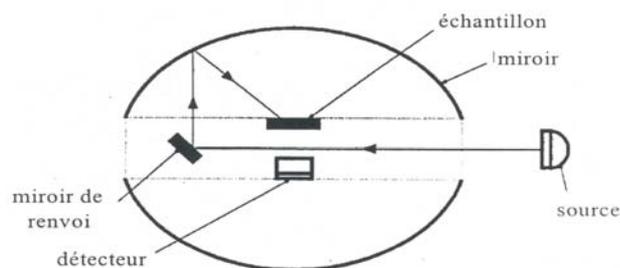


Figure 10-a: Sphère intégrante de Toporets (mesure de ρ'_λ)

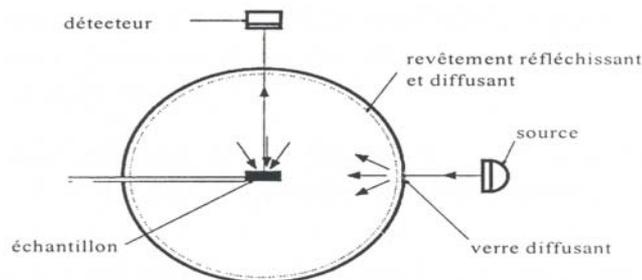


Figure 10-b: Sphère intégrante de Toporets (mesure de $\rho'_{\lambda iso}$)

L'utilisation de sphères intégrantes pose un certain nombre de difficultés : d'une part l'orifice de sorties limite le champ angulaire du détecteur, d'autre part, les revêtements internes sont inefficaces aux grandes longueurs d'onde.

Or, la longueur d'onde du maximum d'émission pour des températures inférieure à 20°C est supérieure à 10 μm .

Il est possible sous certaines conditions d'utiliser la relation de Kirchhoff en rayonnement total. En effet, l'émissivité totale directionnelle est donnée par :



$$\varepsilon'(T) = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon'_{\lambda} \cdot L_{\lambda}^0(T) \cdot d\lambda}{L^{\circ}(T)} \quad (16)$$

Utilisant la relation (15), on obtient :

$$\varepsilon'(T) = 1 - \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda iso}' \cdot L_{\lambda}^0(T) \cdot d\lambda}{L^{\circ}(T)} \quad (17)$$

Par ailleurs la réflectivité hémisphérique directionnelle totale est donnée par :

$$\rho^{\wedge iso'}(T) = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda iso}' \cdot L_{i,\lambda}(T) \cdot d\lambda}{\int_0^{\infty} L_{i,\lambda}(T) \cdot d\lambda} \quad (18)$$

Si le rayonnement incident est tel que : $L_{i,\lambda}(T) = K \cdot L_{\pi}^0(T)$ (19)

Alors (17) devient : $\varepsilon' = 1 - \rho_{iso}'$ (20)

L'unique condition de la validité de la relation (20) est donc que la source soit grise et à la même température que l'échantillon. Par les méthodes classiques, il est impossible de mesurer directement la réflectivité totale d'un échantillon dont la température est égale à celle de la source qui l'éclaire. Par contre, Especel et Matteï ont montré la faisabilité de cette mesure en régime périodique [33], [34].

Considérons une surface grise dont la température est modulée à la fréquence f_1 et éclairant l'échantillon. Pour des petites amplitudes de température autour d'une température moyenne \bar{T} , la surface joue le rôle d'une source infrarouge modulée dont la distribution spectrale est celle d'un corps noir à la température \bar{T} . La composante en f_1 du signal infrarouge réfléchi mesuré est proportionnelle à la réflectivité de l'échantillon ρ_e , soit :

$$|\tilde{U}_e(f_1)| = |\tilde{K}| \cdot \rho_e \cdot |\tilde{\phi}_i(f_1)| \quad (21)$$

Où $|\tilde{\phi}_i(f_1)|$ représente le module du flux incident.

Comme pour les méthodes classiques, deux mesures sont nécessaires : l'une sur l'échantillon, l'autre sur la référence de réflectivité connue $\rho_{réf}$. Ces deux mesures

conduisent à la relation :

$$\rho_e = \rho_{réf} \cdot \frac{|\tilde{U}_e(f_1)|}{|\tilde{U}_{réf}(f_1)|} \quad (22)$$

Afin d'obtenir un flux incident provenant de tout l'hémisphère, on peut utiliser une source hémisphérique modulée, ou plus simplement, comme l'on fait les auteurs suscités, une portion d'hémisphère qui peut décrire, par rotation, un hémisphère. La composante réfléchie du signal infrarouge est mesurée pour chaque position de la source, puis les composantes sont sommées. La précision statistique absolue obtenue sur l'émissivité d'une surface de Duralumin est de 0.01 [33].



B - Les méthodes calorimétriques :

La méthode calorimétrique consiste à placer l'échantillon dans une enceinte à vide de telle sorte que les transferts de chaleur soient uniquement radiatifs. L'émissivité est calculée soit à partir de la puissance fournie pour maintenir l'échantillon à une température donnée (régime stationnaire), soit à partir du taux de montée ou de décroissance de la température de l'échantillon (régime instationnaire). Dans les deux cas, l'émissivité atteinte est l'émissivité hémisphérique totale (émissivité globale).

a – Calorimétrie stationnaire : L'échantillon est placé au centre d'une enceinte grise de grande dimension, refroidie, recouverte d'un revêtement émissif et diffusant. La puissance P qui est fournie à l'échantillon pour le maintenir à T_e s'écrit :

$$P = s_e \cdot F_{e-p} \cdot \sigma \cdot (T_e^4 - T_p^4) \quad (23)$$

Où F_{e-p} est le facteur de forme gris entre l'échantillon (d'émissivité ϵ_e) et la paroi (d'émissivité ϵ_p) qui dépend des caractéristiques géométriques et radiatives des deux surfaces :

$$F_{e-p} = \frac{1}{\frac{1 - \epsilon_e}{\epsilon_e} + \frac{1}{F_{e-p}} + \frac{1 - \epsilon_e}{\epsilon_e} \cdot \frac{s_e}{s_p}} \quad (24)$$

Où F_{e-p} est le facteur de forme géométrique entre l'échantillon et la paroi.

Connaissant la température de l'échantillon T_e et celle de la paroi T_p , il est possible de déduire ϵ_e .

Des mesures de l'émissivité globale par calorimétrie stationnaire ont été réalisées par le CNES [35] dans une gamme de température comprise entre 0°C et 60°C. La précision est de 1% pour des matériaux très émissifs et 3% pour des matériaux faiblement émissifs.

Kateb [36-38] a développé un dispositif de mesure calorimétrique stationnaire pour caractériser des matériaux peu conducteurs, tel que le verre, au voisinage de la température ambiante. La précision de mesure obtenue est de l'ordre de 5%.

L'avantage des méthodes calorimétriques stationnaires est de ne pas utiliser de référence d'émissivité, par contre elles présentent de nombreux inconvénients tels que :

- la durée des mesures (quelques heures),
- la nécessité d'avoir une mesure précise de la température de surface,
- celle de disposer de deux échantillons identiques de part et d'autre du chauffoir lorsqu'il s'agit d'une structure type sandwich.



b – Calorimétrie instationnaire : Comme dans le cas des méthodes calorimétriques stationnaires, l'échantillon est suspendu à l'intérieur d'une enceinte vide. Sa puissance lui est fournie par une source. Le tracé expérimental de la courbe de montée en température ou de refroidissement (lorsque la source est interrompue) permet d'obtenir soit l'absorptivité, soit l'émissivité de l'échantillon.

Par exemple, Jack [39] utilise un flux incident modulé pour chauffer un échantillon métallique mince. Le déphasage entre la température de l'échantillon et la température imposée, permet, connaissant la capacité thermique massique de l'échantillon, de déterminer l'émissivité globale de l'échantillon. La précision alors obtenue sur un échantillon de cuivre est de 7%.

Comme dans le cas des méthodes calorimétriques stationnaires, la connaissance précise des températures de surface est nécessaire par calorimétrie instationnaire, par contre, elles sont plus rapides et peuvent permettre d'étudier l'évolution de l'émissivité avec la température. Une méthode instationnaire de type différent a été proposée par Sacadura [40] et Osman [41]. Elle consiste à déterminer l'émissivité globale à partir de mesures de température en deux endroits à l'intérieur de l'échantillon (ou du substrat) et de la solution d'un problème inverse de conduction. La méthode a été testée pour trois peintures différentes. La précision obtenue est de l'ordre de 1 à 3%. Cette méthode ne nécessite pas la température de la surface de l'échantillon mais sa précision est très dépendante de la précision de la localisation des thermocouples. Cet auteur a présenté une nouvelle technique calorimétrique périodique de mesure de l'émissivité des matériaux opaques à température ambiante qui s'affranchi de la mesure de la température de surface [42]. La méthode mise en œuvre consiste à déterminer l'émissivité hémisphérique totale de l'échantillon étudié à partir du nombre de Biot, qui caractérise les échanges thermiques entre l'échantillon et son environnement. Cette méthode est applicable soit à un matériau épais, soit à un matériau déposé sur un substrat épais. Comme dans le cas de toutes les méthodes calorimétriques, l'échantillon est placé sous vide, par contre l'enceinte n'est pas refroidie.

Une des faces de l'échantillon est soumise à une excitation thermique multifréquencielle. Les grandeurs mesurées, sont comme dans le cas de la radiométrie périodique cité précédemment, la température de surface excitée et le flux infrarouge issu de la face opposée. L'identification des mesures à un modèle de conduction permet d'accéder à l'émissivité globale de l'échantillon. Cette méthode a été testée sur des échantillons de PVC recouverts de deux peintures différentes.



L'erreur de répétitivité est de l'ordre de 3%. Cette méthode, simple à mettre en œuvre, nécessite la connaissance de la conductivité du substrat (ou de l'échantillon) dont dépend le nombre de Biot identifié.

Le tableau ci-dessous réunit les avantages et les inconvénients des différentes méthodes indirectes de mesure de l'émissivité.

Types de méthodes		Avantages	Inconvénients
Mesure de la réflectivité bidirectionnelle		Ne nécessite pas l'utilisation d'un détecteur très sensible. Mesure possible à basse température. Ne nécessite pas la mesure de la température de surface.	Multiplication de mesure (intégration sur toutes les longueurs d'onde et sur tous les angles) donc accumulation des erreurs
Mesures de ρ_{λ}^{\wedge} ou $\rho_{\lambda iso}^{\wedge}$	Par des sphères intégrantes ou miroirs collecteurs	Ne nécessite pas la mesure de la température de surface et permet d'obtenir un signal important.	Intégration sur toutes les longueurs d'onde est nécessaire. Dans le cas des sphères intégrantes, peu précises aux grandes longueurs d'onde, donc impossibles aux basses températures.
	Meure de $\rho_{\lambda iso}^{\wedge}$ par radiométrie périodique	Ne nécessite pas la mesure de la température de surface et peut être effectuée à température ambiante dans un environnement quelconque.	Nécessite l'utilisation d'une référence et fonctionne actuellement uniquement à température ambiante.
Tout type de calorimétrie			Ne donne accès qu'à l'émissivité globale
Calorimétrie stationnaire ou instationnaire		Permet d'étudier l'évolution de l'émissivité en fonction de la température et ne nécessite pas la connaissance d'une émissivité de référence.	Mesure très longues (en stationnaire). Nécessite de connaître précisément la température de surface et parfois la capacité thermique massique.
Calorimétrie par résolution d'un problème inverse de conduction.		Ne nécessite pas la mesure de la température de surface.	Très sensible à la précision de localisation des thermocouples.
Calorimétrie périodique		Ne nécessite pas la mesure de température de surface ni la protection de l'échantillon de l'environnement.	Précision encore insuffisante. Nécessite la connaissance de la conductivité du matériau.

Cette étude montre que parmi les nombreuses techniques classiques permettant d'accéder à l'émissivité, peu fonctionnent à basse température. La méthode qui nous a paru la plus adaptable à ce domaine de température, et qui permet d'accéder à l'émissivité totale directionnelle, est la méthode directe en régime modulé.

Le travail qui est présenté par la suite consiste à conserver les possibilités du montage existant, tout en accroissant ses performances et son domaine de mesure.

En particulier un des inconvénients de la méthode conçue par Matteï et al. est l'utilisation d'un revêtement mince servant de référence. Il nous a donc paru intéressant d'adapter la méthode de l'hémisphère à la radiométrie périodique. En effet, l'incertitude liée à la méconnaissance de la référence est alors grandement diminuée. Le paragraphe suivant est consacré à une étude bibliographique de la technique de l'hémisphère réfléchissant.

III- La méthode de l'hémisphère réfléchissant :

Drudy et al. ont été les premiers à utiliser la méthode de l'hémisphère dans le but de mesurer des températures de surface par pyrométrie [43]. Ces auteurs ont donné l'expression analytique de l'émissivité apparente d'un matériau opaque placé sous un hémisphère réfléchissant.

Dans la configuration proposée par ces auteurs, l'échantillon est placé au centre d'un hémisphère spéculaire de rayon R. Cet hémisphère percé en son sommet d'un orifice de rayon r est coupé dans sa partie inférieure de sorte que sa base soit située à une distance égale à h du plan contenant son centre et le matériau opaque (fig.11).

L'émissivité apparente ε_a de l'échantillon s'écrit alors :

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon) \cdot \rho_m \cdot (1 - (\frac{r}{R})^2) \cdot (1 - (\frac{h}{R})^2)} \quad (25)$$

Où ε est l'émissivité intrinsèque de l'échantillon et ρ_m la réflectivité de l'hémisphère.

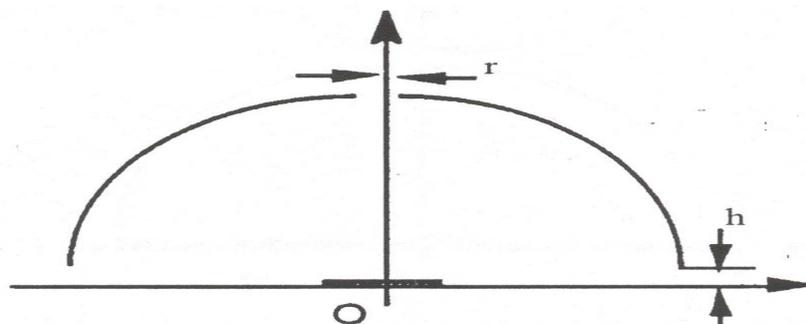


Figure 11: Configuration étudiée par Drudy



Plus tard, Ono [44] a proposé une configuration géométrique où la distance h séparant le plan de base et la surface de l'échantillon est nulle et l'orifice situé en un point quelconque de l'hémisphère. L'émissivité apparente est alors donnée par l'expression :

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon) \cdot \rho_m \cdot (1 - F)} \quad (26)$$

Où F est le facteur de forme entre l'orifice et la surface visée, de diamètre 120 mm, est constitué d'une cavité recouverte d'une couche d'or et muni d'un orifice de 40 mm de diamètre.

Une étude théorique menée par Sun Yuxing et al. [45] a permis d'évaluer l'émissivité apparente en un point quelconque de l'échantillon, en fonction de la distribution de la température de celui-ci. Ces auteurs ont montré que, d'une part l'émissivité apparente varie dans le même sens que l'émissivité intrinsèque de l'échantillon, et d'autre part qu'elle est presque constante sur une surface circulaire isotherme ayant un rayon de l'ordre de $0.7 \times R$ (R étant le rayon de l'échantillon).

En 1988, R. E. Bedford et al. [46] ont mené une étude semblable à celle de Sun Yuxing mais pour une configuration différente : l'échantillon a un rayon égal à celui de l'hémisphère, et le plan de base de celui-ci est situé à une distance h de l'échantillon (fig. 12). Ces auteurs ont montré que sur une surface circulaire ayant un rayon inférieur à $0.3 \times R$, l'émissivité apparente est constante et peut être correctement approchée par la formule de Drudy et al.. Ils ont également montré que la hauteur h influe plus sur la valeur de l'émissivité apparente que la taille de l'orifice.

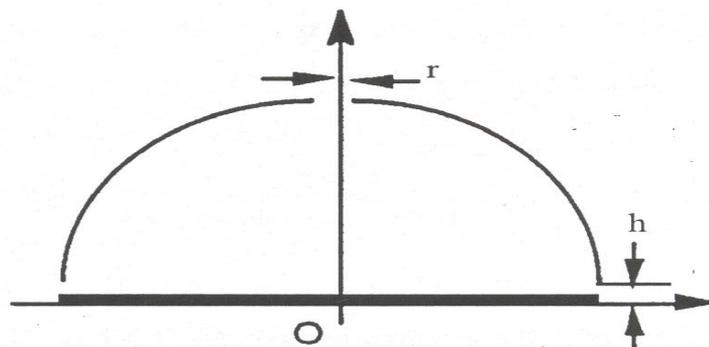


Figure 12: Configuration étudiée par Bedford

Plus récemment, Gallet et al. [29] ont utilisé la méthode de l'hémisphère en remplaçant le détecteur infrarouge par une caméra infrarouge.

Enfin Mezhrab [47] a évalué la précision de la méthode de l'hémisphère, en particulier les écarts à la relation bien commode, dite « relation d'Ono » selon les conditions expérimentales et les propriétés particulières en émission et en réflexion des échantillons. La relation d'Ono n'est en effet rigoureusement valable que si :



- L'hémisphère est parfaitement spéculaire,
- L'échantillon est isotrope en émission,
- L'échantillon est diffusant en réflexion,
- L'échantillon est placé dans le plan de base de l'hémisphère,
- Le point de visée se trouve au centre de l'hémisphère.

Lorsque ces conditions ne sont pas vérifiées, ce qui est le cas dans la pratique, alors l'émissivité apparente réelle s'écarte de l'émissivité donnée par la formule d'Ono. Les écarts entre ces deux grandeurs sont évalués grâce aux résultats obtenus par simulation numérique utilisant les méthodes de Monte Carlo. Le paragraphe suivant résume les conclusions de l'étude de Mezhrab.

L'erreur que l'on commet lorsque le miroir est peu diffusant, alors qu'on applique la relation d'Ono, est fonction de l'émissivité de l'échantillon et de la spécularité de l'hémisphère et est minimale lorsque la spécularité de ce dernier et l'émissivité de l'échantillon sont grandes. L'écart à la spécularité de l'hémisphère peut être traduit par un terme correctif T_c inférieur à l'unité, qui peut être introduit dans la relation de Drudy qui devient :

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon) \cdot (1 - F) \cdot \rho_m \cdot T_c} \quad (27)$$

En pratique, on peut avoir à étudier des échantillons spéculaires, alors que la relation d'Ono n'est valable que pour un échantillon parfaitement diffusant. Mezhrab a montré que l'erreur augmente avec le coefficient de spécularité de l'échantillon et qu'elle est de l'ordre de 1% au plus si la valeur de la spécularité est inférieure à 0.25 et l'orifice situé sur l'axe vertical.

La majorité des matériaux possède une indicatrice d'émission non isotrope, or l'indicatrice influe sur la validité de la relation d'Ono. Pour la montrer, l'auteur a envisagé deux cas d'indicatrices, une forme ellipsoïdale coupée (fig. 13-a), et une forme ellipsoïdale tangente (fig. 13-b).

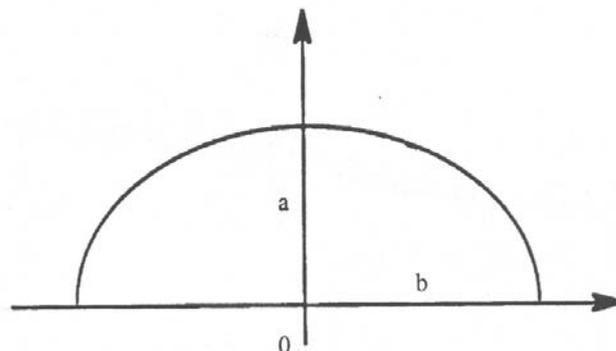


Figure 13-a: *Indicatrice en ellipse coupée*

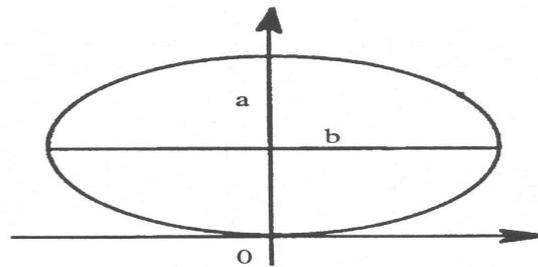
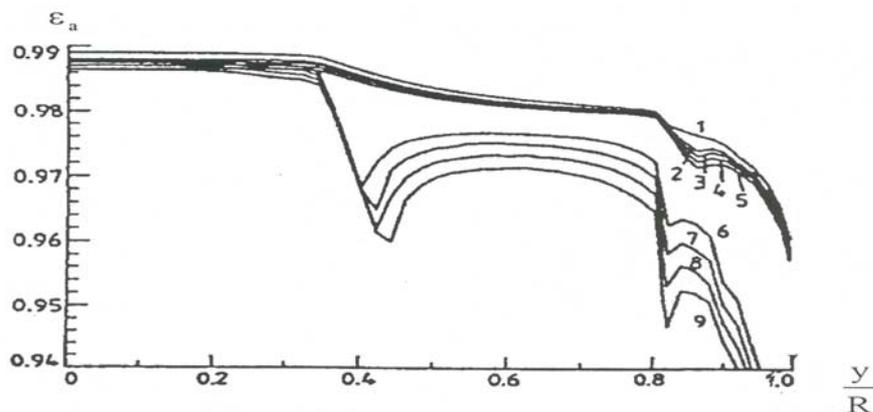


Figure 13-b: Indicatrice en ellipse tangente

L'auteur a montré que pour des matériaux possédant de telles indicatrices, les écarts à la relation d'Ono sont du même ordre de grandeur et qu'ils diminuent lorsque l'émissivité augmente. Ces simulations ont permis à l'auteur de déduire que les défauts d'isotropie de l'échantillon sont ceux qui entraînent le plus grand écart. Mezhrab préconise de rendre l'échantillon isotrope, par attaque chimique en surface ou un dépolissage mécanique. L'auteur a aussi étudié l'influence de la position du centre de l'hémisphère par rapport au centre de l'échantillon. Son étude montre que l'erreur augmente lorsque ces deux centres s'éloignent.

Par ailleurs, Bedford et al. [46] ont étudié par simulation numérique l'influence de la hauteur h de la coupole par rapport à la surface de l'échantillon. La figure 14 donne l'émissivité apparente ε_a en fonction du rapport du rayon de la surface émettrice de l'échantillon (y) au rayon de l'hémisphère (R) pour plusieurs valeurs de h et différentes valeurs du rayon de l'orifice r . Cette figure montre que l'émissivité apparente est pratiquement constante pour $\left(\frac{y}{R}\right) < 0.3$, et il est donc utile de s'assurer que le détecteur ne voit pas une surface plus grande que celle définie par ce rapport.



Courbes 1 : $r = h = 0$
Courbes 2 - 5 : $h = 0$, $r/R = 0,1 - 0,12 - 0,14 - 0,16$
Courbes 6 - 9 : $r = 0$, $h/R = 0,1 - 0,12 - 0,14 - 0,16$

Figure 14: Emissivité apparente d'une surface opaque pour différents paramètres

Il apparaît plus clairement que lorsque h augmente, l'émissivité apparente diminue très rapidement avec la taille de la surface visée (courbes 6 – 9).



De plus, l'étude de Bedford corrobore celle de Mezhrab relativement à la faible influence de la taille de l'orifice de l'hémisphère sur la valeur de l'émissivité apparente pour des rapports y/R inférieurs à 0.7. Pour se rapprocher de la configuration optimale, il faut donc mieux placer l'hémisphère près de l'échantillon plutôt que d'avoir un très petit orifice. L'influence de la position de l'orifice a été aussi étudiée par Mezhrab et il a montré que l'écart à la relation d'Ono est moindre lorsque l'orifice n'est pas sur l'axe vertical, cependant lorsqu'il est sur cet axe et que l'échantillon est très émissif, l'écart reste inférieur au pour-cent pour une spécularité de l'échantillon inférieure à 0.2.

Il est clair que l'utilisation de la méthode de l'hémisphère est conditionnée par une étude préalable des paramètres influant sur la validité de cette méthode, en particulier l'isotropie en réflexion et émission de l'échantillon à étudier. Par ailleurs, la plupart des auteurs ont étudié cette méthode à hautes températures. En effet, le flux émis par la coupole elle-même est alors négligeable par rapport au flux émis par l'échantillon. Il paraît donc a priori impossible d'utiliser la méthode de l'hémisphère à basse température sauf si on peut s'affranchir de l'émission propre de la coupole.

VI- Mesure de l'émissivité à basse température par radiométrie périodique :

Nous avons vu précédemment qu'il est possible de mesurer l'émissivité des matériaux opaques à température ambiante par radiométrie périodique. Cette méthode radiométrique périodique est d'autant plus efficace quand le flux réfléchi est très important notamment lors des mesures d'émissivité à basse température, grandeur difficilement accessible par les techniques classiques citées précédemment. Afin d'effectuer des mesures à basses températures, deux conditions sont indispensables :

- Il est d'une part nécessaire que la température de l'échantillon soit supérieure au point de rosée de la vapeur d'eau. En effet, un dépôt par solidification ou condensation d'eau fausserait la mesure. Pour satisfaire cette condition, plusieurs solutions sont envisageables : soit effectuer les mesures sous vide, soit remplacer l'air par un gaz neutre. La première solution a été choisie. Nous disposons en effet au laboratoire d'un groupe de pompage permettant d'atteindre une pression résiduelle de l'ordre de 10^{-5} mbar.
- D'autre part, il faut que la précision des mesures reste acceptable. La précision des mesures dépend du rapport signal sur bruit, or diminuer la température revient à diminuer le signal et donc détériorer la précision. Pour éviter cette détérioration, un choix judicieux de l'excitation de température doit être effectué.



A- Suppression de la vapeur d'eau :

Soit un échantillon, dont on cherche à déterminer l'émissivité, placé dans une enceinte dans laquelle on peut abaisser la pression. Si la température de la surface de cet échantillon atteint la température de rosée de la vapeur d'eau alors celle-ci peut se condenser. Cette température de rosée dépend non seulement de la température de la surface mais aussi de la pression régnante dans l'enceinte dans laquelle se trouve l'échantillon. Pour pouvoir effectuer des mesures à $-35\text{ }^{\circ}\text{C}$, il faut donc s'assurer que la valeur de la pression atteinte dans l'enceinte est incompatible avec le phénomène de condensation.

Soit Y , l'humidité absolue de l'air contenu dans l'enceinte avant pompage. Y est définie

$$\text{par : } Y = \frac{m_{ve}}{m_{as}} = \frac{P_{ve} \cdot M_{ve}}{(P_t - P_{ve}) \cdot M_a} \quad (28)$$

Où m_{ve} est la masse de la vapeur d'eau, m_{as} est la masse d'air sec, P_{ve} est la pression de la vapeur d'eau, M_{ve} est la masse molaire de l'eau, M_a est la masse molaire de l'air sec et P_t est la pression totale.

Lorsque le pompage est effectué, nous pouvons supposer qu'il y a la même probabilité d'évacuer une molécule d'eau qu'une molécule constituant l'air sec. Ainsi, lorsque le groupe de pompage a atteint le régime stationnaire, l'humidité absolue initiale peut être considérée comme conservée. Prenons comme conditions initiales $P_{ti} = 10^5\text{ Pa}$ (pression de l'air humide initiale) et $\beta = 40\%$ (humidité relative), alors la pression initiale (avant pompage) de la vapeur d'eau, $P_{vei}(T)$ est donnée par :

$$P_{vei}(T) = \beta \cdot P_{vesati}(T) \quad (29)$$

Où $P_{vesati}(T)$ est la pression de vapeur saturée initiale.

On trouve $P_{vei}(20^{\circ}\text{C}) = 9.36\text{ mbar}$. Cette pression correspond à une humidité absolue de $6.7 \cdot 10^{-3}$. L'humidité absolue étant conservée après pompage, la pression partielle de vapeur d'eau P_{ve} devient donc environ 10^{-6} mbar . Pour une telle pression partielle, la température de point de rosée est inférieure à -75°C . Par conséquent, pour une pression totale d'air humide de 10^{-4} mbar la condensation d'eau ne peut pas apparaître à -35°C .

B- Précision de la mesure :

Lorsque la température de l'échantillon est de la forme (fig. 15-a) :

$$T(t) = \bar{T} + \Delta T \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) \quad (30)$$



$$T^4(t) \text{ s'écrit : } T^4(t) = [\bar{T} + \Delta T \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t)]^4 \quad (31)$$

Soit :

$$T^4(t) = \bar{T}^4 + 3 \cdot \bar{T}^2 \cdot \Delta T^2 + \frac{3}{8} \cdot \Delta T^4 + \left(4 \cdot \bar{T}^3 \cdot \Delta T + 3 \cdot \bar{T} \cdot \Delta T^3\right) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) + \left(3 \cdot \bar{T}^2 \cdot \Delta T^2 + \frac{\Delta T^4}{8}\right) \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) + \bar{T} \cdot \Delta T^3 \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) + \frac{\Delta T^4}{8} \cdot \cos(8 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t) \quad (32)$$

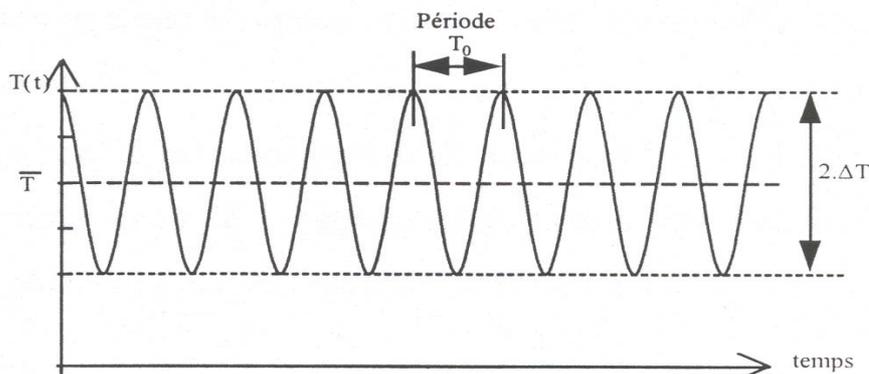


Figure 15-a: Représentation typique de $T(t)$

La transformée de Fourier de l'expression présente un spectre d'amplitude composé d'un pic principal à la fréquence f_0 et trois autres pics correspondant aux harmoniques (fig. 15-b).

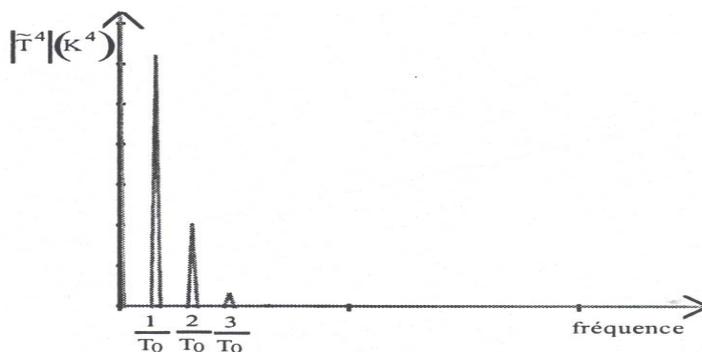


Figure 15-b: Résultat de la transformée de Fourier discrète de $T^4(t)$

Or, on montre facilement que le terme $3 \cdot \bar{T} \cdot \Delta T^3$ est négligeable devant $4 \cdot \bar{T}^3 \cdot \Delta T$ (dans le domaine de température étudié). La hauteur du pic principal, encore appelé pic fondamental, peut donc être considérée comme proportionnelle à ΔT et à $4 \cdot \bar{T}^3$.

Si l'échantillon est visé par un détecteur infrarouge total, le module de la transformée de Fourier du signal délivré par la chaîne de détection s'écrit :

$$|\tilde{U}(f)| = \int_0^{\infty} K_{\lambda}(f) \cdot \varepsilon_{\lambda} \cdot |\tilde{L}_{\lambda,T}^0| \cdot d\lambda \quad (33)$$



Où $K_\lambda(f)$ est la fonction de réponse en fréquence de la chaîne de mesure de détection.

Pour une chaîne de détection grise : $K_\lambda(f) = K(f)$ (34)

On peut écrire : $|\tilde{U}(f)| = |\tilde{K}(f)| \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot |\tilde{T}^4(f)|$ (35)

L'amplitude du signal s'écrit : $|\tilde{U}(f_0)| = |\tilde{K}(f_0)| \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot |\tilde{T}^4(f_0)|$ (36)

La hauteur du pic f_0 est donc proportionnelle à la température moyenne au cube \bar{T}^3 .

La figure 16 présente le rapport des amplitudes des signaux pour \bar{T} compris entre 223 K et 300 K.

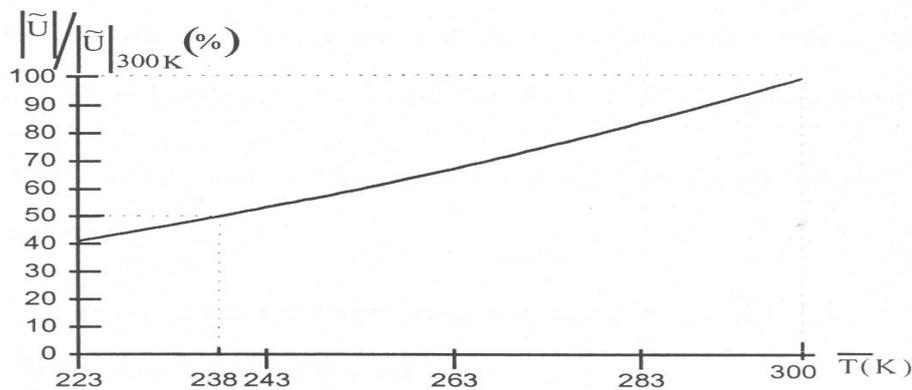


Figure 16: Evolution de la hauteur du pic par rapport à celui à 300 °K en fonction de la température

Il apparaît que pour $\bar{T} \approx 238K$, la hauteur du pic est égale à la moitié de celle à 300 K. Or, d'après Matteï et al. [42], l'incertitude statistique relative des mesures est proportionnelle au rapport de l'amplitude du bruit sur la hauteur du pic. Sa valeur est :

$$\frac{\sigma(|\tilde{U}|)}{|\tilde{U}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{|\tilde{B}|}{|\tilde{U}|} \quad (37)$$

Où $|\tilde{U}|$ est la hauteur du pic, et $|\tilde{B}|$ l'amplitude du bruit en f_0 .

Pour une température moyenne égale à 238 K, si on veut conserver la même précision qu'à 300 K il faut donc multiplier par deux l'amplitude de la température.

C- Utilisation de la méthode de l'hémisphère en radiométrie périodique :

Le principe de la coupole consiste à placer un hémisphère réfléchissant percé d'un petit orifice au dessus d'un échantillon isotrope et diffusant, et à effectuer deux mesures de flux, l'une avec coupole et l'autre sans. De ces deux mesures, on peut déduire l'émissivité de l'échantillon. Lorsque l'hémisphère est au dessus de la surface ΔS , le flux issu de l'orifice est la somme :



- Du flux émis par ΔS et sortant de l'orifice soit directement (ϕ_e'), soit après de multiples réflexions (ϕ_e'') sur les parois de l'hémisphère.
- Du flux émis par l'hémisphère (ϕ_m) et ayant subi des réflexions sur l'échantillon,
- Du flux provenant de l'environnement (ϕ_{amb}) et réfléchi par la surface ΔS , et éventuellement par l'hémisphère.

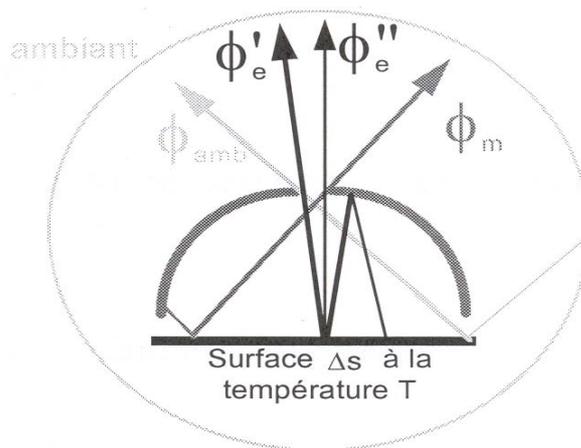


Figure 17: Principe de l'hémisphère réfléchissant en régime stationnaire

On écrit (fig. 17) :

$$\phi_{orifice} = \phi_e' + \phi_e'' + \phi_m + \phi_{amb} \quad (38)$$

Ces quatre flux sont d'autant plus proches que les températures de la surface ΔS et de l'hémisphère sont proches de la température ambiante.

Cependant, si la température ΔT est modulée, il est alors possible de différencier ces flux par traitement de signal. Seul le flux émis par la surface ΔS ayant subi ou non des réflexions sur l'hémisphère est modulé. L'amplitude de la composante modulée du flux issu de l'orifice est alors proportionnelle à une émissivité apparente ε_a :

$$|\tilde{\phi}_{orifice}(f)| = \varepsilon_a \cdot \sigma \cdot |\tilde{T}_{\Delta S}^4(f)| \quad (39)$$

Où $T_{\Delta S}$ est la température de la surface ΔS , et :

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon) \cdot \rho_m \cdot \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{h}{R}\right)^2\right)} \quad (40)$$

A partir de cette relation, nous pouvons calculer l'émissivité de l'échantillon en fonction de l'émissivité apparente.



CHAPITRE 3

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Après la comparaison des différentes méthodes de mesure de l'émissivité passées en revue précédemment, nous avons donc opté pour la méthode de mesure radiométrique périodique à laquelle nous avons apporté quelques améliorations étant donné les inconvénients qu'elle a présenté lors de précédentes utilisations.

L'expérimentation a été effectuée au Laboratoire d'Énergétique et de Thermique Industrielle de l'Est Francilien (LETIEF), sous la direction du professeur Simone MATTEI à l'université Paris 12 – Val de Marne, pour la mesure de l'émissivité d'un revêtement mince (nickel) à des températures autour de l'ambiante et à basse température.

I – Dispositif expérimental : [48]

La méthode de mesure radiométrique périodique consiste d'une part à moduler la température de l'échantillon étudié et mesurer la température de sa surface, d'autre part à mesurer le flux total émis par cette surface en fonction du temps.

Le dispositif expérimental doit assurer la modulation thermique en synchronisation avec la mesure de la température et du flux émis. Par ailleurs, il doit permettre la variation de la température moyenne de l'échantillon en évitant le phénomène de condensation de l'eau sur l'échantillon lors des mesures à basse température. Par ailleurs, deux mesures sont effectuées : l'une sur l'échantillon et l'autre sur l'échantillon lorsque celui-ci est recouvert de l'hémisphère réfléchissant. Par conséquent, le dispositif expérimental (figure 1) comprend :

- Une enceinte à vide et son groupe de pompage,
- Plusieurs dispositifs porte échantillon,
- Un banc optique,
- Une coupole réfléchissante,
- Un bain thermostaté à circulation,
- Un système de contrôle et d'acquisition.



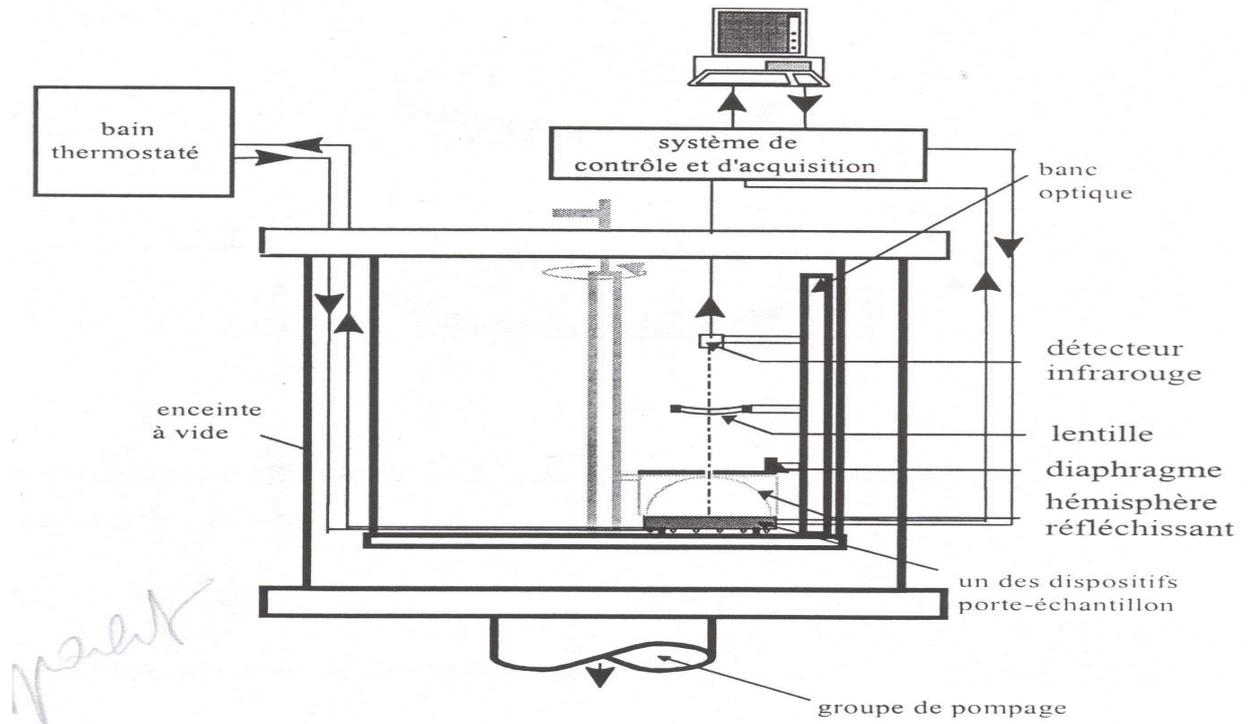


Figure 1: *Vue d'ensemble du dispositif expérimental*

L'utilité et le fonctionnement de chaque composante de ce dispositif expérimental sont développés dans le paragraphe suivant.

1. Enceinte à vide :

L'enceinte (figure 2) est composée :

- d'un cylindre en verre d'épaisseur 6 mm, de diamètre extérieur 305 mm et de hauteur 356 mm,
- d'une platine inférieure en inox de diamètre 360 mm,
- d'une platine supérieure en aluminium de diamètre 311 mm.



L'étanchéité est assurée par deux joints L en vitons. Un manchon en acrylique permet de prévenir tout risque d'implosion. Les deux platines sont équipées de différents passages étanches. La platine inférieure est munie des passages suivants :

- passage pour le capteur de mesure de pression et la remise à l'air libre,
- un passage électrique permettant d'une part d'alimenter les éléments Peltier qui assurent la modulation thermique de la température des échantillons et d'autre part les modules Peltiers qui imposent la température moyenne de ces échantillons.

La platine inférieure comprend également deux grandes ouvertures pour la mise à vide pour le groupe de pompage et la remise à la pression atmosphérique.

La platine supérieure est également munie de divers passages tels que :

- les passages pour le circuit de circulation d'eau,
- le passage électrique permettant la mesure de la tension de sortie du détecteur et la température de surface de l'échantillon,
- un passage rotatif à roulement à billes permettant de contrôler la rotation du profilé jouant le rôle de banc optique.

2. Porte-échantillon :

Le Porte-échantillon est composé principalement de deux dispositifs, l'un assurant la modulation de la température de l'échantillon (dispositif n°1) et l'autre impose la température moyenne (dispositif n°2), (figure 3). Un troisième dispositif assure l'évacuation du flux dissipé par les parois blocs Peltier.

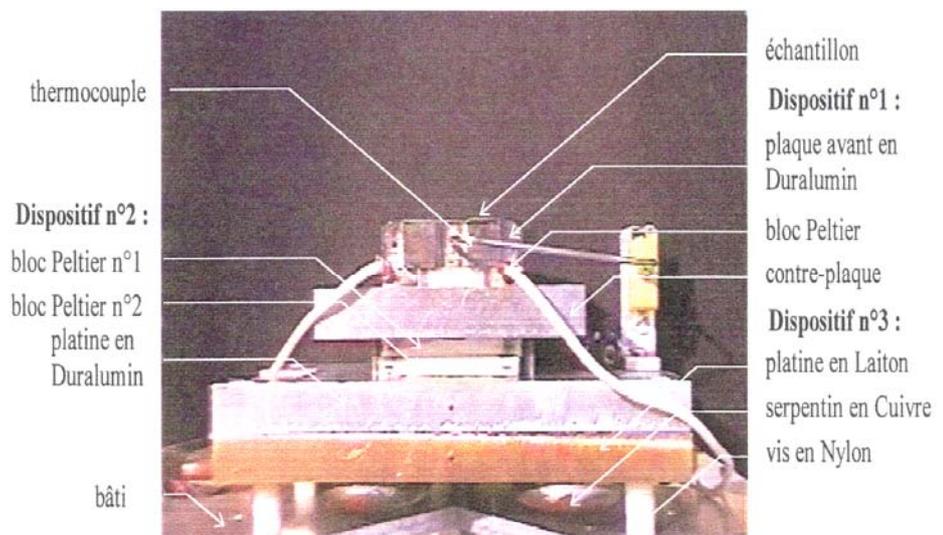


Figure 3: Le dispositif Porte-échantillon



A/ Dispositif assurant la modulation et la mesure de la température de l'échantillon :

Ce dispositif est composé :

- d'une plaque en duralumin de dimension 44mm*44mm*10mm qui reçoit l'échantillon,

- d'un bloc Peltier (Marlow DT 1133) de dimensions 44mm*44mm*4mm permettant d'obtenir la modulation en température de la plaque avant par effet Peltier,
- d'une contreplaque en duralumin.

La température est mesurée par un thermocouple de type Chromel-Alumel logé au centre de la plaque qui reçoit l'échantillon, à 5 mm de la surface. Une résine polymide chargée à l'argent (EPOTECNY, référence : EPO6TEK P10, conductivité thermique ($k = 2.2 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$) assure le contact entre le thermocouple et le Porte-échantillon. La température mesurée est bien représentative de la température de surface du Porte-échantillon. En effet, l'amortissement provoqué par 5 mm de duralumin, calculé à l'aide d'un modèle monodimensionnel de conduction est inférieur à 0.05%.

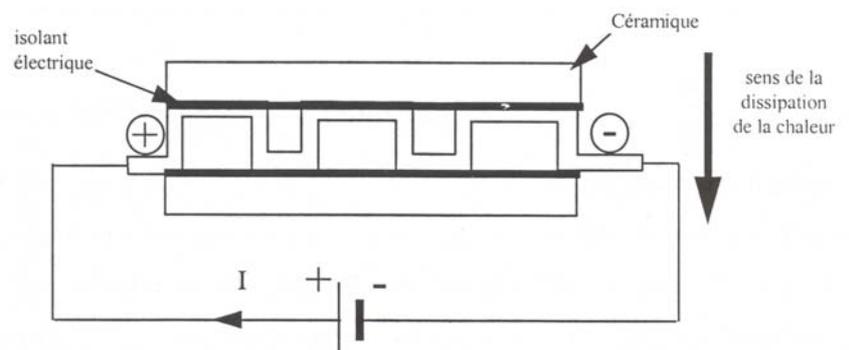


Figure 4: Élément Peltier

Le bloc Peltier qui assure la modulation en température de l'échantillon est pris en sandwich entre la plaque avant et la contre-plaque. Ce bloc est composé de plusieurs éléments thermoélectriques (couplés électriquement en série et thermiquement en parallèle) serrés entre deux plaques en céramique (fig.4).

Lorsque le module Peltier est alimenté par un courant, il est le siège de deux effets :

- L'effet Peltier, qui se traduit par un écart de température entre deux plaques de céramique, provoqué par le flux thermique transversal entre ces deux plaques. Ce flux est proportionnel au courant I qui l'alimente. Lorsque le sens du courant est inversé, alors le flux thermique s'inverse également.
- La résistance électrique du module crée par ailleurs un effet Joule qui se traduit par un dégagement de chaleur réparti sur les deux faces du module et proportionnel quant à lui à la puissance électrique injectée aux bornes du bloc Peltier.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

La alimentation du module Peltier par un courant sinusoïdal à valeur moyenne nulle s'accompagne d'une modulation en température et d'une augmentation de la température moyenne due à l'effet Joule décrit ci-dessus. La valeur moyenne de la température peut être contrôlée par un deuxième dispositif dont le principe sera détaillé plus loin. Pour évacuer la totalité de la puissance produite par effet Joule, on utilise un circuit de refroidissement par liquide thermostaté.

Les modules Peltier des différents portes-échantillon sont alimentés en série par un

amplificateur de courant développé au laboratoire et piloté par un micro-ordinateur. Les paramètres pilotés par la chaîne de contrôle des modules Peltier sont :

- La fréquence de modulation de température,
- L'amplitude de modulation de température.

B/ Dispositif imposant la température moyenne :

Le type de module Peltier utilisé est le même que celui assurant la modulation de température. L'obtention d'un gradient de température peut être réalisé par l'intermédiaire d'un module Peltier unique ou de plusieurs modules Peltier superposés. Le choix de la configuration résulte d'un compromis entre le gradient de température recherché et la puissance à évacuer. Le montage choisi est la superposition de deux modules Peltier alimentés en série (dispositif n°2 de la figure 3) serrés entre la contre plaque et la platine en duralumin. Le courant d'alimentation du Peltier supérieur (bloc Peltier n°1) est alimenté par un courant I_{sup} et le bloc Peltier inférieur (bloc Peltier n°2) est alimenté par un courant I_{inf} . Pour chaque couple d'intensité (I_{sup} , I_{inf}) fourni aux blocs Peltier respectifs, le dispositif répond par un effet Peltier et un effet Joule. Il est possible d'évaluer les valeurs optimales des couples d'intensité (I_{sup} , I_{inf}) pour lesquelles on a un rendement maximal de l'effet Peltier. Pour évaluer les valeurs optimales, nous avons utilisé le diagramme donné par le constructeur et fournissant le gradient de température en fonction de l'intensité admise à ces bornes pour différentes charges que celui-ci doit dissiper. Pour évaluer le gradient de température et le flux à dissiper par le dispositif n°2, nous avons procédé en deux étapes de calcul. Dans un premier temps, le Peltier supérieur (qui est à charge nulle car le flux engendré par effet Joule du Peltier modulé vers le Peltier supérieur est négligeable) alimenté d'un courant I_{sup} génère un gradient de température ΔT . A ce gradient de température s'ajoute celui provoqué par effet Peltier inférieur alimenté par I_{inf} . Contrairement au bloc Peltier supérieur, le bloc Peltier inférieur doit évacuer le flux de chaleur dissipé par effet Joule par le Peltier supérieur, cela a pour effet de diminuer l'effet Peltier du bloc Peltier inférieur.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

La figure 5 présente en fonction des couples de valeurs d'intensité (I_{sup} , I_{inf}) soumises aux Peltier les gradients de température ΔT produits et la puissance P à évacuer par l'ensemble du dispositif n°2.

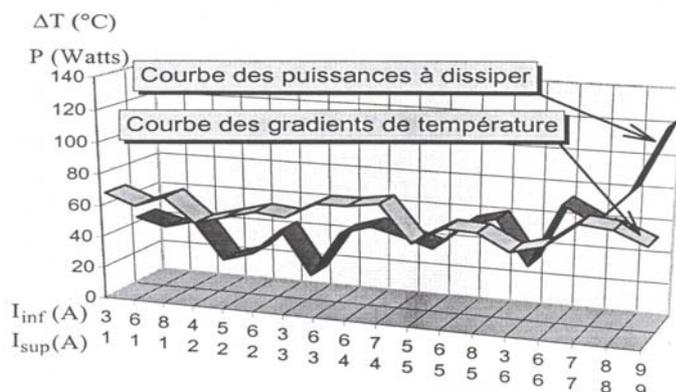


Figure 5: Effet Peltier et effet Joule en fonction des couples d'intensité (du dispositif n° 2)

Pour un meilleur rendement d'un effet Peltier, il n'existe qu'un seul couple d'intensités possible $I_{sup}=3$ A et $I_{inf}=6$ A. Pour ce couple d'intensités l'effet Peltier est important contrairement à l'effet Joule qui lui est peu important. Le schéma électrique choisi est donc une résistance d'une valeur proche de celle du Peltier supérieur (environ $0,7\Omega$) mise en parallèle aux bornes de ce dernier. Dans les conditions expérimentales, ce montage a permis d'atteindre -35°C (sur la face froide du Peltier) pour une intensité de $I_{inf}=8,5$ A. L'écart entre la valeur théorique et expérimentale provient du fait que la totalité de la puissance produite par effet Joule du dispositif n'est pas totalement dissipée par le dispositif de refroidissement. Dès lors, le rendement diminue.

Le contrôle de l'intensité du courant d'alimentation des Peltier est assuré grâce à un régulateur de type PID (régulateur 3T20 AP) placé en sortie d'une alimentation de courant continu de 10 A. Ce régulateur étant muni d'une tension de sortie ajustable, la gamme de courant I peut varier ainsi de 0 à 10 A. Les valeurs des intensités des courants nécessaires pour l'obtention des différentes températures moyennes figurent dans le tableau suivant :

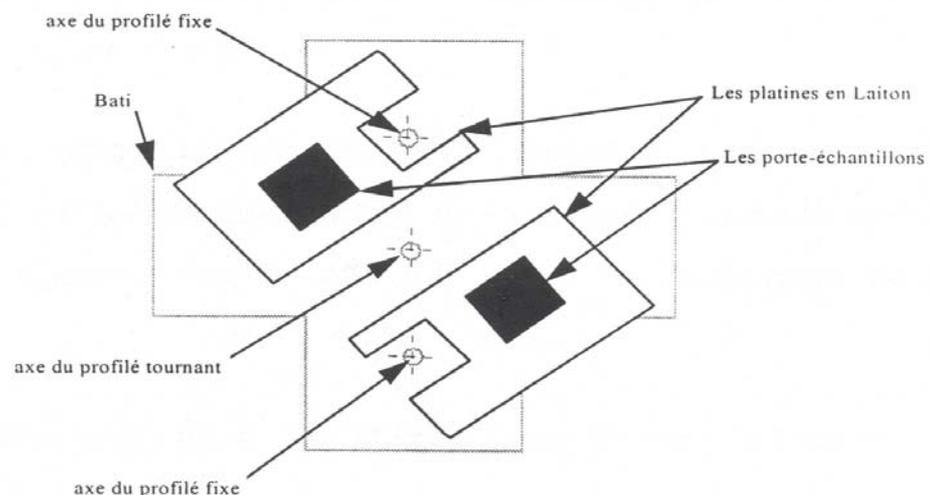
$I_{inf}(\text{A})$	8,5	3,6	1,5	0
$T(^{\circ}\text{C})$	-35	-18	0	30

Le bain thermostaté de type LAUDA K-2/R permet de refroidir l'eau circulant dans un serpentin en cuivre soudé sur la platine de laiton, lui-même solidaire du bâti. Cette platine de laiton est isolée thermiquement du bâti par l'intermédiaire d'entretoises et de vis Nylon (figure 3). Les platines en laiton qui reçoivent les deux porte-échantillons sont disposées suivant la figure ci-dessous (figure 6) :



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Figure 6: Vue dessus de la disposition des porte-échantillons par rapport au bâti



de

3. La chaîne optique :

La chaîne optique est constituée d'un détecteur, d'une lentille, d'un diaphragme et

d'une coupole réfléchissante. Le détecteur choisi, destiné à des mesures de flux total est une thermopile (DEXTER 1M) de détectivité réduite $2.6 \cdot 10^8 \text{ cm.Hz}^{0.5} \cdot \text{W}^{-1}$. Les thermopiles sont peu encombrantes, ont une bonne détectivité réduite, et peuvent être placées sous vide. Leur seul inconvénient pourrait être qu'elles sont soumises à des dérives. Cependant dans notre cas ses dérives n'influent pas sur la valeur des mesures.

De plus, une thermopile est peu coûteuse. Ce détecteur est muni d'une fenêtre en KRS5, matériau pratiquement transparent entre $0.6 \mu\text{m}$ et $60 \mu\text{m}$, placée sur l'axe optique d'une lentille, également en KRS5, biconvexe, de focale 25 mm et de diamètre 25 mm.

La configuration optique choisie est 2f-2f, l'image du détecteur se trouvant au niveau du diaphragme (figure 7) placé devant l'orifice de la coupole. Ce diaphragme permet d'éviter que l'orifice de la coupole ne joue lui-même le rôle d'un diaphragme, ce qui fausserait les

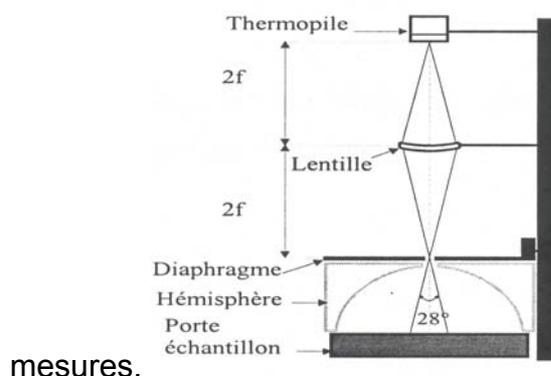


Figure 7: Chaîne optique

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Afin d'obtenir la configuration 2f-2f, nous avons réalisé une chaîne annexe contenant :

- Une diode électroluminescente (DEL),
- La lentille en KRS5,
- Un détecteur pyroélectrique de type Moletron de modèle P4-42 muni d'un hublot en KRS5,
- Un modulateur optique fonctionnant à 9 Hz muni d'un disque portant deux secteurs,
- Un voltmètre vectoriel qui assure la détection synchrone et effectue la démodulation-intégration de la tension venant du détecteur infrarouge.

Le premier réglage consiste à aligner les trois éléments (le détecteur, lentille, la DEL) sur le même axe optique avec une source Laser fonctionnant dans le visible (figure 8).

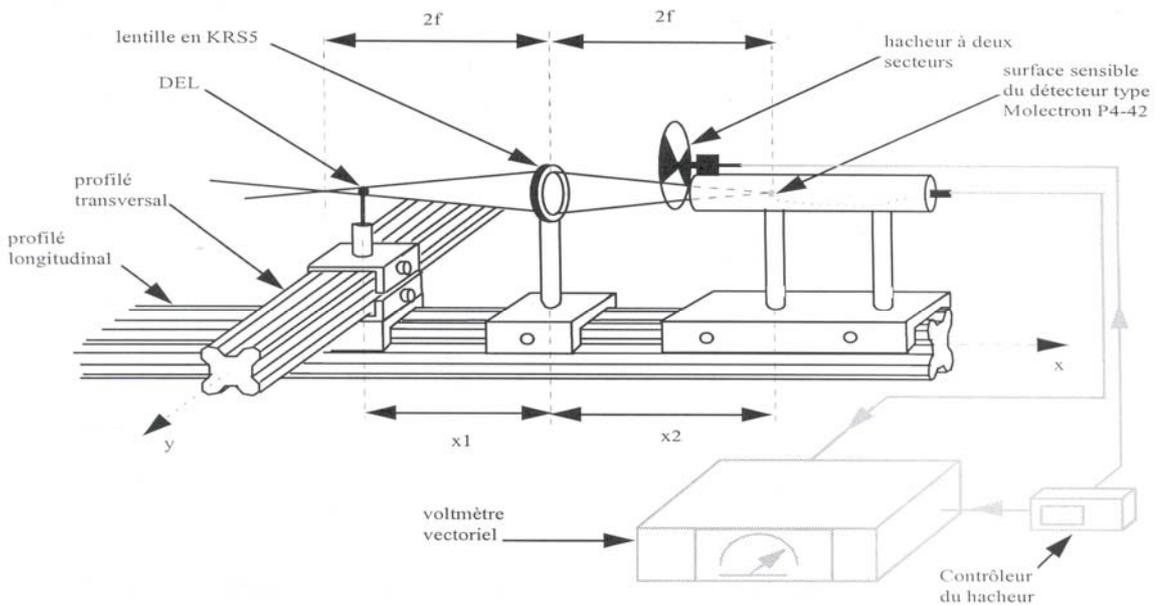


schéma de réglage de la configuration 2f - 2f

La diode est mobile selon deux axes (x et y), la lentille en KRS5 est mobile sur l'axe x uniquement. Ensuite, il faut déterminer la place de la lentille de manière à ce que l'image du détecteur se trouve à 2f de cette lentille. Pour cela, x_2 étant fixé, on cherche la distance x_1 qui rend maximum le signal délivré par le détecteur. On compare alors x_2 et x_1 . Si ces valeurs sont différentes, on fixe une nouvelle valeur de x_2 et on recommence jusqu'à trouver $x_2 = x_1$. La distance ainsi déterminée est $x_1 = (46 \pm 1)$ mm. La taille de l'image a ensuite été caractérisée par déplacement de la DEL suivant (oy) (figure 8). On fait déplacer x_1 entre 35 mm et 65 mm pas à pas de 1 mm. Pour chacune de ces valeurs, on déplace la DEL suivant y et on mesure le signal reçu par le détecteur. Ce signal a l'allure d'une courbe en cloche.

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

On trouve la position du maximum, et les deux valeurs de y (notés y_1 et y_2) correspondant à la moitié de ce maximum. La figure suivante (figure 9) présente la distance $(y_1 - y_2)$ trouvée en fonction de x_1 .

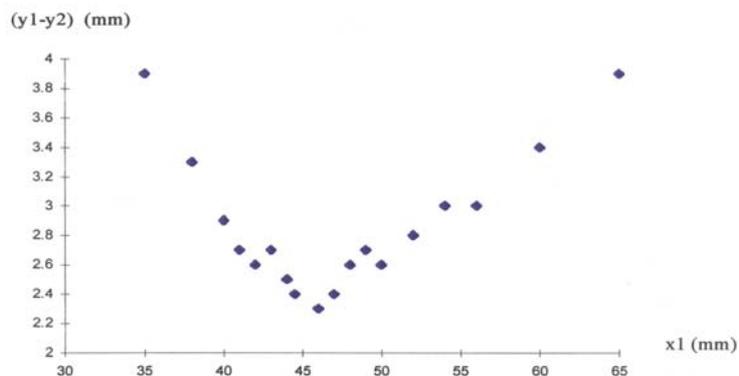


Figure 9: Écarts à signal délivré par le pyroélectrique. Il apparaît

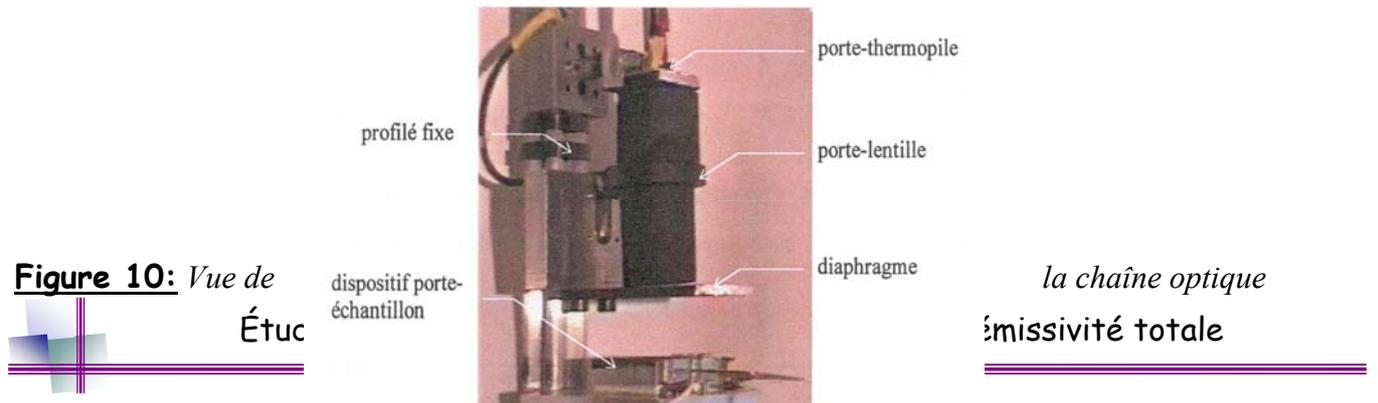
mi-hauteur du détecteur clairement

que l'écart maximum est situé à 46 mm, ce qui corrobore le résultat obtenu plus haut.

La chaîne optique 2f-2f ainsi caractérisée a été placée sur un profilé vertical dans une enceinte à vide (figure 10). Des systèmes de protection contre les réflexions parasites

(échantillon-surfaces métallique de l'enceinte) ont été disposés de part et d'autre de la lentille. Le diaphragme de diamètre 3 mm est disposé au niveau de l'image. L'échantillon est placé à 23 mm du diaphragme, l'hémisphère peut être intercalé entre ce diaphragme et l'échantillon. Le rayon de la surface ainsi visée est $y = 6 \text{ mm}$ et est tel que $y / R = 0.3$. Une des conditions de validité de la formule de Ono est ainsi respectée.

Le flux reçu par la thermopile est contenu dans un angle solide dont le demi angle au sommet est de 14° . L'émissivité ainsi mesurée est très proche de l'émissivité totale normale.



4. L'hémisphère réfléchissant :

La coupole réfléchissante est constituée d'un hémisphère de 43 mm de diamètre usiné dans un cylindre en duralumin, percé en son sommet d'un orifice de 4 mm de diamètre (fig. 11-a et fig. 11-b). La base de la coupole, placée à 1 mm de la surface de l'échantillon peut être déplacée grâce à la rotation du profilé tournant, ou maintenue fixe sur le profilé fixe.

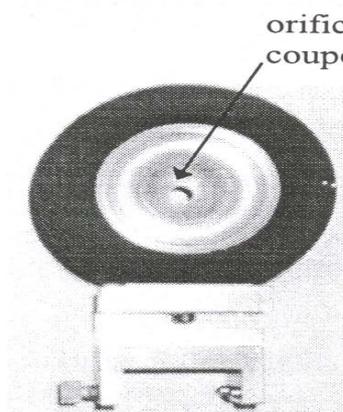


Figure 11-a: *Vue de face de la coupole*

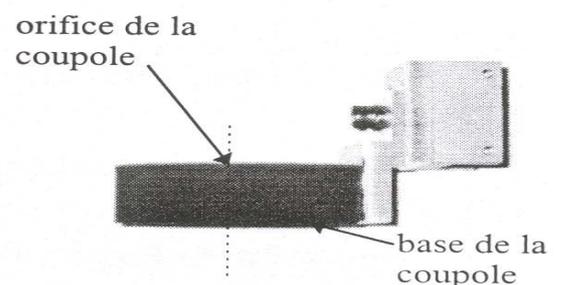


Figure 11-b: *Vue de côté de la coupole*

5. Le dispositif de pompage :

Le vide est réalisé grâce à deux pompes montées en série :

- Une pompe primaire à palette bi-étagée (de type Leybold Trivac D&B) de débit nominal d'environ $9.7 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$,

- D'une pompe turbo- moléculaire (de type Leybold Turbovac 50) de débit nominal $118 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. La pression limite donnée par le constructeur est de $8 \cdot 10^{-9}$ mbar.

Le dispositif de mesure du vide comporte deux capteurs de pression :

- Une jauge Piranni qui assure la mesure du vide primaire (de 10^{-3} à 100 mbar),
- Une jauge Penning qui permet de mesurer un vide secondaire compris entre 10^{-9} et 10^{-2} mbar).

Le dispositif de pompage permet d'atteindre dans les conditions expérimentales une pression de l'ordre de 10^{-5} mbar dans l'enceinte. Cette pression résiduelle est due à la présence de nombreux passages étanches et au dégazage de multiples surfaces à l'intérieur de l'enceinte.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

1. Le système de contrôle et d'acquisition :

Le système de contrôle et d'acquisition (figure 1) assure de façon synchrone :

- La commande de la modulation en température,
- La mesure de la température des porte-échantillons,
- La mesure de la tension de la chaîne de détection infrarouge.

Ce système est commandé par un micro-ordinateur via une carte d'acquisition de type Keythley DAS 1601 associées à un boîtier de conditionnement réalisé au LETIEF et un programme d'acquisition écrit sous Asyst. La carte Keythley comporte 16 voies de conversion A/D unipolaires sur 12 bits, 2 voies de conversion D/A sur 12 bits et 32 voies entrée-sortie binaires. Le boîtier de conditionnement permet l'amplification et le filtrage des 8 voies de tension :

- 5 voies de tension bas niveaux (thermocouples),
- Une voie de tension destinée à la mesure de la température de soudure froide des thermocouples,
- 2 voies de tension à gain destinée à la mesure des signaux infrarouges pré amplifiés.

7. Le choix du traitement du signal et de la fréquence d'excitation :

La tension de sortie des différents capteurs (thermopiles et thermocouples) est amplifiée (gain de 1000) puis filtrée passe-bas par des filtres RC qui équipent le boîtier de conditionnement. Compte tenu de la constante de temps de ces filtres ($t = 30 \text{ ms}$ soit $f_c = 5.3 \text{ Hz}$) les données doivent être échantillonnées à une fréquence de plusieurs dizaines de Hz (idéalement 100 Hz). Les mesures étant longues, il est donc nécessaire pour limiter le

flux de données de procéder à un filtrage numérique passe bas, (de type Hanning de largeur 10 s) suivi d'un ré échantillonnage (à 0.78 Hz) avant le stockage sur disque. Chaque essai dure environ 10 minutes ce qui correspond à 512 valeurs numériques par voie de mesure. Les signaux bruts $U(t)$ et $T(t)$ sont composés :

- D'une composante fondamentale en f_0 ,
- D'harmoniques de faibles amplitudes,
- D'un bruit très basse fréquence (quelques MHz) dû aux variations lentes de la température ambiante,
- D'un bruit blanc auquel s'ajoutent des fluctuations de courtes durées (parasites électriques, électromagnétiques et vibratoires).



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

En plus, ils présentent en général une dérive provoquée par la variation lente non contrôlée de la température ambiante.

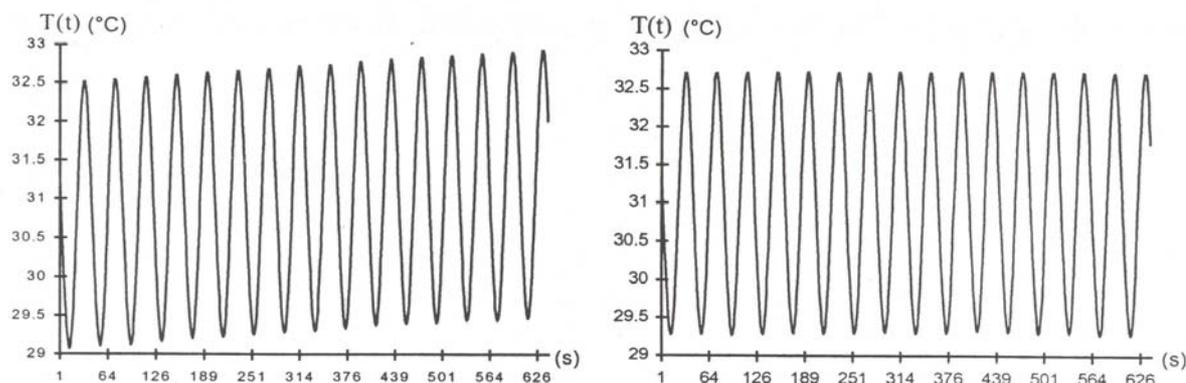


Figure 12-a et 12-b: Exemples de signal $T(t)$: a- avant redressement, b- après redressement

Afin de déterminer l'émissivité, il est nécessaire de déterminer les amplitudes à la fréquence f_0 des signaux $U(t)$ et $T^4(t)$. Après le calcul de $T^4(t)$, on procède au redressement des signaux. Cette procédure consiste à calculer par régression linéaire la droite qui passe au milieu par les moyennes des points expérimentaux puis à retrancher cette droite des signaux.

Les signaux redressés subissent ensuite une transformation de Fourier (algorithme de Tukey [49], [50]). Les résultats sont deux séries de vecteurs complexes, soit le spectre d'amplitude, présente un pic en f_0 (figure 13) :

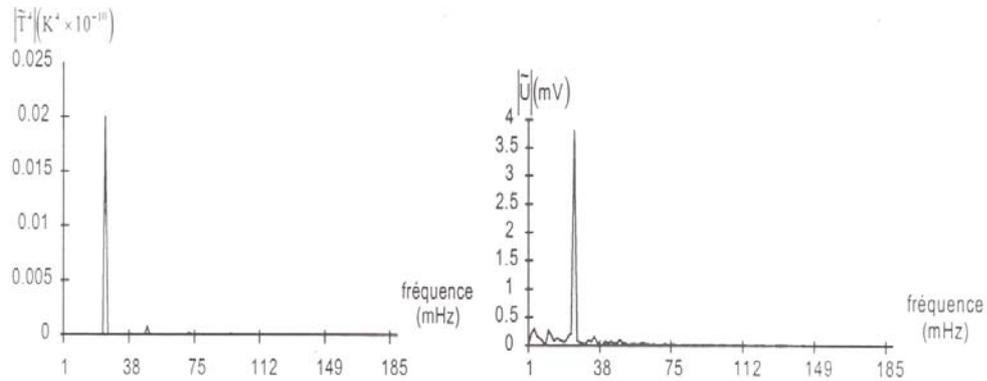


Figure 13: Spectres des signaux redressés $T^4(t)$ et $U(t)$ obtenus à température ambiante

Le signal temporel de durée L contient un nombre entier de périodes de modulation.

La résolution fréquentielle $\Delta f (1/L)$ est par conséquent un sous multiple de la fréquence fondamentale f_0 . L'énergie du signal à la fréquence f_0 est donc intégralement restituée dans la bande de fréquence $f_0 \pm (\Delta f / 2)$.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

La gamme de fréquence dans laquelle doit être choisie la fréquence d'excitation est limitée vers les basses fréquences en raison des perturbations détériorant le signal, et vers les hautes fréquences en raison de la limitation de la puissance disponible du générateur de courant qui alimente les modules Peltier. La fréquence choisie est $f_0 = 25$ mHz.

II - Résultats des mesures expérimentales :

1. Mesure de l'émissivité d'une peinture noire :

Le protocole expérimental permettant la mesure de l'émissivité totale normale de la peinture noire comporte deux étapes. La première étape consiste en la caractérisation de la coupole grâce à des mesures sur le revêtement. La deuxième étape est la mesure de l'émissivité de la peinture noire pour six températures moyennes différentes comprises entre -38 °C et 82 °C. Ces mesures sont faites en visant successivement cette peinture avec et sans la coupole.

A – L'échantillon : L'échantillon étudié est un revêtement très émissif : la peinture Velvet Coating 811 – 21. Cette peinture est déposée au rouleau sur la plaque avant (figure 6) en deux couches successives à 24 heures d'intervalle. L'épaisseur de la couche finale mesurée en microscope fait environ $60 \mu\text{m}$.

B – Pré-caractérisation de la coupole :

L'émissivité apparente ε_a d'une surface placée au dessous d'un hémisphère réfléchissant est donnée par la formule dite d'Ono :

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon) \cdot \rho_m \cdot (1 - F)}$$

(1)

Dans la pratique, les hypothèses théoriques ne sont pas parfaitement respectées mais on peut cependant utiliser la formule approchée suivante :

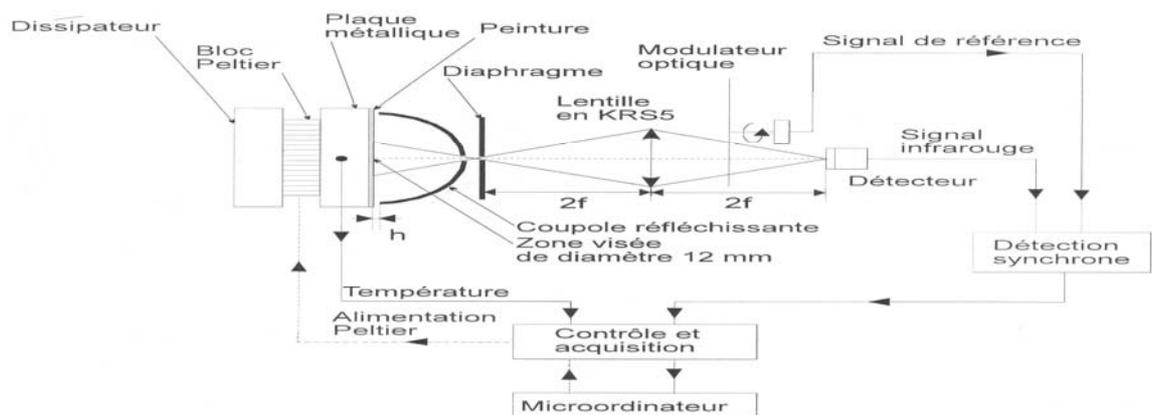
$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon}{1 - (1 - \varepsilon) \cdot \kappa}$$

(2)

Connaissant ε_a et κ , il est donc possible d'atteindre l'émissivité propre de l'échantillon. Le terme κ est une constante dépendante de la géométrie et des propriétés optiques de la coupole. Cette constante n'étant pas connue a priori, il faut la déterminer expérimentalement. Nous avons procédé à une détermination préliminaire de cette constante sur un banc annexe à l'air libre. Cette détermination consiste à appliquer la formule (2) à une surface modulée dont l'émissivité propre et l'émissivité apparente sont mesurées. Le dispositif expérimental utilisé présenté sur la figure 14 comporte un système de détection infrarouge, un système d'acquisition et de contrôle, un porte-échantillon et la coupole.

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Le porte-échantillon est constitué d'un bloc Peltier serré entre la plaque métallique dont la température est mesurée et un dissipateur à ailettes.



Figur

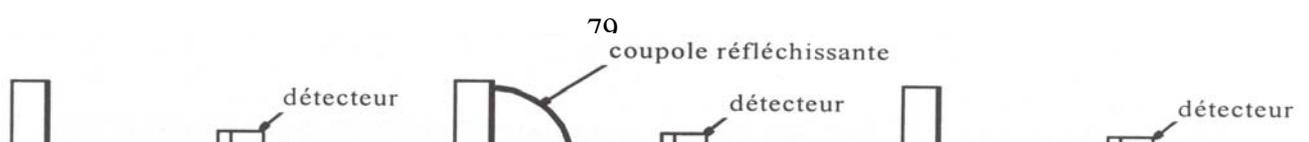
e
14:
Chain
e de

mesure de la constante κ

Le système de contrôle et d'acquisition permet :

- La modulation thermique des surfaces,
- La mesure de la température des plaques métalliques,
- La mesure de la tension en sortie de la chaîne de détection infrarouge.

Le système de détection infrarouge est constitué d'un détecteur pyroélectrique, d'un modulateur optique fonctionnant à 9 Hz associé à une détection synchrone, d'une lentille de focale $f = 25$ mm, d'un diaphragme de diamètre 3 mm. La lentille limite la zone visée



sur la surface modulée à un disque de diamètre 12 mm. Le diaphragme est destiné à conserver un chemin optique identique avec ou sans la coupole.

Figure 15: Principe de la caractérisation de κ

Trois mesures sont nécessaires (voir figure 15) : deux mesures sur une peinture recouverte ou non de la coupole et une mesure sur la peinture dont l'émissivité est donnée dans la littérature ($\epsilon_{PN} = 0.97 \pm 0.01$) [37].



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Les grandeurs mesurées sont la température de la surface modulée $T(t)$ et la tension $U(t)$ issue de la chaîne de détection infrarouge. Les amplitudes des composantes à la fréquence de modulation de ces deux grandeurs sont calculées par transformation de Fourier et elles sont liées par la relation suivante :

$$|\tilde{U}| = K \cdot \epsilon \cdot \sigma \cdot |\tilde{T}^4|$$

(3)

Dans cette expression K est la constante de la chaîne de mesure et ϵ représente soit l'émissivité propre (émissivité sans coupole), soit l'émissivité apparente (émissivité avec coupole). On introduit la quantité suivante :

$$|\tilde{R}| = \frac{|\tilde{U}|}{|\tilde{T}^4|}$$

(4)

On obtient les trois relations suivantes :

$$|\tilde{R}_1| = K \cdot \sigma \cdot \epsilon_P$$

(5)

$$|\tilde{R}_2| = K \cdot \sigma \cdot \epsilon_{a-P}$$

(6)

$$|\tilde{R}_3| = K \cdot \sigma \cdot \epsilon_{PN}$$

(7)

L'émissivité propre de la peinture est déterminée à partir des relations (5) et (6) par :

$$\epsilon_P = \frac{|\tilde{R}_1|}{|\tilde{R}_2|} \cdot \epsilon_{PN}$$

(8)

Le terme κ est ensuite déterminé par la relation : $\kappa = \left(1 - \frac{|\tilde{R}_1|}{|\tilde{R}_2|} \right) \cdot \frac{1}{(1 - \epsilon_P)}$

(9)

L'expression de l'incertitude-type composée $u_c(\kappa)$ est :

$$u_c(\kappa) = \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa}{\partial \left(\frac{|\tilde{R}_1|}{|\tilde{R}_2|} \right)} \right)^2 \cdot u_{\left| \frac{\tilde{R}_1}{\tilde{R}_2} \right|}^2 + \left(\frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_P} \right)^2 \cdot u_{\epsilon_P}^2}$$

(10)

En admettant que le premier terme de la somme quadratique est négligeable, il vient :

$$u_c(\kappa) = \frac{u(\epsilon_P)}{(1 - \epsilon_P)^2} \cdot \left(1 - \frac{|\tilde{R}_1|}{|\tilde{R}_2|} \right)$$

(11)

Ou encore :

$$\frac{u_c(\kappa)}{\kappa} = \frac{u(\varepsilon_P)}{1 - \varepsilon_P}$$

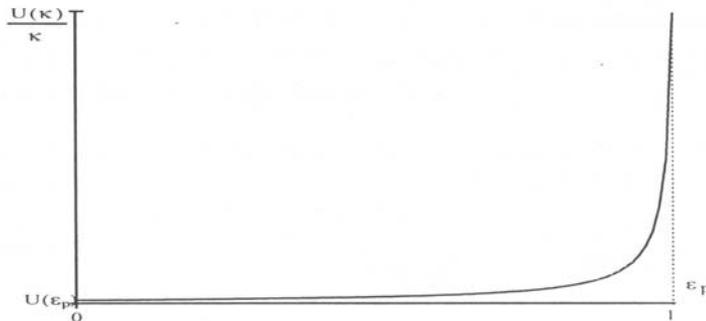
(12)

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

La figure 16 représente l'incertitude-type composée relative en fonction de différentes valeurs de l'émissivité.

Figure 16:

composée relative
fonction de
peinture ε_P



Incertitude-type
 $U_c(\kappa) / \kappa$ en
l'émissivité de la

Cette figure montre que la précision sur κ est d'autant meilleure que la valeur de ε_P est faible.

Nous avons choisi une peinture d'Aluminium commercial de type RUST-OLEUM 7315 déposée sur la plaque avant au rouleau en deux couches à 24 heures d'intervalle. Les résultats obtenus sont : $\varepsilon_P = (0.66 \pm 0.06)$ et $\kappa = (0.83 \pm 0.16)$.

C – Protocole de mesure : La constante κ précédemment déterminée peut être utilisée par la suite pour déterminer l'émissivité de la peinture noire, or elle peut différer selon l'état de surface devant laquelle l'hémisphère est placé. La caractérisation de l'hémisphère doit donc être réalisée en prenant soin de conserver le même état de surface pour la peinture permettant la caractérisation de la coupole et pour la peinture noire étudiée. Pour cette caractérisation, nous utilisons le banc de mesure dans l'enceinte décrit précédemment.

Quatre mesures sont nécessaires :

- Deux mesures sur une peinture (faiblement émissive) (indice R) (mesures n°2) et sur une peinture fortement émissive, dont on connaît l'émissivité, recouverte de la coupole (mesures n°1).
- Deux mesures avec (mesure n°3), et sans coupole (mesures n°4), sur la peinture.

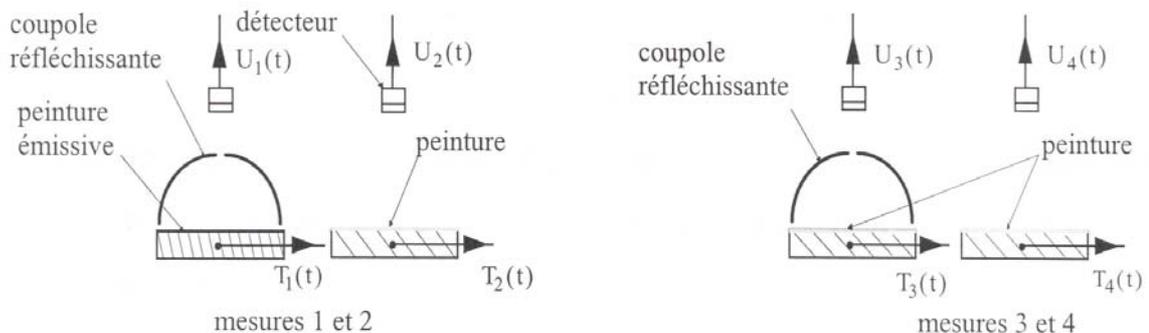


Figure 17: Caractérisation de la coupole

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

On obtient quatre relations :

$$\left| \tilde{R}_1 \right| = K_1 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_{a-PN} \quad \left| \tilde{R}_2 \right| = K_2 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_R \quad (13)$$

$$\left| \tilde{R}_3 \right| = K_3 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_{a-R} \quad \left| \tilde{R}_4 \right| = K_4 \cdot \sigma \cdot \varepsilon_R \quad (14)$$

L'émissivité de la peinture est déterminée à partir des relations (13) :

$$\varepsilon_R = \left| \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right| \cdot C \cdot \varepsilon_{a-PN} \quad (15)$$

Où C est une correction (par étalonnage) due à la disparité des porte-échantillons.

Cette disparité est due en effet à la différence entre :

- Les sensibilités des thermocouples,
- Leur positionnement,
- La qualité du contact entre le thermocouple et le porte-échantillon.

ε_{a-PN} n'est pas connue a priori, mais on peut l'estimer. En effet, en utilisant la valeur de κ déterminée précédemment, une valeur de l'émissivité de la peinture noire obtenue dans la littérature ($\varepsilon_{PN} = 0.97 \pm 0.01$) et l'expression (2), on obtient une valeur approchée de l'émissivité apparente :

$$\varepsilon_{a-PN} = 0.99 \pm 0.01$$

(16)

Où 0.01 représente l'incertitude élargie (facteur d'élargissement de 2).

La nouvelle détermination de κ est donnée par la relation :

$$\kappa = \left(I - \left| \frac{\tilde{R}_4}{\tilde{R}_3} \right| \right) \cdot \frac{I}{(I - \varepsilon_R)} \quad (17)$$

L'émissivité de la peinture noire étudiée est ensuite obtenue à partir d'une paire de mesures avec couple (mesures n°5) et sans couple (mesures n°6) sur la peinture (figure 18).

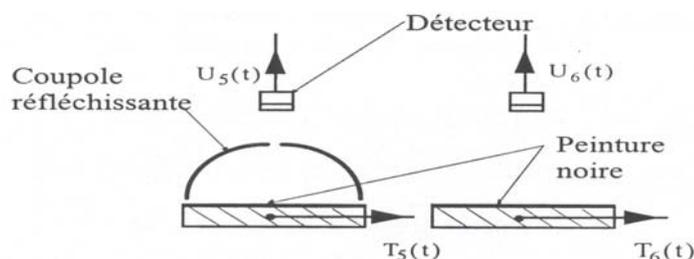


Figure 18: *Mesure de l'émissivité de la peinture*
Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Pour que les états de surface de la peinture d'aluminium et de la peinture noire soit identiques, les mesures 5 et 6 sont effectuées avant la caractérisation de la coupole et la peinture choisie est une peinture brillante en bombe (Rost Oleum 2115) qui a été déposée en deux couches finies, à 24 heures d'intervalle, par pulvérisation sur la peinture noire

étudiée.

Le tableau 4 ci-dessous récapitule les mesures effectuées :

	Mesures de $ \tilde{R}_i $ effectuées	Paramètres recherchés
Pré-caractérisation de la coupole	<ul style="list-style-type: none"> Mesures \tilde{R}_1 sur la peinture d'aluminium déposée sur le porte échantillon. Mesures \tilde{R}_3 sur une référence d'émissivité connue ε_{PN} avec une précision de 1%. 	Emissivité de la peinture d'aluminium déposée sur le porte échantillon : $\varepsilon_P = \frac{ \tilde{R}_1 }{ \tilde{R}_3 } \cdot \varepsilon_{PN}$
	Mesures avec et sans coupole (\tilde{R}_2, \tilde{R}_1) sur une peinture d'aluminium déposée sur le porte échantillon.	La constante dépendant de la géométrie et des propriétés optiques de la coupole : $\kappa = \left(1 - \frac{ \tilde{R}_1 }{ \tilde{R}_2 }\right) \cdot \frac{1}{(1 - \varepsilon_P)}$
Protocole de mesure de l'émissivité totale de la peinture noire	<ul style="list-style-type: none"> Mesures \tilde{R}_2 sur une peinture d'aluminium déposée sur une peinture noire. Mesures \tilde{R}_1 sur la peinture noire recouverte de la coupole. 	L'émissivité de la peinture d'aluminium déposée sur une peinture noire : $\varepsilon_R = \frac{ \tilde{R}_2 }{ \tilde{R}_1 } \cdot C \cdot \varepsilon_{a-PN}$
	Mesures avec et sans coupole (\tilde{R}_3, \tilde{R}_4) sur la peinture d'aluminium déposée sur une peinture noire.	La constante dépendant de la géométrie et des propriétés optiques de la coupole : $\kappa = \left(1 - \frac{ \tilde{R}_4 }{ \tilde{R}_3 }\right) \cdot \frac{1}{(1 - \varepsilon_R)}$
	Mesures avec et sans coupole sur la peinture noire (\tilde{R}_5, \tilde{R}_6).	L'émissivité de la peinture noire : $\varepsilon_{PN} = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \left(1 - \frac{ \tilde{R}_6 }{ \tilde{R}_5 }\right)$



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

D - Résultats des mesures :

a - Caractérisation de la coupole :

Afin de pouvoir faire des mesures successives sur la peinture d'aluminium dont on recherche l'émissivité de la peinture noire recouverte de l'hémisphère, nous avons monté la chaîne optique sur le profilé tournant et placé la coupole sur le profilé fixe (figure 19-a). Cette configuration a permis d'obtenir les rapports complexes \tilde{R}_1 et \tilde{R}_2 .



Figure 19-a: Montage utilisé pour la mesure de l'émissivité de la peinture d'Aluminium
 Les mesures de T_1 et U_1 sont obtenues en plaçant le profilé tournant au dessus de la peinture noire recouverte de l'hémisphère et les mesures de T_2 et U_2 sont obtenues par rotation du profilé tournant au dessus de la peinture d'aluminium (fig. 39-b).

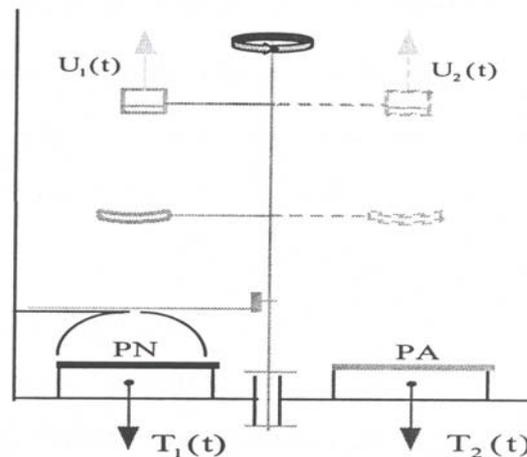


Figure 19-b: Mesure de \tilde{R}_1 (en traits pleins) et de \tilde{R}_2 (en pointillés).

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Cependant, la disparité des porte-échantillons intervient par l'intermédiaire du terme correctif C dans la formule (15) qui est déterminé en comparant les mesures obtenues pour les deux porte-échantillons recouverts d'une même peinture noire et soumis à des modulations de températures voisines. Les peintures doivent être déposées de la même manière, pour cela deux couches ont été déposées simultanément à 24 heures d'intervalle sur chaque porte-échantillon. Pour les mesures n°1 et n°2 avec pour porte-échantillon respectifs les porte-échantillons n°1 et n°2, nous avons obtenu deux quantités notées $|\tilde{R}_{PN1}|$ et $|\tilde{R}_{PN2}|$.

Le terme correctif C est calculé par la relation : $C = \frac{|\tilde{R}_{PN1}|}{|\tilde{R}_{PN2}|}$.

Une série de 25 mesures a permis d'obtenir : $C = (0.983 \pm 0.003)$ avec un facteur d'élargissement de 2.

Le tableau ci-contre réunit les différentes causes d'erreur sur la mesure de l'émissivité de la référence :

Grandeurs mesurées X_i	Incertitude-type	Nombre d'observations	Coefficient de sensibilité $\chi_i = \frac{\partial \varepsilon_R}{\partial X_i}$
Grandeurs mesurées $X_1 = \left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right $	$U_1 = \frac{S\left(\left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right \right)}{\sqrt{n_1}}$	$n_1=30$	$\chi_1 = \varepsilon_{a-PN} \cdot C$
$X_2 = \varepsilon_{a-PN}$	$U_2 = 0.005$		$\chi_2 = \left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right \cdot C$
Etalonnage $X_3 = C$	$U_3 = \frac{S(C_i)}{\sqrt{n_3}}$	$n_3=25$	$\chi_3 = \left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right \cdot \varepsilon_{a-PN}$

L'incertitude-type composée est ensuite calculée par :

$$U_C = \sqrt{U_1^2 \cdot \chi_1^2 + U_2^2 \cdot \chi_2^2 + U_3^2 \cdot \chi_3^2}$$

Le résultat final est $\varepsilon = (0.359 \pm 0.004)$ avec un facteur d'élargissement de 2.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

La caractérisation de la coupole nécessite une paire de mesures avec et sans coupole sur la même peinture d'aluminium. Afin de respecter cette condition, nous avons placé la chaîne optique au-dessus de la peinture d'aluminium au moyen d'un profilé fixe. La coupole quant à elle peut pivoter autour du profilé tournant sur lequel elle est montée (figure20-a).

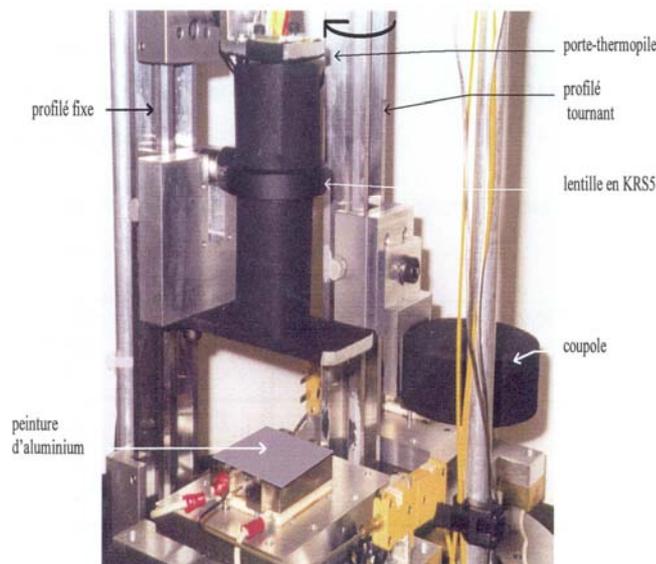


Figure 20-a: Montage utilisé pour caractériser κ

Les mesures de $T_3(t)$ et $U_3(t)$ sont obtenues en plaçant la coupole au dessus de la peinture d'aluminium par l'intermédiaire du profilé tournant et les mesures de $T_4(t)$ et $U_4(t)$ sont obtenues par rotation de ce dernier permettant ainsi au détecteur de viser la peinture d'aluminium sans la coupole (figure 20-b).

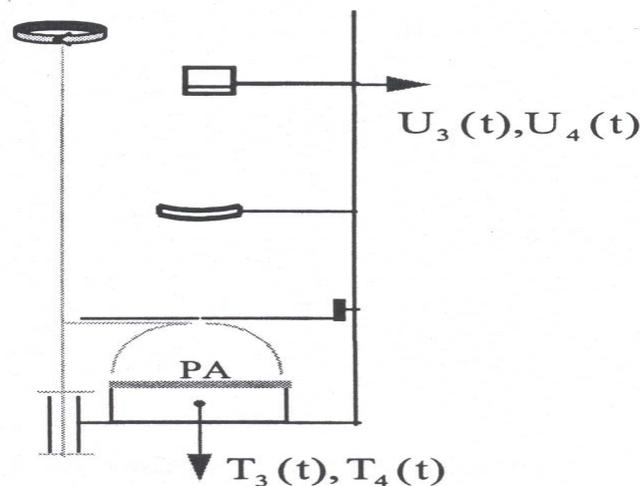


Figure 20-b: Descriptif des mesures de \tilde{R}_3 et \tilde{R}_4

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

A partir de la valeur de l'émissivité de la peinture d'aluminium ε_R et des mesures n°3 et n°4 nous obtenons le résultat κ qui est donc $\kappa = (0.897 \pm 0.006)$. L'incertitude sur la mesure a été évaluée en tenant compte des causes d'erreur présentées dans le tableau ci-dessous :

Grandeurs mesurées X_i	Incertitude-type	Nombre d'observations	Coefficient de sensibilité $\chi_i = \frac{\partial \kappa}{\partial X_i}$
Grandeurs mesurées $X_1 = \left \frac{\tilde{R}_4}{\tilde{R}_3} \right $	$U_1 = \frac{S\left(\left(\frac{\tilde{R}_4}{\tilde{R}_3}\right)\right)}{\sqrt{n_1}}$	$n_1=30$	$\chi_1 = -\frac{1}{(1 - \varepsilon_R)}$
$X_2 = \varepsilon_R$	$U_2 = 0.002$		$\chi_2 = -\frac{\left(1 - \left \frac{\tilde{R}_4}{\tilde{R}_3}\right \right)}{(1 - \varepsilon_R)^2}$

La valeur théorique obtenue à partir de la formule de Drudy et des valeurs suivantes correspondent aux conditions expérimentales suivantes: $\rho = 0.95$, $r = 0.003$ m, $R = 0.00215$ m, $h = 0.001$ m. On obtient : $\kappa = 0.929$. L'écart entre cette valeur et la valeur trouvée expérimentalement est de l'ordre de 3%. Les conditions de validité de la formule de Drudy n'étant pas complètement respectée, cet écart peut se justifié.

b – Résultats des mesures d'émissivité de la peinture noire :

Les mesures de $\left| \tilde{R}_5 \right|$ et $\left| \tilde{R}_6 \right|$ présentent dans certains cas une dérive plus ou moins

significative selon la température moyenne du porte échantillon. Une étude a été faite pour contourner ses dérives, et il apparaît que pour des campagnes de mesures réalisées pour des basses températures inférieures à 0°C la correction est négligeable devant l'incertitude statistique relative, en revanche, elle devra être prise en compte pour des campagnes de mesures au dessus de 0°C.

✚ Résultats des mesures d'émissivité au dessous de 0°C :

En négligeant les corrections, l'émissivité de la peinture noire est donnée par :

$$\varepsilon_{PN} = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \left(1 - \left| \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right| \right)$$

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Les différentes causes d'erreurs sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Grandeurs mesurées X_i	Incertitude-type	Nombre d'observations	Coefficient de sensibilité $\chi_i = \frac{\partial \varepsilon_{PN}}{\partial X_i}$
Grandeurs mesurées $X_1 = \left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right $	$U_1 = \frac{S\left(\left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \right)}{\sqrt{n_1}}$	$n_1=10$	$\chi_1 = \frac{1}{\kappa}$
$X_2 = \kappa$	$U_2 = 0.003$		$\chi_2 = \frac{\left(1 - \left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \right)}{\kappa^2}$

L'incertitude-type composée sur la peinture noire est ensuite calculée par :

$$U_C(\varepsilon_{PN}) = \sqrt{U_1^2 \cdot \chi_1^2 + U_2^2 \cdot \chi_2^2}$$

Les résultats obtenus sont réunis dans le tableau suivant :

Différentes campagnes de mesures	ε_{PN}	Incertitude-type composée	Incertitude élargie
- 36°C	0,974	0,002	0,004
-18 °C	0,975	0,002	0,004
0 °C	0,973	0,002	0,004

✚ Résultats des mesures d'émissivité au dessus de 0°C :

En considérant les corrections, l'émissivité de la peinture noire est donnée par :

$$\varepsilon_{PN} = 1 - \frac{1}{\kappa} \cdot \left(1 - \left| \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right| \cdot (1 - \alpha \cdot \theta) \right)$$

Où α et θ sont respectivement la sensibilité de la thermopile et la variation de température. L'incertitude-type composée sur la peinture noire est calculée par :

$$U_C(\varepsilon_{PN}) = \sqrt{U_1^2 \cdot \chi_1^2 + U_2^2 \cdot \chi_2^2 + U_3^2 \cdot \chi_3^2 + U_4^2 \cdot \chi_4^2}$$

Où les différentes causes d'erreurs sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Grandeurs mesurées X_i	Incertitude-type	Nombre d'observations	Coefficient de sensibilité $\chi_i = \frac{\partial \varepsilon_{PN}}{\partial X_i}$
Grandeurs mesurées $X_1 = \left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right $	$U_1 = \frac{S\left(\left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \right)}{\sqrt{n_1}}$	$n_1=10$	$\chi_1 = \frac{1}{\kappa} \cdot \left(\left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \right) \cdot \theta$
$X_2 = \kappa$	$U_2 = 0.003$		$\chi_2 = \frac{\left(1 - \left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \cdot (1 - \alpha \cdot \theta) \right)}{\kappa^2}$
$X_3 = \theta$	$U_3 = U(\theta)$		$\chi_3 = -\frac{1}{\kappa} \cdot \left(\left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \right) \cdot \alpha$
Dérive de la thermopile $X_4 = \alpha$	$U_4 = 3.10^{-4}$		$\chi_3 = -\frac{1}{\kappa} \cdot \left(\left \frac{\tilde{R}_6}{\tilde{R}_5} \right \right) \cdot \theta$

Les résultats obtenus sont réunis dans le tableau suivant :

Différentes compagnes de mesures	ε_{PN}	Incertitude-type composée	Incertitude élargie
32°C	0,975	0,001	0,002
64 °C	0,970	0,002	0,004
80°C	0,973	0,002	0,004

Conclusion :

Les mesures obtenues montrent que dans la zone explorée il n'y a pas de dépendance de l'émissivité avec la température. La peinture noire étudiée peut donc être utilisée comme référence d'émissivité dans un large domaine de température. En plus, les résultats obtenus concordent avec ceux trouvés dans la littérature.

La méthode qui est proposée est simple à mettre en œuvre, ne nécessite pas de référence et donne une précision, sur le paramètre recherché, meilleure que 0,5%.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

2. Mesure de l'émissivité sur du Nickel :

Ce paragraphe présente une extension d'utilisation de la méthode périodique aux mesures directionnelles sur un matériau faiblement émissif : le Nickel. La référence utilisée ici est la peinture noire dont l'émissivité a été calculée précédemment donc maintenant connue avec bonne précision.

Les mesures directes sur les métaux sont délicates voir impossibles avec les méthodes

classiques (le flux émis est alors plus faible que le flux réfléchi). De plus, les réflexions multiples entre l'échantillon et l'appareillage entraînent une augmentation de l'émissivité, d'autant plus importante que l'angle d'émission est faible.

🚦 Protocole de mesure et dispositif expérimental :

Le principe de la mesure consiste à effectuer deux mesures, l'une sur l'échantillon, et l'autre sur la référence pour chaque angle d'incidence. Ces mesures fournissent deux quantités

$$|\tilde{R}_1| \text{ et } |\tilde{R}_2|.$$

Figure 21:

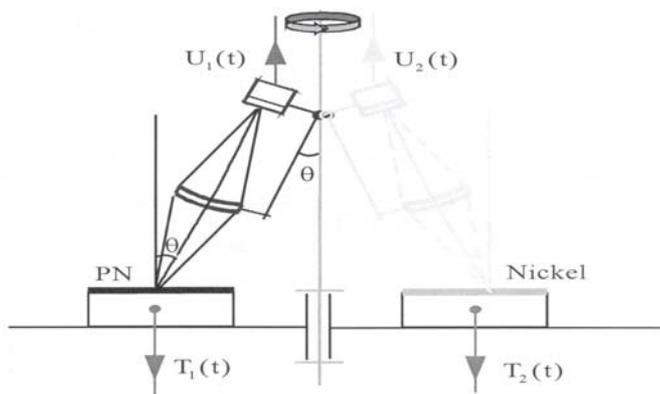
mesures de

L'émissivité du donnée par :

$$\varepsilon_{NI} = \left| \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right| \cdot C \cdot \varepsilon_{PN}$$

Où C est une nouvelle correction déterminée par pré-étalonnage due à la disparité des porte-échantillons.

La configuration de la chaîne optique est la même que celle utilisée précédemment, soit 2f-2f. L'angle solide sous lequel l'échantillon est vu correspond donc à une ouverture de 14°. Le montage présenté précédemment ne permettant d'effectuer que des mesures normales, le banc de mesure a été modifié. La thermopile et la lentille sont solidarisées en un seul bloc de détection (figure 22).



Descriptif des

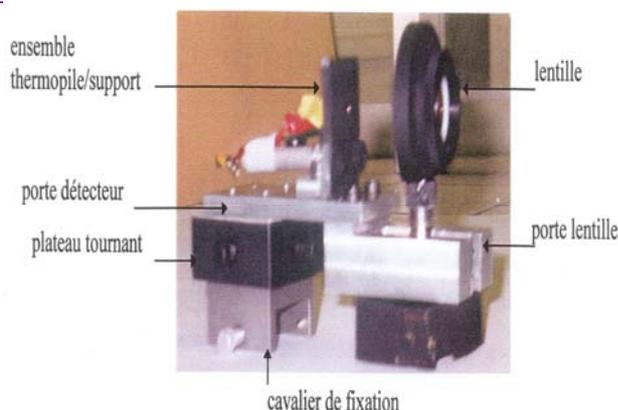
$$|\tilde{R}_1| \text{ et } |\tilde{R}_2|.$$

Nickel est ensuite



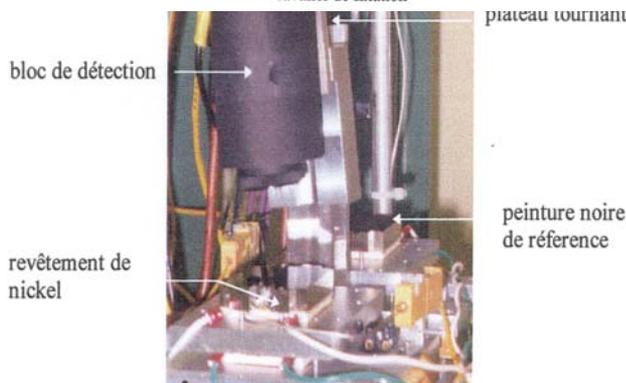
Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Figure 22: Bloc de détection tournant lui-même tournant grâce à un



détection est fixé à un plateau fixé sur le profilé cavalier (figure 23).

Figure 23: Dispositif



de détection

Les angles de mesures ainsi accessibles sont compris entre 0° et 20°. L'échantillon de nickel a été obtenu par revêtement électrolytique sur la plaque avant du porte-échantillon. L'amplitude de modulation crête à crête est de 20C, la fréquence d'excitation de la température est de 0.025 Hz et la durée de chaque essai est d'environ 21 minutes.

🚦 Résultats :

10 paires de mesures ont été réalisées successivement sur la référence noire d'émissivité connue ($\varepsilon_{PN} = 0.975 \pm 0.002$) et sur l'échantillon de Nickel. Chaque paire de mesures a été effectuée pour cinq angles d'incidence par rapport à la normale.

L'incertitude-type composée de mesure est calculée par :

$$U_C(\varepsilon_{NI}) = \sqrt{U_1^2 \cdot \chi_1^2 + U_2^2 \cdot \chi_2^2 + U_3^2 \cdot \chi_3^2}$$

Où les différentes causes d'erreurs sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

Grandeurs mesurées X_i et étalonnage	Incertitude-type	Nombre d'observations	Coefficient de sensibilité $\chi_i = \frac{\partial \varepsilon_{NI}}{\partial X_i}$
Grandeurs mesurées $X_1 = \left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right $	$U_1 = \frac{S\left(\frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1}\right)}{\sqrt{n_1}}$	$n_1=10$	$\chi_1 = \varepsilon_{PN} \cdot C$
$X_2 = \varepsilon_{PN}$	$U_2 = 0.001$		$\chi_2 = \left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right \cdot C$
Etalonnage $X_3 = C$	$U_3 = \frac{S(C)}{\sqrt{n_3}}$	$n_3=10$	$\chi_3 = \left \frac{\tilde{R}_2}{\tilde{R}_1} \right \cdot \varepsilon_{PN}$

Les résultats des mesures directionnelles de l'émissivité à la température ambiante du Nickel pour différents angles d'incidence sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Angle d'incidence	0°	5°	10°	15°	20°
ε_{NI}	0.052 ± 0.002	0.044 ± 0.002	0.043 ± 0.002	0.047 ± 0.002	0.0546 ± 0.002

Par la suite, on a effectué des mesures directionnelles de l'émissivité du Nickel à une incidence de 5° pour différentes températures. Les résultats des mesures directionnelles de l'émissivité du Nickel sont présentés dans le tableau suivant :

Temperature (°C)	0	10	20	33	42	54	60
ε_{NI}	0.0410	0.0429	0.04397	0.0500	0.0512	0.0515	0.0532

Incertitude-type élargie	0.0012	0.0010	0.00052	0.0015	0.0022	0.012	0.0017
---------------------------------	--------	--------	---------	--------	--------	-------	--------

Ces résultats montrent clairement que l'écart entre l'émissivité normale et celle suivant les autres directions est physiquement significatif.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

L'effet des réflexions parasites échantillon - appareillage sous incidence normale est ainsi mis en évidence. On observe qu'au delà de 5°, l'émissivité reste inchangée, ce qui coïncide avec les résultats trouvés dans la littérature.

Le domaine de température peut être étendu encore vers de plus basses températures. Pour cela, il faut éliminer le problème de condensation d'eau qui se produit à basses températures. Mais, en descendant au dessous de 0°C, même sous vide, on constate l'apparition de la condensation de l'huile sur l'échantillon du Nickel. On aperçoit une couche d'huile sur la surface de l'échantillon qui fausse les mesures. Cette couche est le résultat de la remontée de l'huile de la pompe primaire qui a pollué les palettes de la turbopompe.

Conclusion :

Nous avons montré que la technique radiométrique est applicable à la mesure de l'émissivité totale sur un large domaine de température autour de l'ambiante. Le dispositif utilisé assurant la modulation de la température est relativement simple du point de vue technologique. La précision atteinte sur l'émissivité de la peinture noire est meilleure que 0.5% quelque soit la température. Cette peinture peut maintenant être utilisée comme référence fiable.

Des mesures directionnelles ont été effectuées sur une surface très brillante telle que le Nickel autour de la température ambiante. Le domaine de température peut encore être étendu vers de plus basses températures en améliorant le rendement du bain réfrigérant. L'étude sur le Nickel a montré principalement que les mesures normales sur un échantillon brillant pouvaient être effectuées avec une précision acceptable et en évitant les erreurs liées aux réflexions multiples à condition de se placer sous faible incidence.

III- La dépendance entre l'émissivité et la température :

Il serait maintenant intéressant d'envisager l'étude en fonction de la température, de l'émissivité de matériaux divers, en particulier des métaux. En effet, des corrélations entre l'émissivité totale et la température existent dans la littérature mais aucune vérification expérimentale de ces corrélations, à notre connaissance, n'a encore été effectuée aux basses températures, et, pourquoi pas, envisager une modélisation complète et

approfondie de l'émissivité totale en fonction de la température.



Étude expérimentale et résultats de mesure de l'émissivité totale

La dépendance entre l'émissivité et la température est bien réelle. Ceci nous ramène à citer plusieurs difficultés rencontrées dans le cadre des mesures effectuées dans l'infrarouge et sous une certaine gamme de température assez basse dont les plus importantes sont :

- Une des premières difficultés rencontrées dans la mesure infrarouge résulte de l'élément de puissance rayonné par une surface d'un corps porté à la température T dans une bande spectrale donnée. L'évaluation de l'un de ces paramètres nécessite la connaissance de l'autre,
- Il faut noter que l'émissivité dépend de la direction d'observation par rapport à la surface rayonnante, ainsi l'émissivité directionnelle est plus importante dans la direction tangente à la surface,
- ainsi que de la température de cette surface.
- Les métaux présentent généralement une émissivité faible et qui a tendance à s'élever avec la température du métal.

Il existe une relation donnant l'émissivité totale en fonction de la température pour différents métaux :

$$\varepsilon(T) = 0.5737 \cdot \sqrt{\rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - 293))} \cdot T - 0.1769 \cdot \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (T - 293)) \cdot T \quad (18)$$

Cette relation n'est cependant valable que sous certaines restrictions. Pour le Nickel, la longueur d'onde doit être inférieure à $5 \mu m$. L'état de la surface et l'oxydation du métal peuvent considérablement changer l'émissivité.

A partir des résultats trouvés sur l'émissivité en fonction de la température, plusieurs corrélations sont possibles. Parmi elles, nous proposons les relations suivantes :

$$\varepsilon_1(T) = 1.35 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} - 0.017 \quad (19)$$

$$\varepsilon_2(T) = -2.6 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} + 144 \cdot \rho(T) \cdot T - 1435 \cdot \sqrt{(\rho(T) \cdot T)^3} \quad (20)$$

$$\varepsilon_3(T) = 2.85 - 182 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} + 3931 \cdot \rho(T) \cdot T - 27902 \cdot \sqrt{(\rho(T) \cdot T)^3} \quad (21)$$

Les relations (19) et (20) sont obtenues à partir d'un programme d'identification exécuté par le logiciel Matlab et la relation (21) est obtenue en utilisant une interpolation polynomiale du troisième degré toujours par Matlab.



Dans la figure ci-dessous, nous représentons la variation de l'émissivité en fonction de la température pour les différentes corrélations données précédemment.

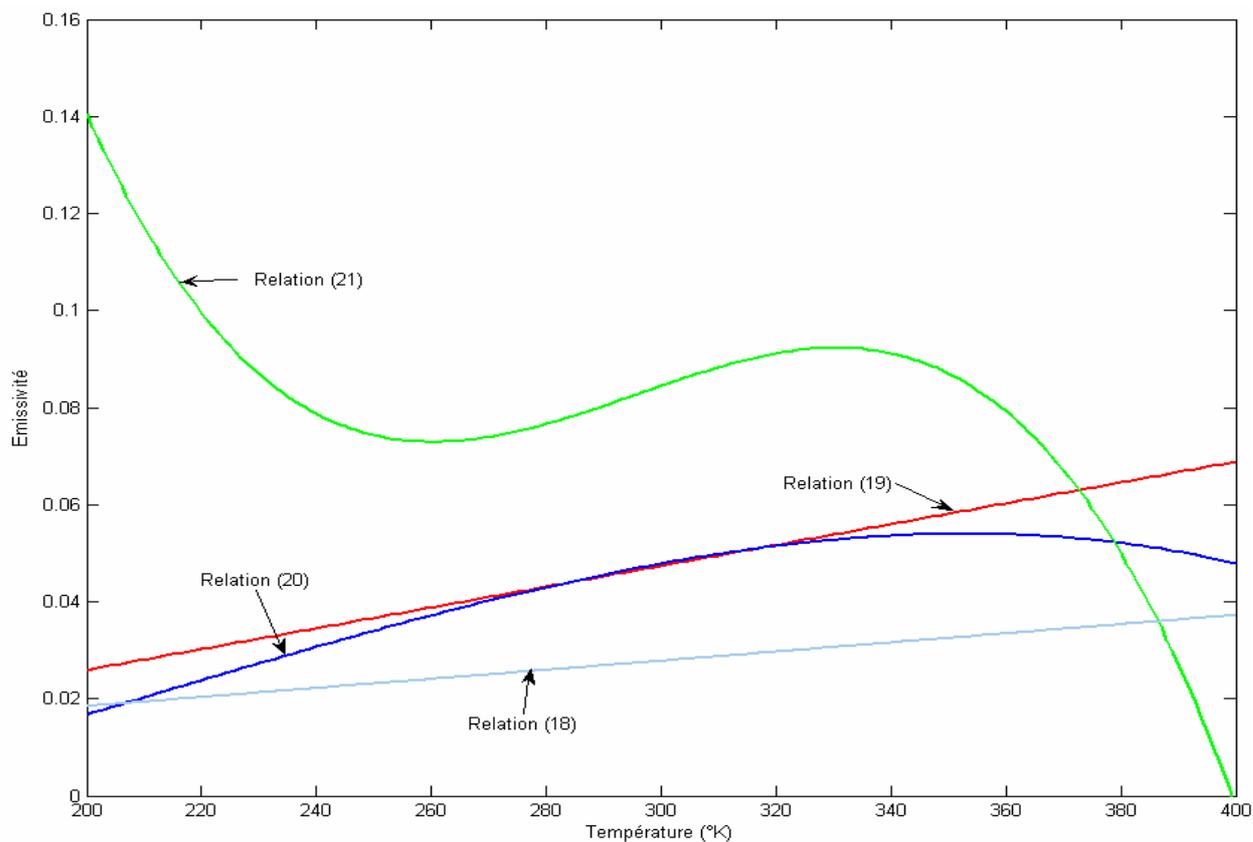


Figure 24: Représentation graphique de l'émissivité en fonction de la température

D'après ces différentes courbes, on constate que les relations (18), (19) et (20) sont en bonnes corrélations. Par contre, la relation (21) donne une courbe différente que les trois autres et présente une forme différente. Ceci est dû à l'interpolation choisie pour obtenir la relation (21) qui reste tout de même valable dans le domaine de température étudié.



CHAPITRE 4

Analyse du problème non linéaire de transfert de chaleur dû à la dépendance entre l'émissivité et la température

L'étude du transfert de chaleur signifie l'analyse du champ de température dans un domaine quelconque. Dans le cas des conducteurs, le champ de température est fonction de plusieurs paramètres, entre autres les propriétés thermophysiques du matériau.

Les problèmes non linéaires de transfert de chaleur n'ayant pas de solution exacte par les méthodes analytiques habituelles, nous nous proposons d'étudier l'équation non linéaire de transfert de chaleur dans un domaine R à frontière irrégulière par des méthodes numériques. Il s'agira de linéariser le problème étudié puis de le résoudre par des méthodes numériques puissantes. Pour cela, nous avons choisi la méthode de linéarisation optimale, dans une première étape, pour linéariser le problème car elle a été utilisée avec succès et a donné des résultats satisfaisants [51, 52, 53, 54, 55, 56, 57], puis la méthode des éléments finis pour la résolution numérique dans la seconde étape. Elle est avantageuse grâce à sa meilleure adaptation sur des frontières de formes irrégulières et surtout par rapport aux conditions aux limites complexes.

Pour notre problème, la non linéarité provient essentiellement de la dépendance de l'émissivité en fonction de la température mais aussi de la conductivité thermique, de la résistivité électrique et de la capacité volumique du conducteur. Pour pouvoir analyser notre problème, nous avons donc pensé de coupler la méthode de linéarisation optimale qui servira à linéariser l'équation non linéaire c'est-à-dire à l'approximer par une équation linéaire optimale à la méthode des éléments finis qui permettra de résoudre l'équation linéaire optimale.



I - Position du problème :

Dans le cas général, le modèle mathématique non linéaire de transfert de chaleur par conduction dans un milieu homogène et isotrope prend la forme suivante :

$$\operatorname{div} (\lambda (T) \cdot \operatorname{grad} T) = c (T) \cdot \delta (T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - P (\Omega, T) \quad (1)$$

Dans le cadre de l'étude expérimentale donnée au chapitre 3, la puissance thermique générée par les sources de chaleur est décrite par l'effet Joule et est donnée par :

$$P (\Omega, t) = (J (T))^2 \cdot \rho (T) = \frac{(U (T))^2}{\rho (T)} \quad (2)$$

Où $J(T)$ est la densité de courant électrique en $A.m^{-2}$, $U(T)$ est la densité de tension électrique $V.m^{-2}$ et $\rho(T)$ est la résistivité électrique en $\Omega \cdot m$. La densité de tension électrique dépend doublement de la température et de l'émissivité qui dépend aussi de la température (voir le paragraphe III de ce chapitre). La relation qui décrit cette densité est :

$$U (T) = \frac{K \cdot \sigma}{\pi} \cdot \varepsilon (T) \cdot T^4 \quad (3)$$

Tels que K est la constante de la chaîne de mesure qu'on a déterminé précédemment (voir chapitre 3), σ est la constante de Stephan Boltzmann et $\varepsilon(T)$ est l'émissivité qu'on a décrite au paragraphe III.

Donc, la puissance thermique générée par les sources de chaleur s'écrit :

$$P (\Omega, T) = \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon (T)]^2}{\rho (T)} \cdot T^8 \quad (4)$$

A partir de maintenant, l'équation non linéaire de la chaleur s'écrit :

$$\lambda (T) \cdot \nabla^2 T + \frac{d\lambda (T)}{dT} \cdot |\operatorname{grad} T|^2 = \gamma (T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon (T)]^2}{\rho (T)} \cdot T^8 \quad (5)$$

Nous considérons que :

$$\begin{aligned} \lambda (T) &= \lambda_0 \cdot (1 + \alpha' \cdot T) \\ \gamma (T) &= \gamma_0 \cdot (1 + \beta \cdot T) \\ \rho (T) &= \rho_0 \cdot (1 + \alpha \cdot T) \end{aligned} \quad (6)$$



$\varepsilon(T)$ prendra différentes formes obtenues décrites au chapitre précédent par les relations (18) jusqu'à (21).

Elle est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} T \Big|_{x=0} &= 304.15 + 274.85 \cdot \cos(0.05 \cdot \pi \cdot t) \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_0} + \frac{h}{\lambda_0} \cdot T(x_0) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Où h est le coefficient d'échange de chaleur convective ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$).

L'équation linéaire correspondante s'écrit :

$$\lambda_0 \cdot \nabla^2 T = \gamma_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{\varepsilon_0^2}{\rho_0} \cdot T^8 \quad (8)$$

Elle est soumise aux mêmes conditions aux limites données par (18).

Quelques notions sur les méthodes de linéarisation optimale et des éléments finis seront traitées dans le paragraphe suivant.

II - La méthode de linéarisation optimale :

La méthode de linéarisation optimale est une méthode d'approximation qui remplace une équation non linéaire par une équation linéaire optimale. Cette dernière peut être résolue par des méthodes analytiques ou numériques habituelles.

Dans les problèmes non linéaires, le ou les coefficients qui sont à l'origine de la non linéarité, sont optimisés à l'aide de cette méthode. Ils peuvent soit dépendre uniquement du champ exercé sur le conducteur, auquel cas la méthode est dite statique, soit, en plus du champ, ils sont en fonction des coordonnées spatiales et du temps, alors la méthode est dite dynamique. Ces paramètres thermophysiques sont donc fonction du champ de température, ou magnétique ou de potentiel et leurs équations sont le plus souvent déterminés par des tables de mesures expérimentales.

Considérons le modèle mathématique de transfert de chaleur représenté par l'équation non linéaire aux dérivées partielles suivante :

$$\operatorname{div}(\lambda(T) \cdot \operatorname{grad} T) = c(T) \cdot \delta(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - q(\Omega, T) \rightarrow NLT \text{ sur } \Omega \quad (9)$$



L'équation linéaire correspondante s'écrit :

$$\lambda_0 \cdot \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) = c_0 \cdot \delta_0 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - q(\Omega, T) \rightarrow LT \text{ sur } \Omega \quad (10)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} T \Big|_{x=0} &= T_0 \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} + \frac{\varepsilon}{\lambda_0} \cdot T &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Le principe de la méthode consiste à minimiser la quantité :

$$J(K) = \int_0^{t_1} \int_{\Omega} \Delta^2 \cdot dv \cdot dt \quad (12)$$

Où

- $\Delta = (LT - NLT)$,

- t_1 est le temps final,

- Ω est le domaine de définition du problème qui va se traduire à deux dimensions en x_0 et y_0

- $\gamma_0 = c_0 \cdot \delta_0$.

En développant l'expression de Δ , nous avons :

$$\Delta = K_1 \cdot \nabla^2 T - \left[\lambda(T) \cdot \nabla^2 T + \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\operatorname{grad} T|^2 \right] - [K_2 - \gamma(T)] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (13)$$

En calculant Δ^2 et en considérant la fonctionnelle :

$$J(K_1, K_2) = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \Delta^2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt \quad (14)$$

En remplaçant Δ^2 par son expression, la fonctionnelle (5) devient :

$$J(K_1, K_2) = A \cdot K_1^2 - 2 \cdot K_1 \cdot (B + C - E) + H \cdot K_2^2 + 2 \cdot K_2 \cdot (F + G - M) - 2 \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot N + D \quad (15)$$

Où (K_1, K_2) sont les paramètres thermophysiques responsables de la non linéarité et que l'on va optimiser. Avec :



$$A = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} (\nabla^2 T)^2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$B = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \nabla^2 T \cdot \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$C = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \lambda(T) \cdot (\nabla^2 T)^2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$E = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \gamma(T) \cdot \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$F = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$G = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \lambda(T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$H = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$M = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot \gamma(T) \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

$$N = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \int_0^{y_0} \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dy \cdot dt$$

Le dernier terme D ne dépend ni de K_1 ni de K_2 .

Le principe de la méthode de linéarisation optimale consiste à minimiser cette fonctionnelle. Pour cela, on doit dériver $J(K_1, K_2)$ par rapport aux paramètres optimaux (K_1, K_2) tels que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial K_1} &= A \cdot K_1 - N \cdot K_2 - (B + C - E) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial K_2} &= -N \cdot K_1 + H \cdot K_2 + (F + G - M) = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

Dont la solution est représentée par les paramètres optimaux suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{-H \cdot (B + C - E) + N \cdot (F + G - M)}{N^2 - A \cdot H} \\ K_2 &= \frac{-N \cdot (B + C - E) + A \cdot (F + G - M)}{N^2 - A \cdot H} \end{aligned} \tag{17}$$



Calculons les valeurs des dérivées partielles du deuxième ordre par rapport aux paramètres obtenues précédemment (K_1, K_2) et établissons la nature de la solution. Dans le cas traité, les dérivées partielles du second ordre sont :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 J}{\partial^2 K_1^2} &= A \\ \frac{\partial^2 J}{\partial^2 K_2^2} &= H \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_1 \partial K_2} &= -N\end{aligned}\tag{18}$$

Le critère de l'existence du minimum de la fonction à deux variables $J(K_{1c}, K_{2c})$ est :

$$\frac{\partial^2 J}{\partial K_1^2} \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial K_2^2} - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial K_1 \partial K_2} \right)^2 = A \cdot H - N^2 > 0\tag{19}$$

II- La méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes adaptées à la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle s'applique aux problèmes stationnaires ou dépendant du temps, linéaires ou non, à une, deux ou trois variables d'espace indépendantes.

La méthode consiste à rechercher une solution *approchée* de la solution exacte sous la forme d'un champ $\tilde{F}(M, t)$ défini par morceaux sur des sous domaines de Ω . Les n sous domaines Ω_i doivent être tels que : $\bigcup_{i=1}^n \Omega_i = \Omega$ et $\tilde{\Omega}_i \cap \tilde{\Omega}_j =$ Ensemble vide $\forall i \neq j$ où Ω_i désigne l'intérieur de Ω_i . Autrement dit, les Ω_i sont une partition de Ω .

Les champs $\tilde{f}_i(M, t)$, définis sur chaque sous domaines, sont des champs choisis parmi une famille *arbitraire* de champs (généralement polynomiaux). La famille de champs locaux est appelée *espace des fonctions d'interpolation de l'élément*. La famille de champs globaux $\tilde{F}(M, t)$, obtenus par juxtaposition des champs locaux, est appelée *espace des fonctions d'interpolation du domaine Ω* .



Le champ dans chaque sous domaine Ω_i est déterminé par un nombre fini de valeurs du champ (ou de valeurs de ses dérivées) en des points choisis arbitrairement dans le sous domaine, et appelés nœuds. Le champ local est une *interpolation* entre les valeurs aux nœuds. Le sous domaine muni de son interpolation est appelé *élément*.

Chercher une solution par éléments finis consiste donc à déterminer quel champ local on attribue à chaque sous domaine pour que le champ global $\tilde{F}(M, t)$, obtenu par juxtaposition de ces champs locaux, soit proche de la solution du problème.

Parmi les contraintes qu'on impose à la solution approchée cherchée, il y a souvent au moins une continuité simple (C_0) à la frontière entre les sous domaines.

La figure 1 montre une solution approchée discontinue d'un champ scalaire sur un domaine Ω de dimension 1. La famille de champs locaux est la famille des champs constants par morceaux.

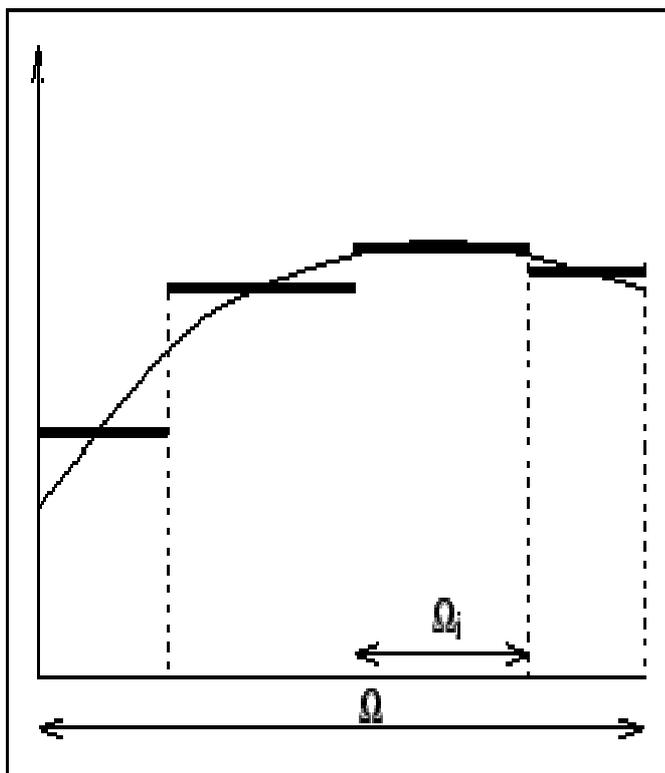


Figure 1: *Solution approchée discontinue*

La figure 2 montre une solution approchée continue C_0 d'un champ scalaire sur un domaine Ω de dimension 1. La famille de champs locaux est la famille des champs polynomiaux de degré 1.

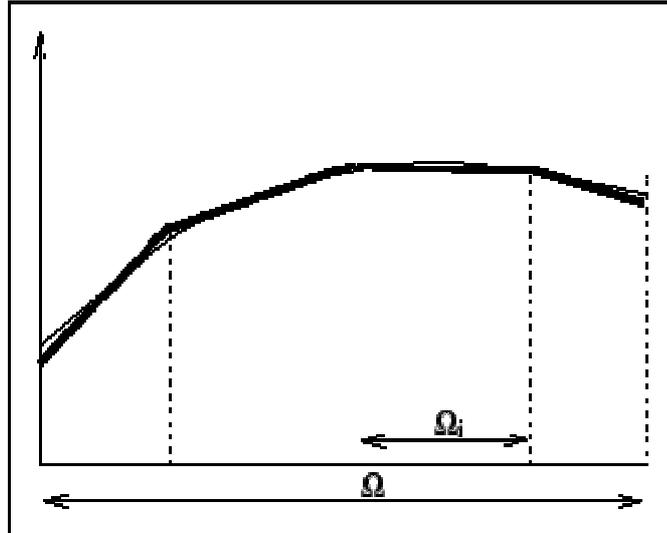


Figure 2: Solution approchée continue C_0

La figure 3 montre une solution approchée continue C_1 d'un champ scalaire sur un domaine Ω de dimension 1. La famille de champs locaux est la famille des champs polynomiaux de degré 3.

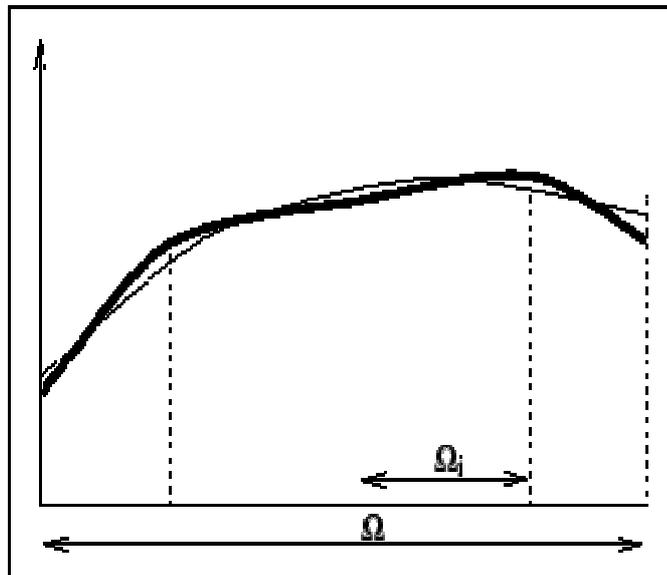


Figure 3: Solution approchée continue C_1

La qualité de la solution approchée dépend de la division en sous domaines (nombre et dimensions des sous domaines), du choix de la famille des champs locaux dans chaque sous domaine, et des conditions de continuité qu'on impose aux frontières des sous domaines (C_0, C_1, \dots). Une fois ces choix faits, il reste à rechercher, une combinaison des champs locaux qui satisfait approximativement les équations.



Pour résoudre un problème par la méthode des éléments finis, on procède donc par étapes successives :

1. On se pose un problème physique sous la forme d'une équation différentielle ou aux dérivés partielles à satisfaire en tout point d'un domaine Ω , avec des conditions aux limites sur le bord $\partial\Omega$ nécessaires et suffisantes pour que la solution soit unique.
2. On construit une formulation intégrale du système différentiel à résoudre et de ses conditions aux limites : C'est la *formulation variationnelle du problème*.
3. On divise Ω en sous domaines : C'est le *maillage*. Les sous domaines sont appelés *mailles*.
4. On choisit la famille de champs locaux, c'est à dire à la fois la position des nœuds dans les sous domaines et les polynômes (ou autres fonctions) qui définissent le champ local en fonction des valeurs aux nœuds (et éventuellement des dérivées). La maille complétée par ces informations est alors appelée *élément*.
5. On ramène le problème à un problème discret : C'est la *discrétisation*. En effet, toute solution approchée est complètement déterminée par les valeurs aux nœuds des éléments. Il suffit donc de trouver les valeurs à attribuer aux nœuds pour décrire une solution approchée. Le problème fondamental de la méthode des éléments finis peut se résumer en deux questions :

(a) Comment choisir le problème discret dont la solution est <<proche>> de la solution exacte?

(b) Quelle signification donner au mot <<proche>> ?

6. On résout le problème discret : C'est la *résolution* numérique.
7. On peut alors construire la solution approchée à partir des valeurs trouvées aux nœuds et en déduire d'autres grandeurs : C'est le *post-traitement*.
8. On visualise et on exploite la solution pour juger de sa qualité numérique et juger si elle satisfait les critères du cahier des charges : C'est l'*exploitation des résultats*.

Les étapes 1, 2, 3, 4 et 5 sont souvent rassemblées sous le nom de *prétraitement*. L'organigramme qui décrit ces étapes est présenté par la figure 4.

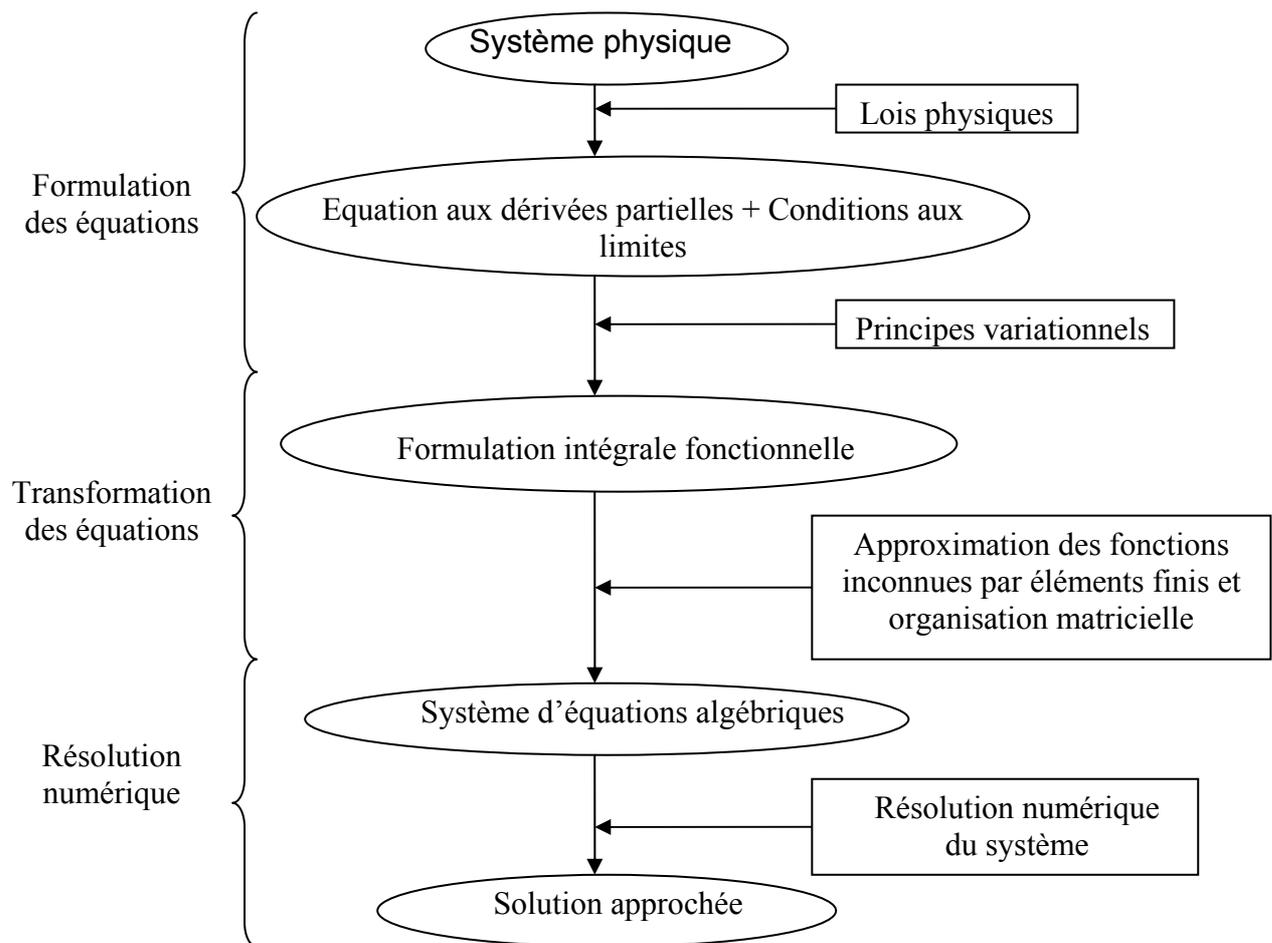


Figure 4: *Algorithme caractérisant la méthode des éléments*

Le travail de ces différentes étapes est assisté par les logiciels. Il reste que pour maîtriser leur utilisation, il est indispensable de comprendre les fondements de la méthode, notamment les phases 3 et 4, ne serait-ce que pour comprendre et choisir intelligemment parmi les options qu'ils proposent.

La méthode des éléments finis admet quelques avantages par rapport à d'autres méthodes, c'est :

- Qu'il est facile de prendre en compte des conditions aux limites portant sur les gradients de la fonction (conditions de Neumann ou de Cauchy),
- La souplesse considérable dans le choix du maillage. On peut choisir, de façon quasiment arbitraire, la position et le nombre de nœuds et donc le nombre, la forme, et la répartition des domaines élémentaires.

En résumé, pour utiliser convenablement la méthode des éléments finis, il y a un certain nombre de choix à faire :

- ❖ La première décision à prendre est de faire un bon découpage du domaine étudié c'est-à-dire celui qui approchera le mieux la forme géométrique du domaine.
- ❖ Ayant décidé de la discrétisation, le choix suivant est la forme de représentation, de l'approximation de chaque élément en terme de paramètres variationnels.

III- Couplage de la méthode des éléments finis à la méthode de linéarisation optimale :

Maintenant que la présentation de la méthode de linéarisation optimale et de la méthode des éléments finis sont faites, nous passons à l'élaboration du couplage des deux méthodes pour pouvoir résoudre notre problème non linéaire. Ce couplage est illustré par l'algorithme (figure 5) que nous allons développer en détails dans ce qui suit.

- La première étape consiste à établir le modèle physique approprié à la nature du problème expérimental.
- Dans la seconde étape, on construit le modèle mathématique qui traduit au mieux les phénomènes physiques établis dans l'étape précédente.
- La troisième étape consiste en la résolution du problème linéaire correspondant à notre problème non linéaire qui nous servira de starter pour la résolution par la méthode des éléments finis.
- La quatrième étape consiste à approximer la distribution de la température. La solution de l'équation linéaire obtenue par interpolation sinusoïdale représente la distribution de la température au sein de l'échantillon. La résolution se fera pour l'équation linéaire avec des conditions aux limites et la condition initiale qui introduit un signal modulé de la température. Cette approximation doit être continue et au moins deux fois dérivables. Cette dernière condition est nécessaire pour le calcul des paramètres optimaux dans la méthode de linéarisation optimale.
- La cinquième étape consiste à approcher l'équation non linéaire par une équation linéaire grâce à la méthode de linéarisation optimale en remplaçant tous les paramètres thermophysiques responsables de la non linéarité par les paramètres optimaux déterminés par la méthode de linéarisation optimale.
- La sixième et dernière étape permet de résoudre l'équation linéaire optimale par la méthode des éléments finis pour obtenir les valeurs finales réelles de la température à chaque nœud et ainsi de connaître la distribution finale de la température au sein de l'échantillon.

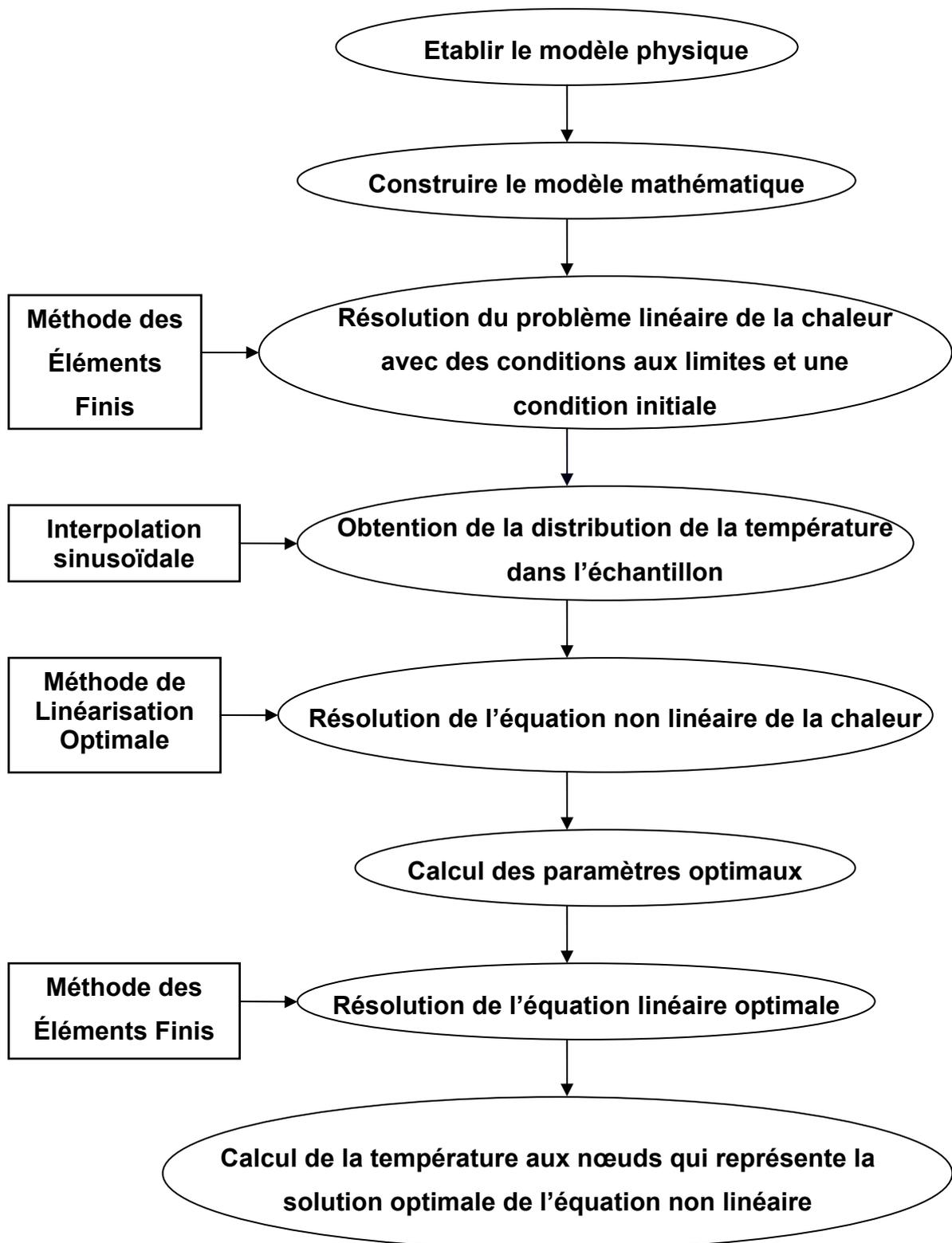


Figure 5: *Algorithme caractérisant le couplage entre la méthode des éléments finis et la méthode de linéarisation optimale.*



- La cinquième étape consiste à approcher l'équation non linéaire par une équation linéaire grâce à la méthode de linéarisation optimale en remplaçant tous les paramètres thermophysiques responsables de la non linéarité par les paramètres optimaux déterminés par la méthode de linéarisation optimale.
- La sixième et dernière étape permet de résoudre l'équation linéaire optimale par la méthode des éléments finis pour obtenir les valeurs finales réelles de la température à chaque nœud et ainsi de connaître la distribution finale de la température au sein de l'échantillon.

IV - La résolution de l'équation non linéaire de la chaleur par le couplage:

Les méthodes analytiques usuelles ne permettant pas de trouver la solution exacte des problèmes non linéaires de transfert thermique, nous proposons d'améliorer l'étude du problème non linéaire de transfert de chaleur en faisant un couplage de la méthode de linéarisation optimale à la méthode des éléments finis.

1. Résolution du problème linéaire de transfert de chaleur :

La résolution de l'équation linéaire de transfert de chaleur par la méthode des éléments finis, en se basant sur une interpolation sinusoïdale, nous guide vers la solution suivante :

$$T(x, t) = T_0 \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \quad (20)$$

Cette solution est représentée sur la figure 6. La solution rend compte que pour chaque instant t on a des oscillations amorties de la température à une distance x du point de référence. On constate que la température T est représentée par une fonction sinusoïdale de même fréquence f_0 que la température imposée en surface ($x = 0$). Cette fréquence ne dépend pas de x . Par contre, nous constatons entre les deux oscillations (en $x=0$ et en

$x=x$) un déphasage en angle $\theta = x \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} = x \cdot \mu$ (en radian) qui correspond à un

déphasage en temps de $\theta = \frac{\mu \cdot x}{2 \cdot \pi \cdot f_0}$.

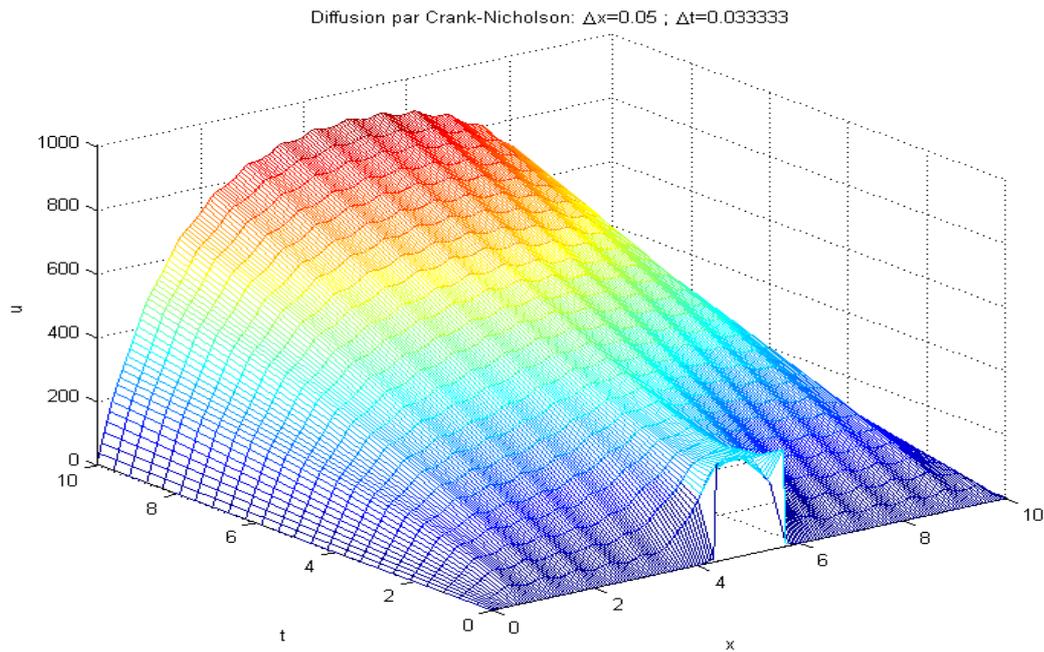


Figure 6: Représentation graphique de la solution de l'équation linéaire de la chaleur.

2. Application de la méthode de linéarisation optimale :

Maintenant, nous allons appliquer la méthode de linéarisation optimale au problème non linéaire de transfert de chaleur.

Soient : $\Delta = \text{équation (19)} - \text{équation (16)}$ et K_1, K_2, K_3 sont les constantes qui remplacent respectivement $\lambda_0, \gamma_0, \frac{\varepsilon_0^2}{\rho_0}$.

Exprimons maintenant la quantité Δ en fonction de K_1, K_2, K_3 .

$$\Delta = K_1 \cdot \nabla^2 T - \left[\lambda(T) \cdot \nabla^2 T + \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad} T|^2 \right] - [K_2 - \gamma(T)] \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \left[K_3 - \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \right] \quad (21)$$

Calculons Δ^2 et considérons la fonctionnelle suivante :

$$J(K_1, K_2, K_3) = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \Delta^2 \cdot dx \cdot dt \quad (22)$$

En remplaçant Δ^2 par sa valeur, la quantité (24) s'écrit :

$$J(K_1, K_2, K_3) = A \cdot K_1^2 + B \cdot K_2^2 + C \cdot K_3^2 + (E - F - I) \cdot K_1 + (G + H - M + N) \cdot K_2 + (O + Q + R - V) \cdot K_3 + W \cdot K_1 \cdot K_2 + X \cdot K_2 \cdot K_3 + Y \cdot K_1 \cdot K_3 + D \quad (23)$$



Tel que :

$$A = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} (\nabla^2 T)^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$B = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$C = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot dx \cdot dt$$

$$E = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \gamma(T) \cdot \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$F = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot dx \cdot dt$$

$$G = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \lambda(T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$H = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$M = 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot \gamma(T) \cdot dx \cdot dt$$

$$N = 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$O = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \lambda(T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot dx \cdot dt$$

$$Q = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$R = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \gamma(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$V = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$W = -2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$X = -2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

$$Y = 2 \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot dx \cdot dt$$

Le dernier terme D ne dépend ni de K_1 ni de K_2 et ni de K_3 .



Le principe de la méthode de linéarisation optimale consiste à minimiser cette fonctionnelle. Pour cela, on doit chercher les points critiques tels que :

$$\begin{aligned}\frac{\partial J}{\partial K_1} &= 2 \cdot A \cdot K_1 + W \cdot K_2 + Y \cdot K_3 + (E - F - I) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial K_2} &= W \cdot K_1 + 2 \cdot B \cdot K_2 + X \cdot K_3 + (G + H - M + N) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial K_3} &= Y \cdot K_1 + X \cdot K_2 + 2 \cdot C \cdot K_3 + (O + Q + R - V) = 0\end{aligned}\tag{24}$$

La résolution de ce système (25) de trois équations à trois inconnus nous permet d'obtenir les trois points critiques.

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot A & W & Y \\ W & 2 \cdot B & X \\ Y & X & 2 \cdot C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} E - F - I \\ G + H - M + N \\ O + Q + R - V \end{pmatrix}\tag{25}$$

Calculons les valeurs des dérivées partielles du deuxième ordre par rapport à la solution optimale (K_1, K_2, K_3) et établissons la nature de cette solution en se basant sur le théorème mathématique généralisé qui nous permet de préciser la nature des points critiques à partir de quelques conditions [58]. Pour notre problème, les dérivées partielles du second ordre sont :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 J}{\partial K_1^2} &= 2 \cdot A \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_2^2} &= 2 \cdot B \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_3^2} &= 2 \cdot C \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_1 \partial K_2} &= W \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_1 \partial K_3} &= Y \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_2 \partial K_3} &= X\end{aligned}\tag{26}$$



Soit :

$$\Pi = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial K_1^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial K_1 \partial K_2} & \frac{\partial^2 J}{\partial K_1 \partial K_3} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_2 \partial K_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial K_2^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial K_2 \partial K_3} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial K_3 \partial K_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial K_3 \partial K_2} & \frac{\partial^2 J}{\partial K_3^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot A & W & Y \\ W & 2 \cdot B & X \\ Y & X & 2 \cdot C \end{pmatrix} \quad (27)$$

Appliquons le théorème indiqué précédemment, nous obtenons les critères suivants :

- $\frac{\partial^2 J}{\partial K_1^2} = 2 \cdot A$
- $\frac{\partial^2 J}{\partial K_2^2} \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial K_3^2} - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial K_2 \partial K_3} \right)^2 = 4 \cdot B \cdot C - X^2$
- $\det(\Pi)$

(28)

A partir de ces critères, nous aurons une idée sur la nature de la solution.

3. Calcul des coefficients optimaux :

Les coefficients K_1, K_2, K_3 seront maintenant déterminés à partir de la résolution du système (28), dans le cas du régime transitoire, en exprimant les quantités A, B, C, E, F, G, H, M, N, O, P, Q, R, V, W, X, Y en fonction du temps.

Pour cela, nous allons considérer les paramètres thermophysiques du Nickel à la température ambiante 20 °C qui sont données par :

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 90.7 \dots W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \\ c_0 &= 444 \dots J \cdot Kg^{-1} \cdot K \\ \delta_0 &= 8900 \dots Kg \cdot m^{-1} \\ x_0 &= 1 \dots m \\ t_0 &= 4500 \dots \text{sec ondes} \\ \rho_0 &= 6.9 \cdot 10^{-8} \dots Ohm \cdot m \\ \alpha &= 4.47761 \cdot 10^{-4} \dots K^{-1} \\ \alpha' &= -12.021276 \cdot 10^{-4} \dots K^{-1} \\ \beta &= 5.88235 \cdot 10^{-4} \dots K^{-1} \end{aligned} \quad (29)$$



✚ Détermination des constantes de la fonctionnelle :

Avant de déterminer les quantités A, B, C, E, F, G, H, M, N, O, P, Q, R, V, W, X, Y, exprimons d'abord les différentes dérivées (gradient, Laplacien, par rapport au temps), et le rapport entre l'émissivité et la température. Les différentes dérivées sont données par :

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) &= T_0 \cdot \omega \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \\
 \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)^2 &= T_0^2 \cdot \omega^2 \cdot \exp\left(-2 \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \cos^2\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \\
 |gradT| &= \frac{\partial T}{\partial x} = T_0 \cdot \frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0} \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \\
 |gradT|^2 &= T_0^2 \cdot \left(\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}\right)^2 \cdot \exp\left(-2 \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \cos^2\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \\
 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= -\left(\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}\right)^2 \cdot T_0 \cdot \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \\
 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)^2 &= \left(\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}\right)^4 \cdot T_0^2 \cdot \exp\left(-2 \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \sin^2\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \\
 \frac{d\lambda(T)}{dT} &= \alpha' \cdot \lambda_0 \tag{30} \\
 T^8 &= T_0^8 \cdot \exp\left(-8 \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right) \cdot \sin^8\left(\omega \cdot t - \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x\right)
 \end{aligned}$$

Maintenant, nous allons déterminer les quantités A, B, C, E, F, G, H, M, N, O, P, Q, R, V, W, X, Y. On constate, que les quantités N et V sont fonctions de l'émissivité. Donc, dans un premier lieu, nous allons calculer les autres quantités puis nous procédons au calcul de N et V pour chaque corrélation entre l'émissivité et la température donnée précédemment.

• Expression de la quantité A :

Nous avons trouvé précédemment que :

$$A = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\nabla^2 T\right)^2 \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $A = 2.58399998\ 9010746 \cdot 10^{20}$



- **Expression de la quantité B :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$B = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $B = 3.970055366683190 \cdot 10^4$

- **Expression de la quantité C :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$C = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $C = 7.817981973445822 \cdot 10^{-11}$

- **Expression de la quantité E :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$E = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \gamma(T) \cdot \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $E = 1.354626602016684 \cdot 10^{17}$

- **Expression de la quantité F :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$F = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \nabla^2 T \cdot \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $F = -4.829057985416327 \cdot 10^{36}$

- **Expression de la quantité G :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$G = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \lambda(T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $G = -2.324405392531057 \cdot 10^{19}$



- **Expression de la quantité H :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$H = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \frac{\partial T}{\partial t} \cdot \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $H = 5.52409062 \ 9658345 \cdot 10^{20}$

- **Expression de la quantité M :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$M = 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)^2 \cdot \gamma(T) \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $M = 3.13005727 \ 0778295 \cdot 10^{11}$

- **Expression de la quantité O :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$O = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \lambda(T) \cdot (\nabla^2 T) \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $O = 2.77753241 \ 0758307 \cdot 10^{19}$

- **Expression de la quantité Q :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$Q = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \frac{d\lambda(T)}{dT} \cdot |\text{grad}T|^2 \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $Q = -2.319614284974487 \cdot 10^{19}$

- **Expression de la quantité R :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$R = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \gamma(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $R = 1.31721243 \ 895034 \cdot 10^{10}$



• **Expression de la quantité W :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$W = -2 \cdot \int_0^{t_1 x_0} \int_0^0 \nabla^2 T \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $W = 2.5056220335 \ 33654 \cdot 10^{16}$

• **Expression de la quantité X :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$X = -2 \cdot \int_0^{t_1 x_0} \int_0^0 \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $X = 5.1744131641 \ 8627$

• **Expression de la quantité Y :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$Y = 2 \int_0^{t_1 x_0} \int_0^0 \nabla^2 T \cdot \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $Y = -1.3312771412 \ 39237 \cdot 10^{19}$

Les quantités N et V dépendent de la variation de l'émissivité en fonction de la température. C'est pour cela, à l'aide des différentes corrélations trouvées, on va traiter l'évolution de la non linéarité de notre problème tout au long de notre échantillon.

En appliquant les critères du théorème des extremums, nous obtenons :

- $\frac{\partial^2 J}{\partial K_1^2} = 5.158 \cdot 10^{20} > 0$
- $\frac{\partial^2 J}{\partial K_2^2} \cdot \frac{\partial^2 J}{\partial K_3^2} - \left(\frac{\partial^2 J}{\partial K_2 \partial K_3} \right)^2 = -26.7745 < 0$
- $\det (\Pi) = -1.40722 \cdot 10^{43} < 0$

Ceci implique que la solution du problème optimale est un



Détermination des coefficients optimaux :

A – Exemple 1 :

On considère que l'émissivité est définie par :

$$\varepsilon_1(T) = 1.35 \cdot \sqrt{\rho(T)} \cdot T - 0.017$$

A partir de cette relation, nous obtenons les rapports suivants :

$$\frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} = 1.8225 \cdot T - 22.95 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{T}{\rho(T)}\right)^{1/2} + \frac{2.89 \cdot 10^{-4}}{\rho(T)} \quad (31)$$

• **Expression de la quantité N :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$N = 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi}\right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $N = 1.282633312683677 \cdot 10^7 + 7.346404313070699 \cdot 10^6 \cdot i$

• **Expression de la quantité V :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$V = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi}\right)^2 \cdot T^8\right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $V = -7.62055560753063 \cdot 10^{12} - 7.583099755205132 \cdot 10^{12} \cdot i$

• **Détermination des paramètres optimaux K_1, K_2, K_3 :**

La résolution de ce système (27) de trois équations à trois inconnus nous permet d'obtenir les trois points critiques suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= 102.04016071907489 \\ K_2 &= 6688527.687813 \\ K_3 &= 36272.6155523328 \end{aligned} \quad (32)$$



B – Exemple 2 :

On considère que l'émissivité est définie par :

$$\varepsilon_2(T) = -2.6 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} + 144 \cdot \rho(T) \cdot T - 1435 \cdot \sqrt{(\rho(T) \cdot T)^3}$$

A partir de cette relation, nous obtenons les rapports suivants :

$$\frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} = -2.6 \cdot \left(\frac{T}{\rho(T)} \right)^{1/2} + 144 \cdot T - 1435 \cdot (\rho(T))^{1/2} \cdot T^{3/2} \quad (33)$$

• **Expression de la quantité N :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$N = 2 \cdot \int_0^{t_1 x_0} \int_0 \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $N = 7.521147904633962 \cdot 10^7 - 1.919895436513994 \cdot 10^6 i$

• **Expression de la quantité V :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$V = \int_0^{t_1 x_0} \int_0 \left(\left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $V = -5.990557316141653 \cdot 10^{10} - 1.985898280806986 \cdot 10^9 i$

▪ **Détermination des paramètres optimaux K_1, K_2, K_3 :**

La résolution de ce système (27) de trois équations à trois inconnus nous permet d'obtenir les trois points critiques suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= 138 \\ K_2 &= 6236513.279 \\ K_3 &= 35213.5655 \end{aligned} \quad (34)$$

C – Exemple 3 :

On considère que l'émissivité est définie par :

$$\varepsilon_3(T) = 2.85 - 182 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} + 3931 \cdot \rho(T) \cdot T - 27902 \cdot \sqrt{(\rho(T) \cdot T)^3}$$



A partir de cette relation, nous obtenons les rapports suivants :

$$\frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} = \frac{2.85}{\rho(T)} - 182 \cdot \left(\frac{T}{\rho(T)}\right)^{1/2} + 3931 \cdot T - 27902 \cdot (\rho(T))^{1/2} \cdot T^{3/2} \quad (35)$$

- **Expression de la quantité N :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$N = 2 \cdot \int_0^{t_1 x_0} \int_0 \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi}\right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $N = -4.9656717 \ 17413874 \cdot 10^{10} + 3.33611133 \ 4204966 \cdot 10^{11} i$

- **Expression de la quantité V :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$V = \int_0^{t_1 x_0} \int_0 \left(\left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi}\right)^2 \cdot T^8\right) \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $V = -5.6377007 \ 25033274 \cdot 10^{14} + 1.84826866 \ 6224512 \cdot 10^{14} i$

- **Détermination des paramètres optimaux K_1, K_2, K_3 :**

La résolution de ce système (27) de trois équations à trois inconnus nous permet d'obtenir les trois points critiques suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= 141 \\ K_2 &= 6372702.43 \ 48804 \\ K_3 &= 36033.9907 \ 56013 \end{aligned} \quad (36)$$

D – Exemple 4 :

On considère que l'émissivité est définie par :

$$\varepsilon(T) = 0.5737 \cdot \sqrt{\rho(T) \cdot T} - 0.1769 \cdot \rho(T) \cdot T$$

A partir de cette relation, nous obtenons les rapports suivants :

$$\frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} = 0.5737 \cdot \left(\frac{T}{\rho(T)}\right)^{1/2} + 0.1769 \cdot T \quad (37)$$



- **Expression de la quantité N :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$N = 2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $N = 8.153737912570021 \cdot 10^3 - 41.32892755744422 \cdot i$

- **Expression de la quantité V :**

Nous avons trouvé précédemment que :

$$V = \int_0^{t_1} \int_0^{x_0} \left(\left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot T^8 \right)^2 \cdot \frac{[\varepsilon(T)]^2}{\rho(T)} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot dx \cdot dt$$

On obtient : $V = 3.127130062368659 \cdot 10^6 - 3.900319971502297 \cdot 10^4 \cdot i$

- **Détermination des paramètres optimaux K_1, K_2, K_3 :**

La résolution de ce système (27) de trois équations à trois inconnus nous permet d'obtenir les trois points critiques suivants :

$$\begin{aligned} K_1 &= 117.45 \\ K_2 &= 7412528.27355476 \\ K_3 &= 41854.86417 \end{aligned} \tag{12}$$

Dans le chapitre 5, nous allons présenter et interpréter les résultats de la distribution de la température pour chaque exemple traité.

V-La résolution de l'équation non linéaire de la chaleur par une méthode itérative:

Maintenant, nous allons traiter notre problème non linéaire par une méthode itérative dont les résultats vont servir à valider les résultats obtenus par le couplage de la méthode de linéarisation optimale à la méthode des éléments finis.

Il existe plusieurs méthodes itératives pour la résolution de notre problème, dans lesquelles l'équation différentielle non linéaire est premièrement linéarisé par le procédé itératif pour trouver la solution itérative en formulant l'équivalent variationnel de l'équation linéarisée.



Une fois que l'équivalent variationnel est posé, la solution itérative peut être obtenue par n'importe quelle méthode d'approximation de résolution disponible dans le calcul variationnel, comme la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies Si la non linéarité du problème est introduite dans le comportement des matériaux, alors nous pouvons obtenir la solution du problème non linéaire par un procédé d'approximations successives, dans lequel les constantes des matériaux sont ajustées de telle façon qu'elles satisfassent les nouvelles lois constructives.

La méthode itérative, pour laquelle nous avons opté, est essentiellement basée sur le théorème du point fixe qui est utile pour déterminer le processus itératif [59, 60, 61].

✚ Qu'est ce qu'un point fixe :

Soit E un ensemble et $f : E \rightarrow E$ une application. On dit que $x \in E$ est un *point fixe* de f si $f(x) = x$. Si l'application va de \mathbf{R} dans \mathbf{R} , cette propriété se traduit graphiquement par le fait que la courbe représentative de f et la première bissectrice du repère se coupent en le point (x, x) .

✚ Théorème du point fixe :

Soit (E, d) un espace métrique complet, et $f : E \rightarrow E$ une application contractante, c'est-à-dire qu'il existe $k \in [0, 1[$ tel que pour tout $(x, y) \in E, d(f(x), f(y)) \leq k \cdot d(x, y)$. Alors f possède un unique point fixe l . De plus, toute suite définie par $u_0 \in E, u_{n+1} = f(u_n)$, converge vers cet unique point fixe, et on a les estimations suivantes :

1. $d(u_n, l) \leq k^n \cdot d(u_0, l)$.
2. $d(u_n, l) \leq \frac{k}{1 - k} \cdot d(u_n, u_{n-1})$.

Les expressions ci-dessus fournissent une estimation calculable de l'erreur commise dans le processus itératif.

Pour résoudre l'équation linéarisée, nous avons utilisé la méthode des éléments finis puisque le découpage du domaine de notre échantillon est fait et la fonctionnelle est déjà posée. Donc, il s'agit seulement de construire le processus itératif qui est bâti par rapport à la température T en utilisant l'outil des éléments finis. Nous avons opté pour l'algorithme donné par la figure 7.



Donc, la méthode itérative se résume à prendre comme point de départ la solution de l'équation linéaire, puis d'ajuster les constantes à l'origine des non linéarités, ce qui conduit à une équation linéarisée. La solution de cette dernière servira à réajuster les constantes qui vont amener à une nouvelle équation linéarisée et ainsi de suite jusqu'à la vérification du critère d'arrêt, sachant que les résolutions des équations linéarisées sont faites par la méthode des éléments finis.

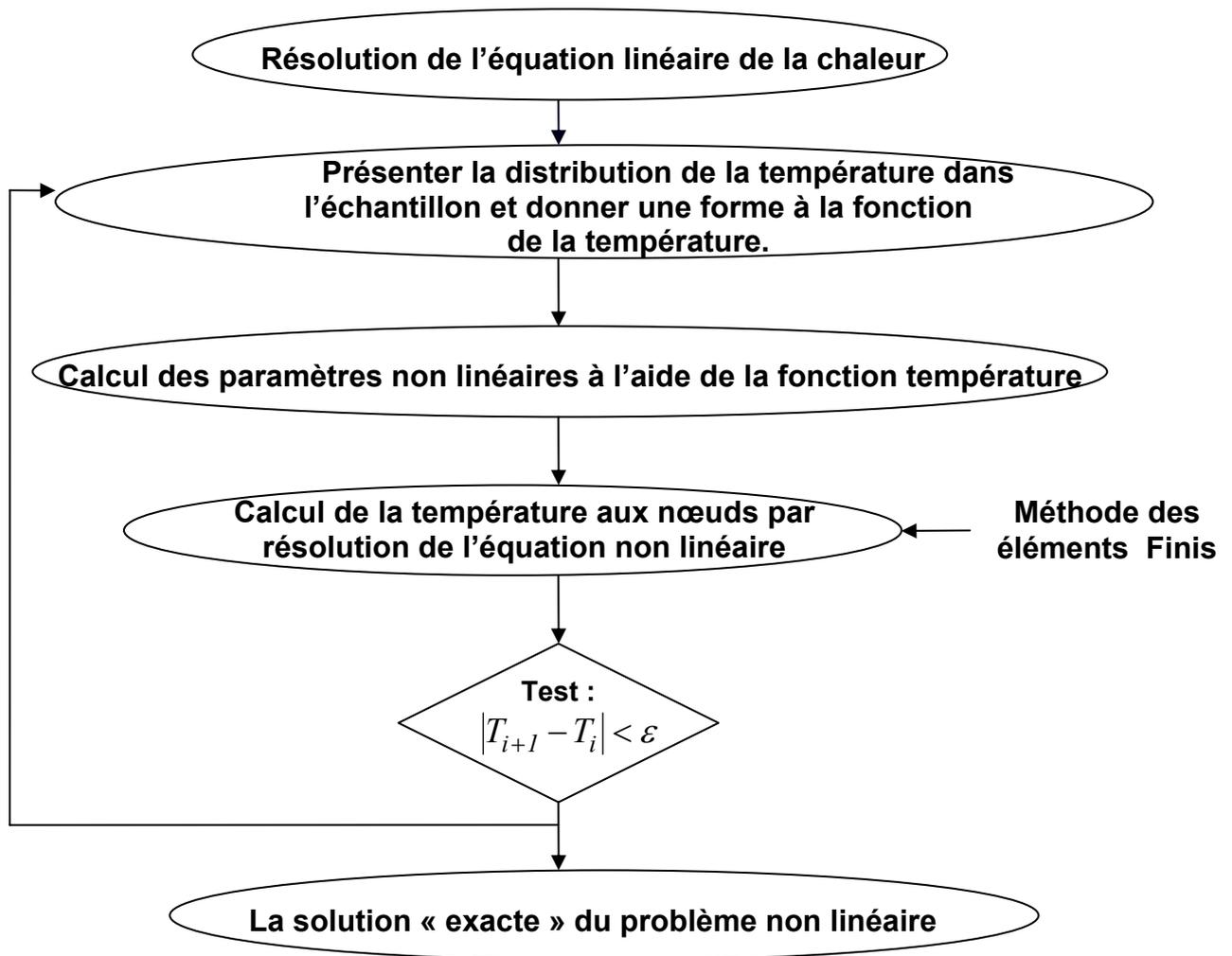


Figure 7 : *Algorithme caractérisant la méthode itérative en utilisant la méthode des éléments finis.*

Cette méthode itérative présente certains avantages lors de son application aux problèmes non linéaires de transfert de chaleur, qui sont :

- L'équation non linéaire est résolue comme si elle était linéaire, simplement en ajustant les constantes du matériau,
- beaucoup de méthodes approximatives de résolution du calcul variationnel peuvent être appliquées directement,



- la méthode est constructive et les limites de la différence entre les itérations et la solution sont connues.

Un bon choix du point de départ des itérations peut améliorer le temps de calcul, c'est-à-dire le nombre d'itérations.

Dans le chapitre 5, nous allons présenter les résultats obtenus par les deux méthodes présentées dans ce chapitre, c'est-à-dire premièrement par le couplage de la méthode de linéarisation optimale et la méthode des éléments finis et ensuite par la méthode itérative ainsi que l'interprétation de chaque résultat obtenu.



CHAPITRE 5

Résultats de l'analyse du problème non linéaire de transfert de chaleur et interprétation

Dans ce chapitre, nous allons présenter et comparer les résultats obtenus par le couplage de la méthode de linéarisation optimale à la méthode des éléments finis aux résultats obtenus par la méthode itérative de l'analyse du problème non linéaire de transfert de chaleur.

Dans la cas du couplage, comme le calcul des coefficients optimaux est déjà fait dans la chapitre précédent, nous allons résoudre l'équation linéaire optimale pour les différents exemples liés aux corrélations entre l'émissivité et la température en utilisant la méthode des éléments finis. Cette équation s'écrit :

$$K_1 \cdot \nabla^2 T = K_2 \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left(\frac{K \cdot \sigma}{\pi} \right)^2 \cdot K_3 \cdot T^8 \quad (1)$$

Elle est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$\begin{aligned} T \Big|_{x=0} &= 304.15 + 274.85 \cdot \cos(0.05 \cdot \pi \cdot t) \\ \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_0} + \frac{h}{\lambda_0} \cdot T(x_0) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$



APPLICATIONS :

1. Exemple 1 :

a – Par le couplage :

Pour cet exemple, nous avons utilisé les paramètres optimaux suivants :

$$K_1 = 102.04016071\ 907489$$

$$K_2 = 6688527.68\ 7813$$

$$K_3 = 36272.6155\ 523328$$

Après résolution de l'équation optimale, on obtient la figure suivante :

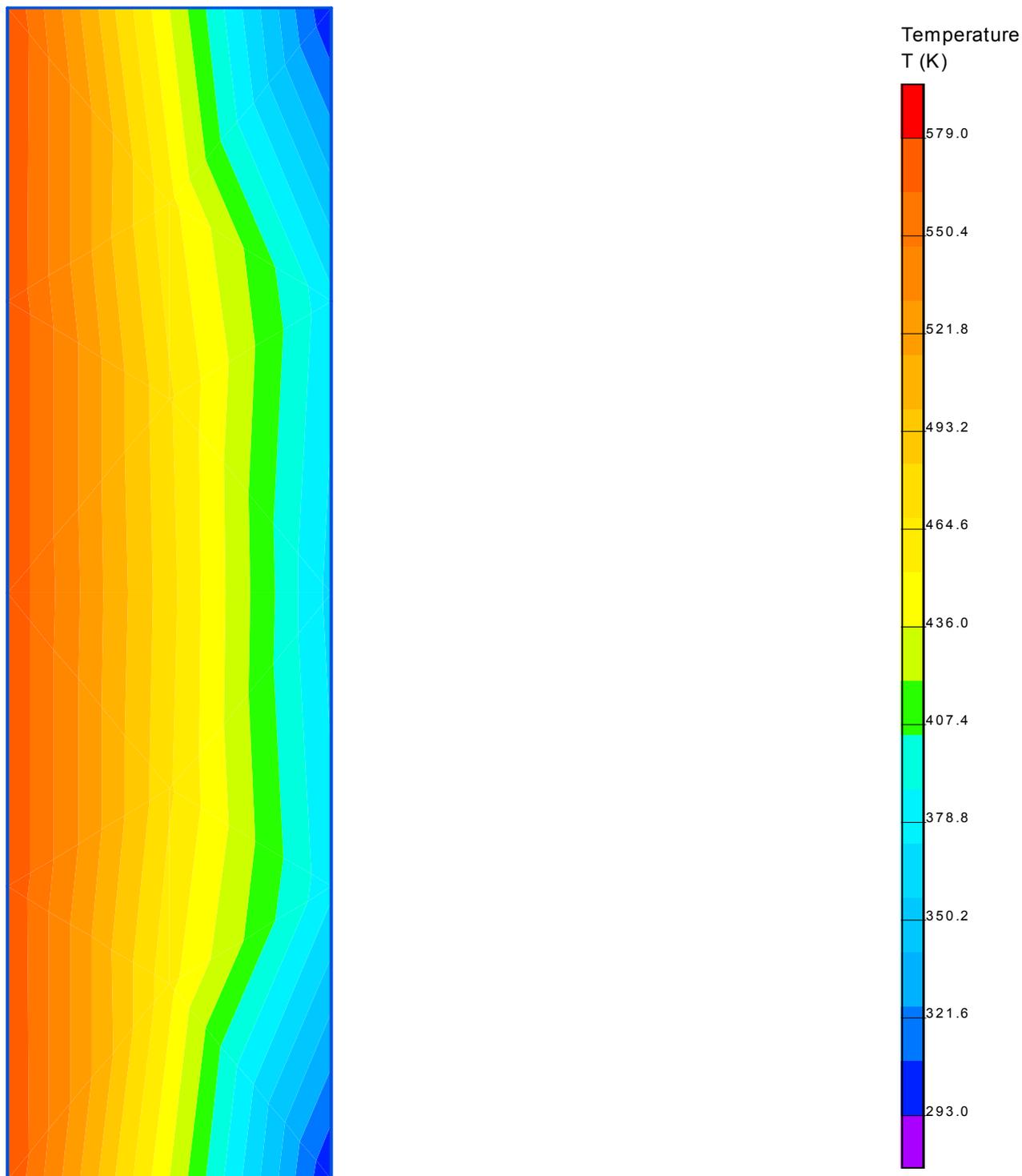


Figure 1: *Distribution de la température au sein de l'échantillon*

La figure 1 représente une répartition axiale de la distribution de la température tout au long de l'échantillon étudié. Elle nous permet de voir l'amortissement de la température tout au long de l'échantillon. Au sein de l'échantillon, la température varie entre 293 °K et jusqu'à une valeur supérieur à 580 °K et ceci dépendra de la corrélation proposée entre l'émissivité et la température. Pour cet exemple, on atteint 999.85 °K



RESULTATS ET INTERPRETATION

Les figure 2 et 3 représentent la distribution de la température en fonction de x (la longueur de l'échantillon) et du temps t.

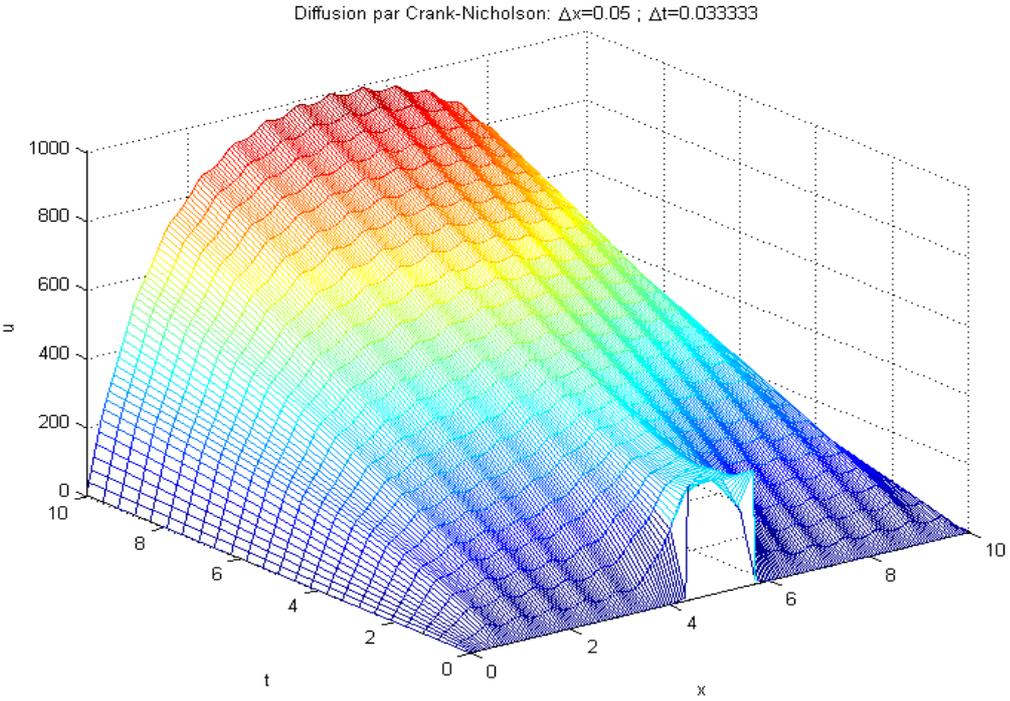


Figure 2: Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par le couplage

b – Par la méthode itérative :

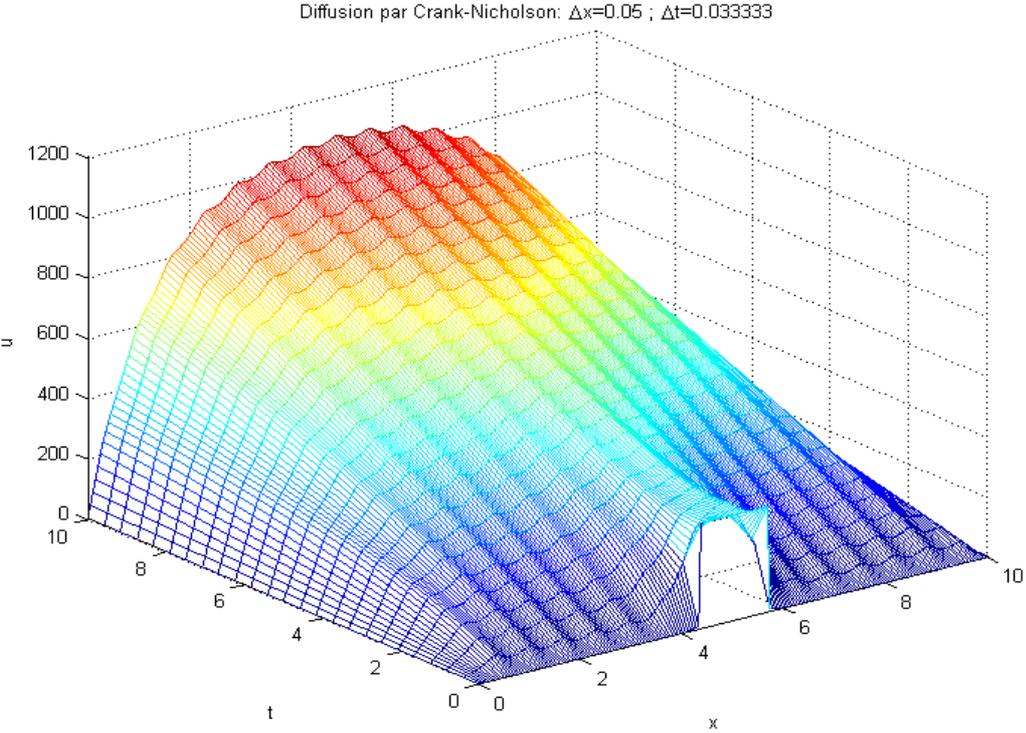


Figure 3 : Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par la méthode itérative



c - Interprétation :

En comparant les deux courbes précédentes, nous constatons qu'elles ont la même allure graphique mais il y a une légère différence de température en fonction du temps c'est-à-dire plus le temps augmente plus la différence de température pour un point donné augmente. Cette différence est représentée sur la figure 4.

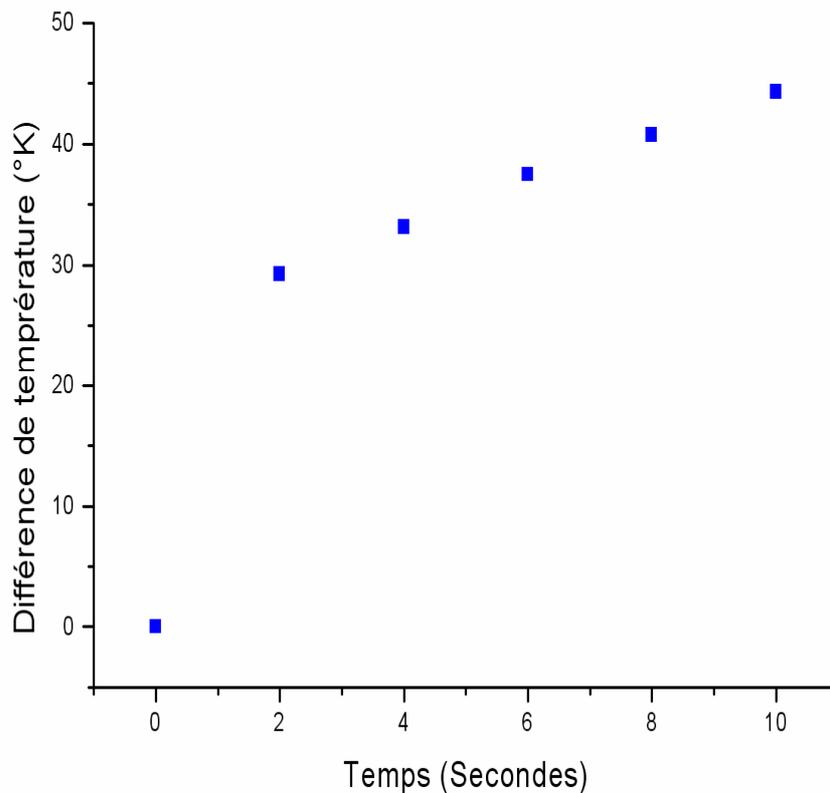


Figure 4 : Représentation graphique de différence de température en fonction du temps

De plus, on constate que le temps d'exécution du couplage est de 2.957 secondes alors qu'avec la méthode itérative il a fallu 16.197 secondes.

2. Exemple 2 :

a – Par le couplage :

Pour cet exemple, nous avons utilisé les paramètres optimaux suivants :

$$K_1 = 138$$

$$K_2 = 6236513.279$$

$$K_3 = 35213.5655$$

Après résolution de l'équation optimale, on obtient la figure suivante :



RESULTATS ET INTERPRETATION

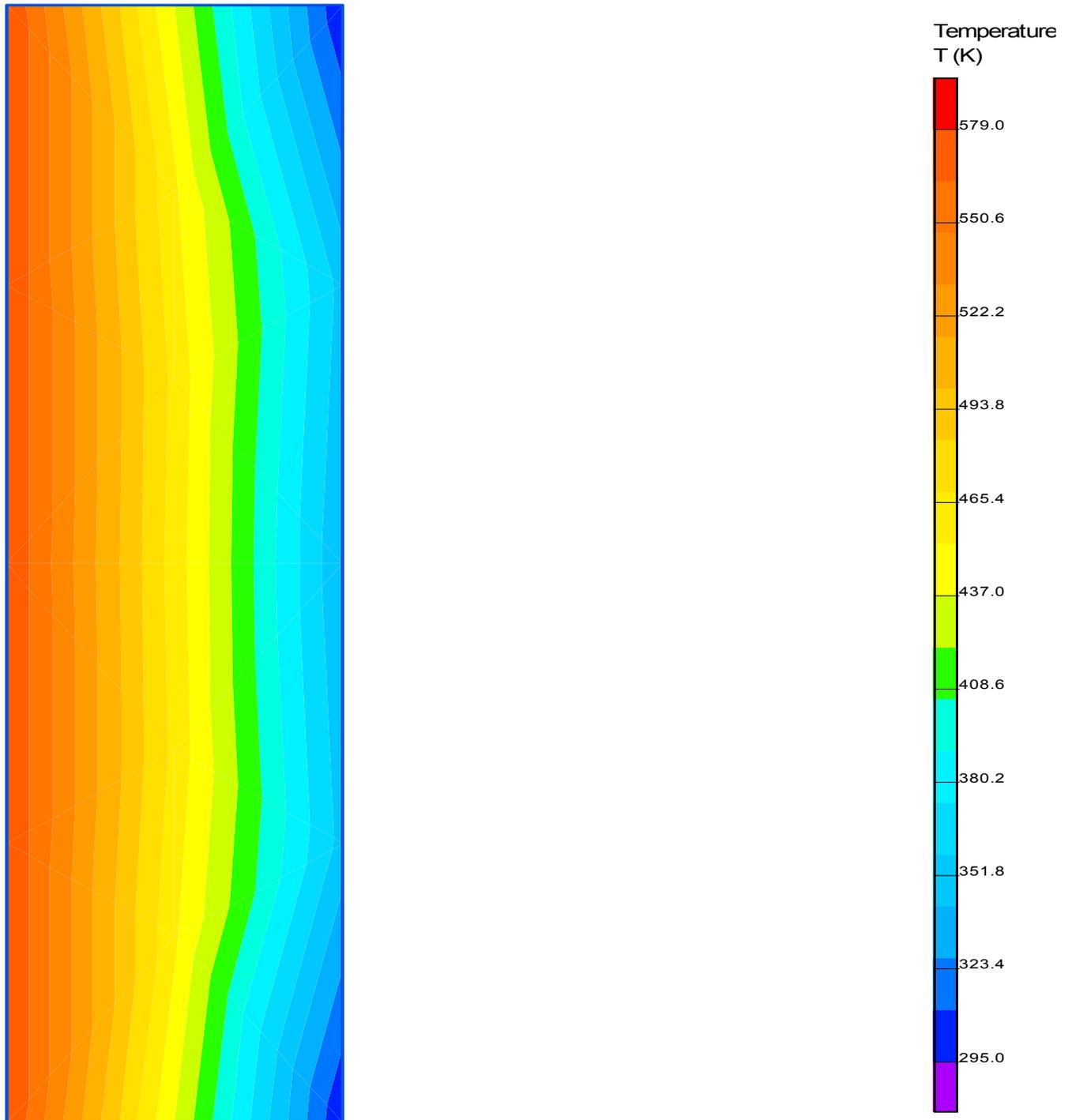


Figure 5: *Distribution de la température sur l'échantillon*

La figure 5 représente une répartition axiale de la distribution de la température tout au long de l'échantillon étudié. Elle nous permet de voir l'amortissement de la température tout au long de l'échantillon. Au sein de l'échantillon, la température varie entre 293 °K et jusqu'à une valeur supérieure à 580 °K et ceci dépendra de la corrélation proposée entre l'émissivité et la température. Pour cet exemple, on atteint 1046.35 °K.

La figure qui va suivre nous montre l'amortissement en fonction de x (la longueur de l'échantillon) et du temps t .



RESULTATS ET INTERPRETATION

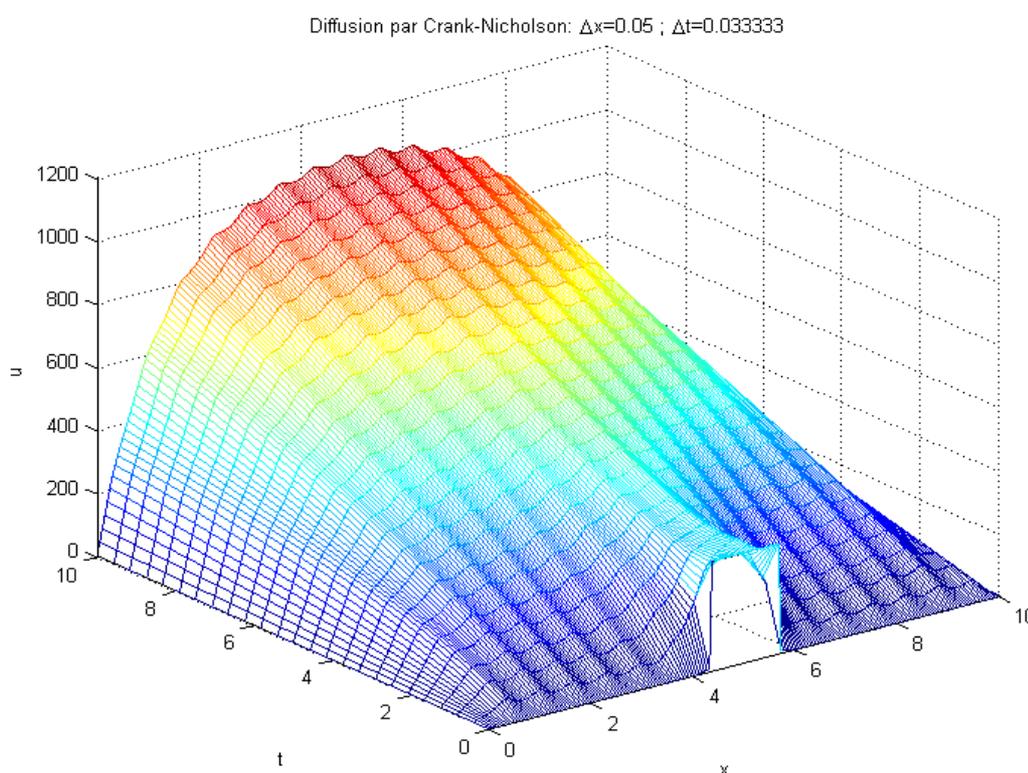


Figure 6: Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par le couplage.

b – Par la méthode itérative :

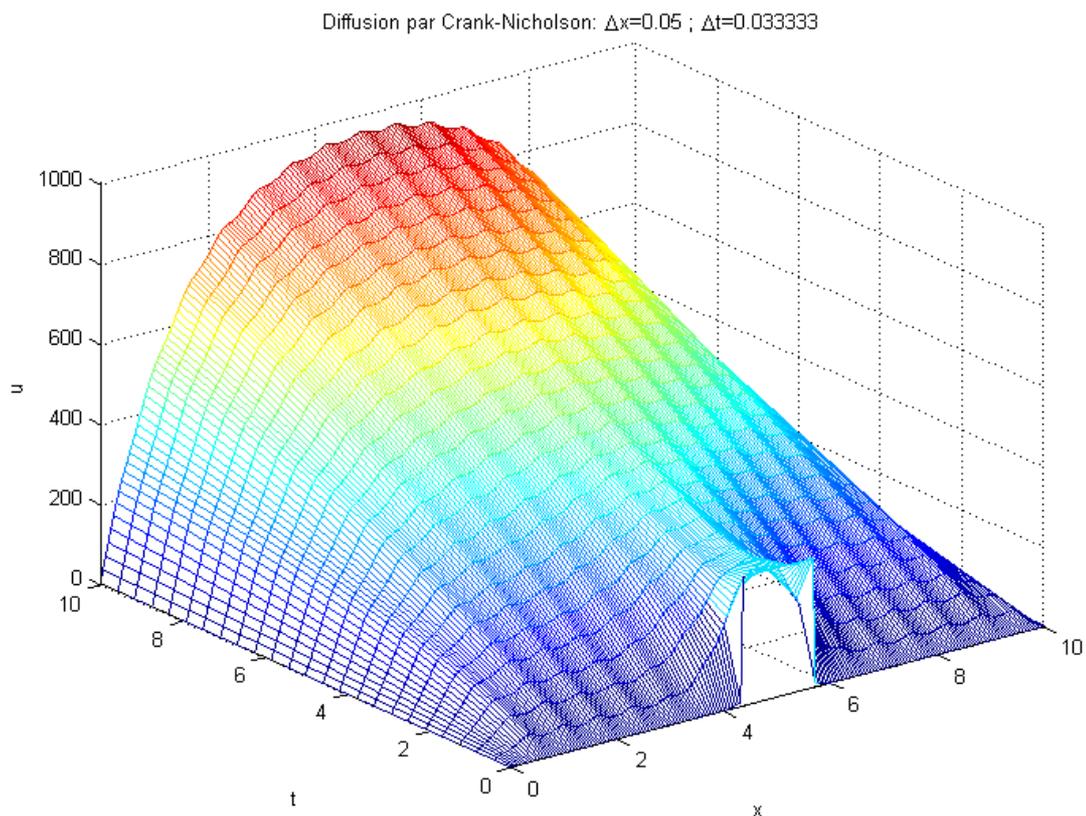


Figure 7: Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par la méthode itérative.



RESULTATS ET INTERPRETATION

c - Interprétation :

En comparant les deux courbes, nous constatons qu'elles ont la même allure graphique mais il y a une légère différence de température en fonction du temps c'est-à-dire plus le temps augmente plus la différence de température augmente. Cette différence est représentée sur la figure 8.

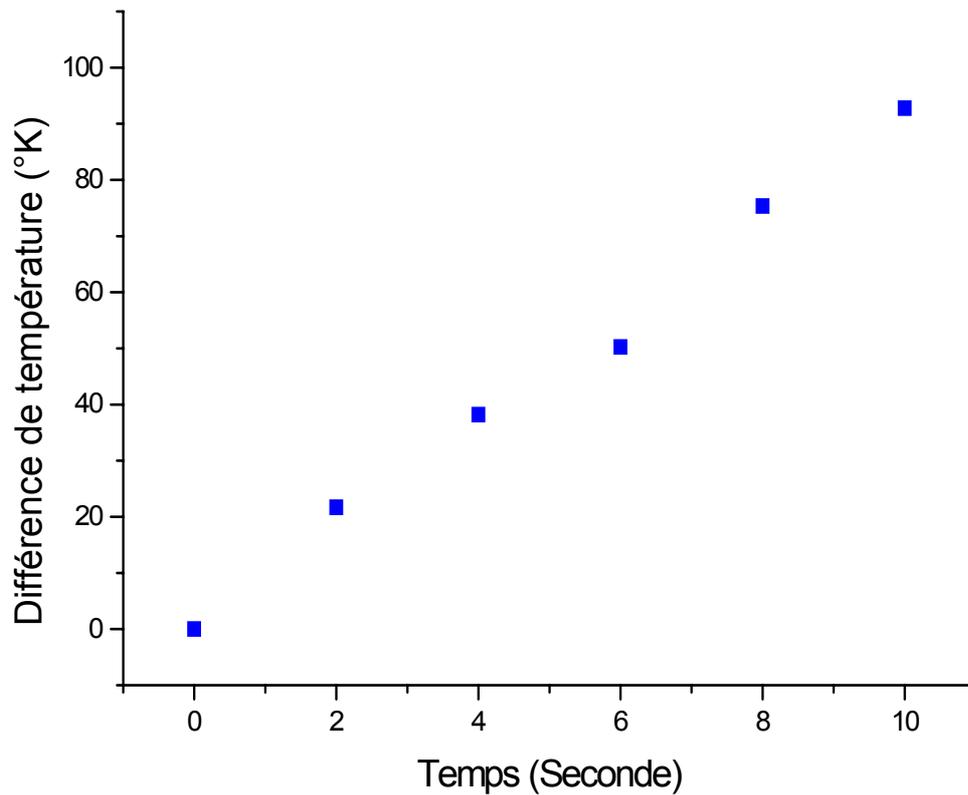


Figure 8 : Représentation graphique de différence de température en fonction du temps

De plus, on constate que le temps d'exécution du couplage est de 2.957 secondes alors qu'avec la méthode itérative il a fallu 15.472 secondes.

3. Exemple 3 :

a – Par le couplage :

Pour cet exemple, nous avons utilisé les paramètres optimaux suivants :

$$K_1 = 141$$

$$K_2 = 6372702.4348804$$

$$K_3 = 36033.990756013$$

Après résolution de l'équation optimale, on obtient la figure suivante :



RESULTATS ET INTERPRETATION

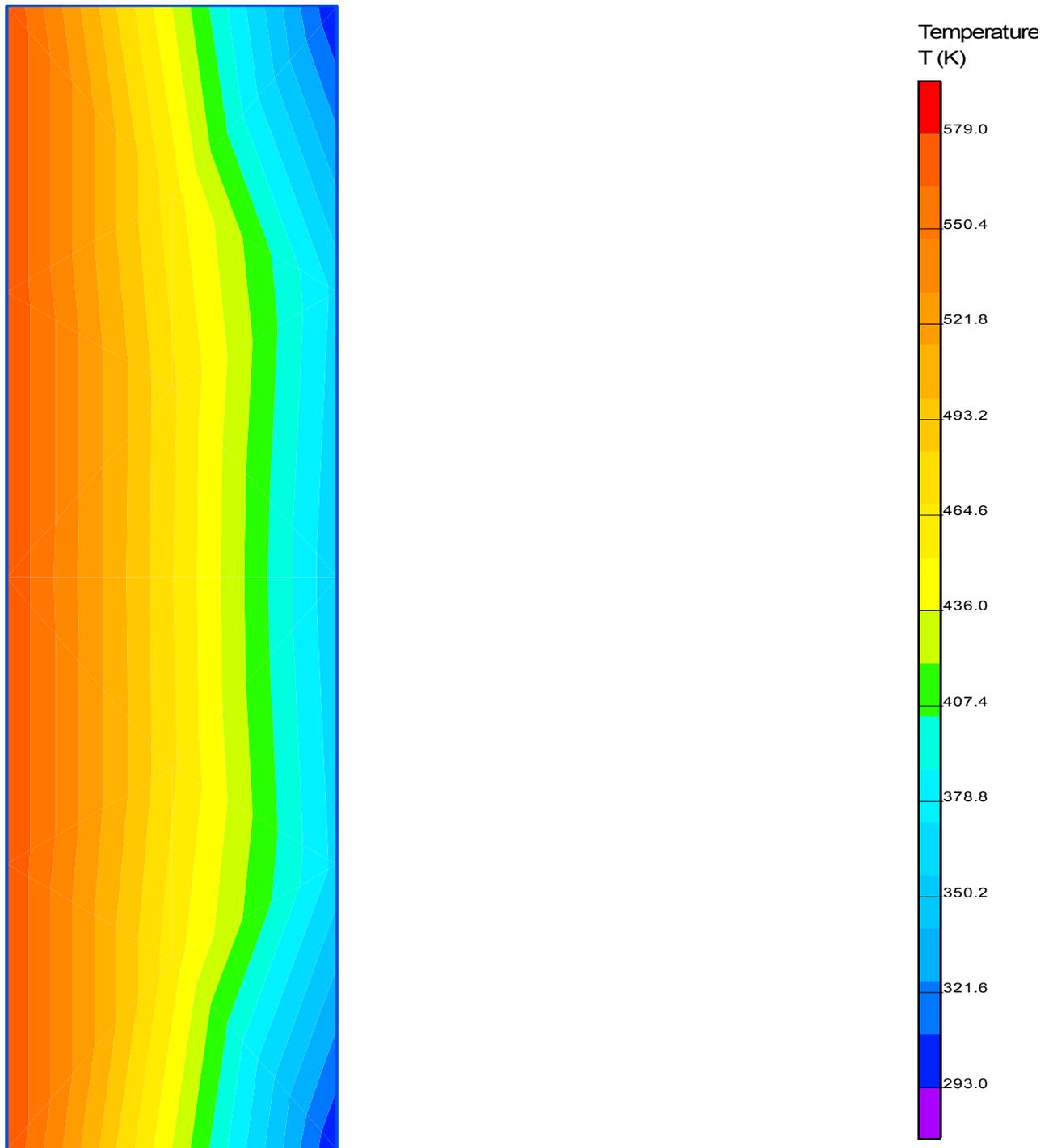


Figure 9: *Distribution de la température sur l'échantillon*

La figure 9 représente une répartition axiale de la distribution de la température tout au long de l'échantillon étudié. Elle nous permet de voir l'amortissement de la température tout au long de l'échantillon. Au sein de l'échantillon, la température varie entre 293 °K et jusqu'à une valeur supérieur à 580 °K et ceci dépendra de la corrélation proposée entre l'émissivité et la température. Pour cet exemple, on atteint 1000.15 °K.

La figure qui va suivre nous montre l'amortissement en fonction de x (la longueur de l'échantillon) et du temps t.



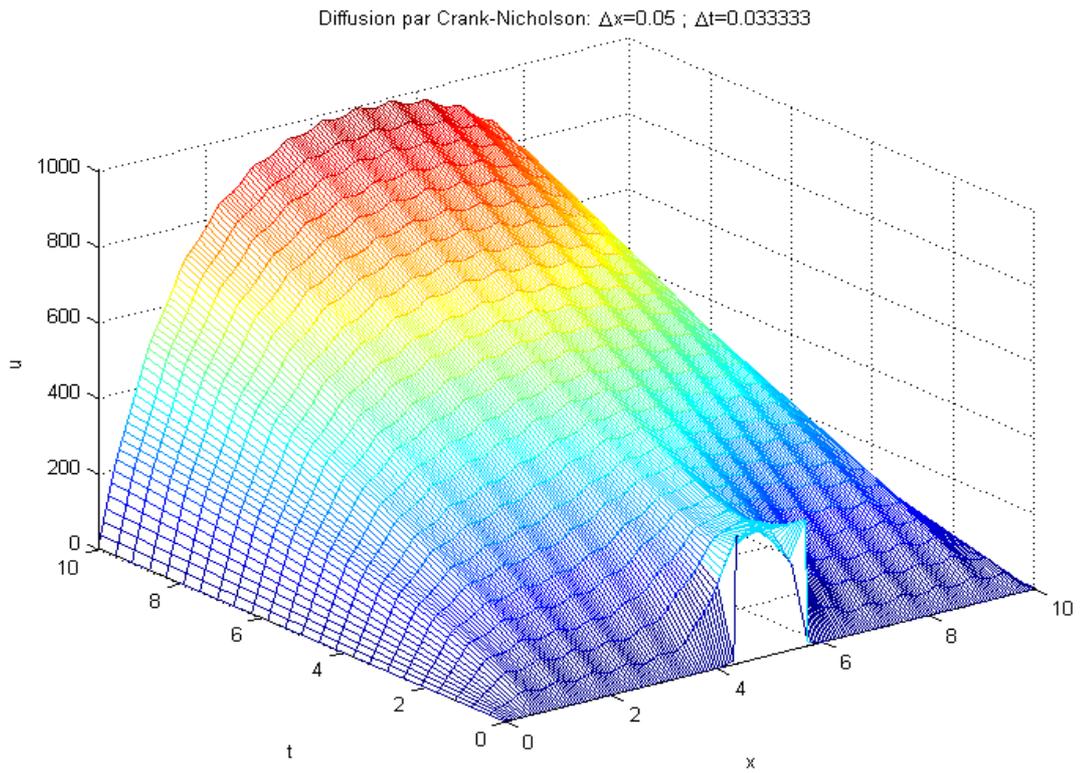


Figure 10: Représentation graphique de la solution de l'équation optimale

b – Par la méthode itérative :

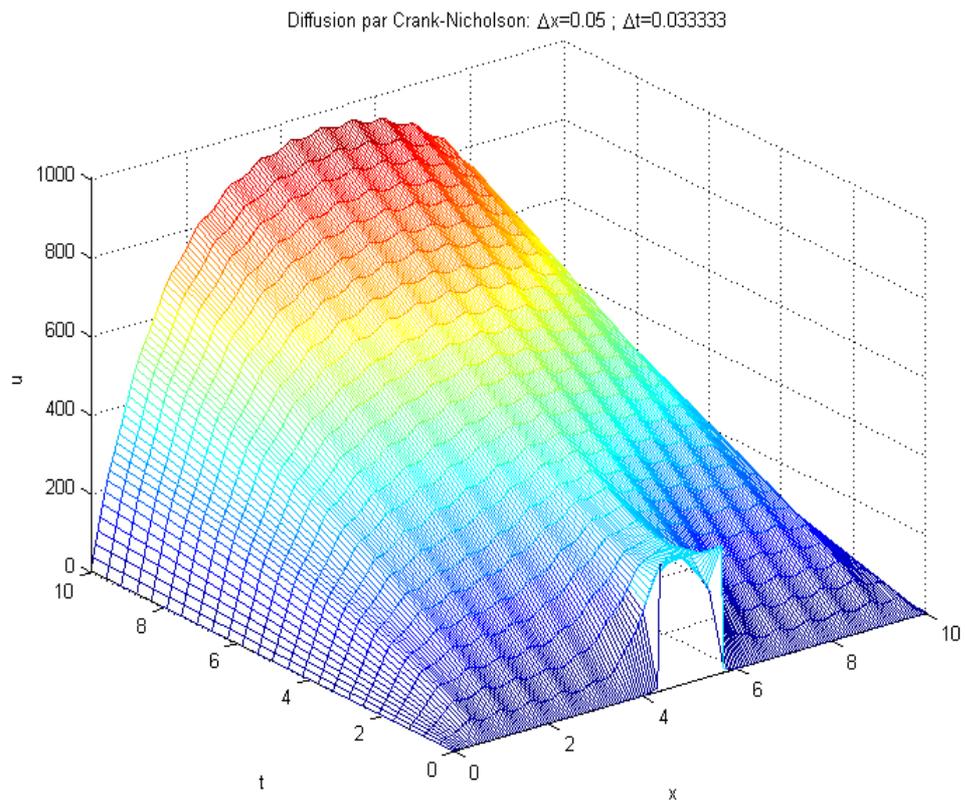


Figure 11 : Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par la méthode itérative.



RESULTATS ET INTERPRETATION

c - Interprétation :

En comparant les deux courbes, nous constatons qu'elles ont la même allure graphique mais il y a une légère différence de température en fonction du temps c'est-à-dire plus le temps augmente plus la différence de température augmente. Cette différence est représentée sur la figure 12.

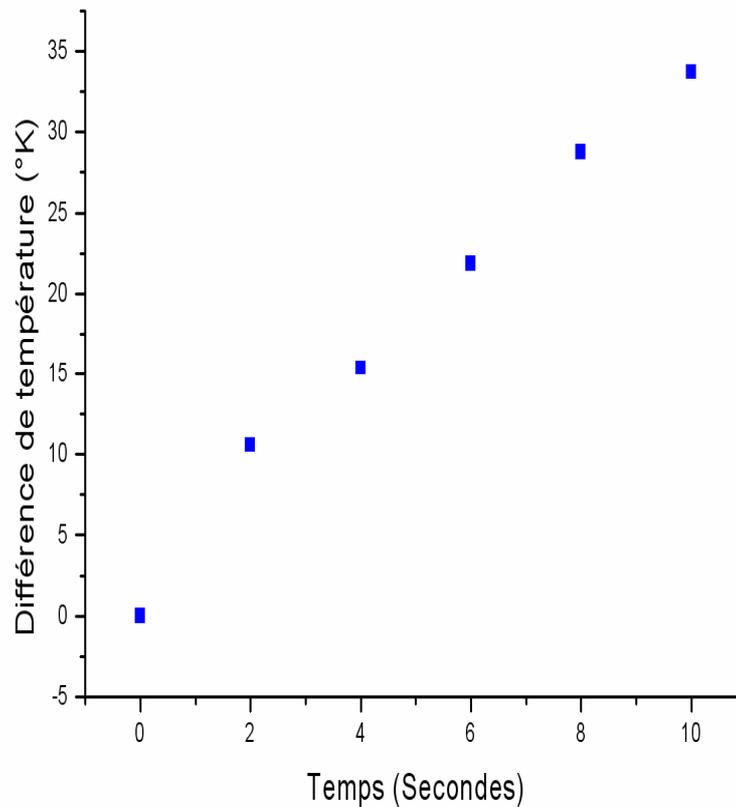


Figure 12 : Représentation graphique de différence de température en fonction du temps

De plus, on constate que le temps d'exécution du couplage est de 2.957 secondes alors qu'avec la méthode itérative il a fallu 17.374 secondes.

4. Exemple 4 :

a – Par le couplage :

Pour cet exemple, nous avons utilisé les paramètres optimaux suivants :

$$K_1 = 117.45$$

$$K_2 = 7412528.27355476$$

$$K_3 = 41854.86417$$

Après résolution de l'équation optimale, on obtient la figure suivante :



RESULTATS ET INTERPRETATION

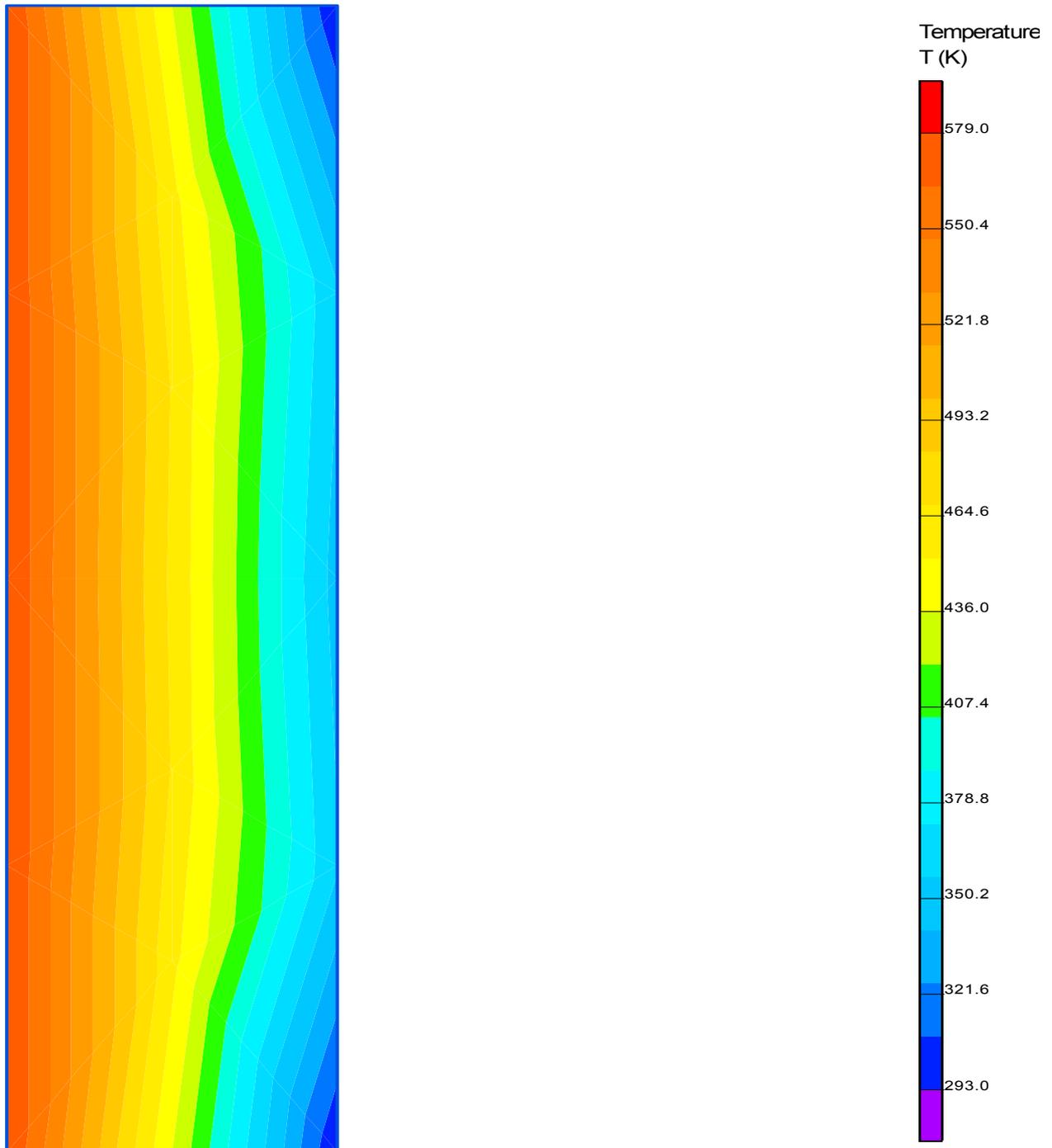


Figure 13: *Distribution de la température sur l'échantillon*

La figure 13 représente une répartition axiale de la distribution de la température tout au long de l'échantillon étudié. Elle nous permet de voir l'amortissement de la température tout au long de l'échantillon. Au sein de l'échantillon, la température varie entre 293 °K et jusqu'à une valeur supérieure à 580 °K et ceci dépendra de la corrélation proposée entre l'émissivité et la température. Pour cet exemple, on atteint 898.85 °K.

La figure qui va suivre nous montre l'amortissement en fonction de x (la longueur de l'échantillon) et du temps t.



RESULTATS ET INTERPRETATION

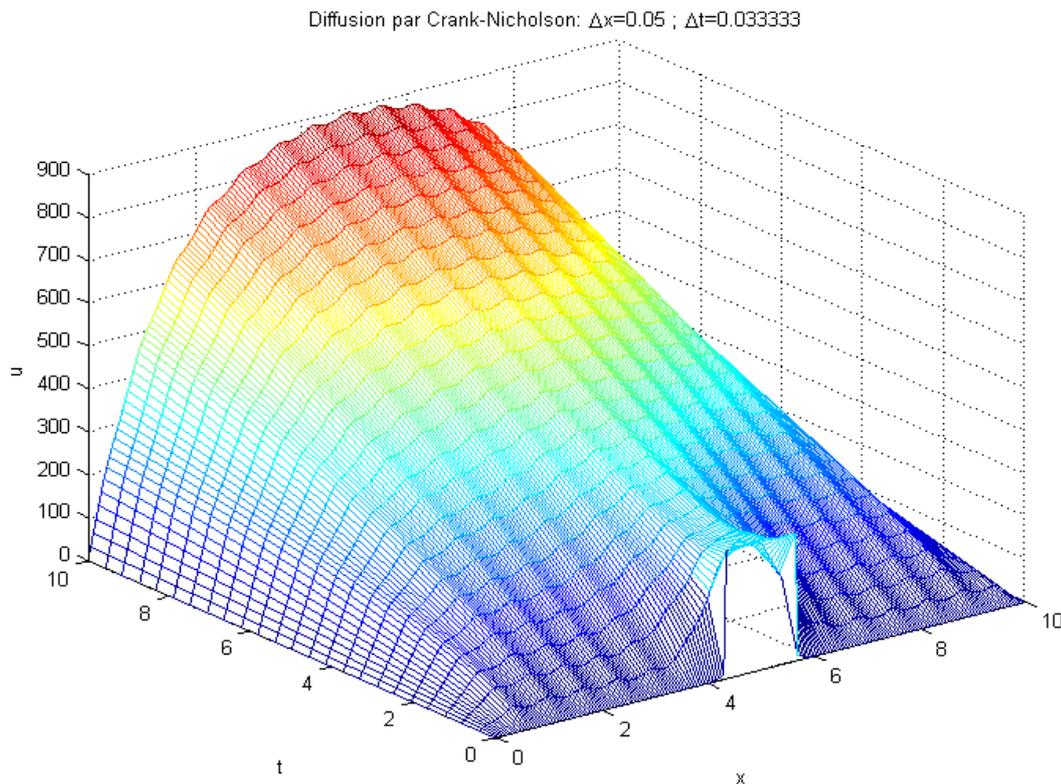


Figure 14: Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par le couplage.

b – Par la méthode itérative :

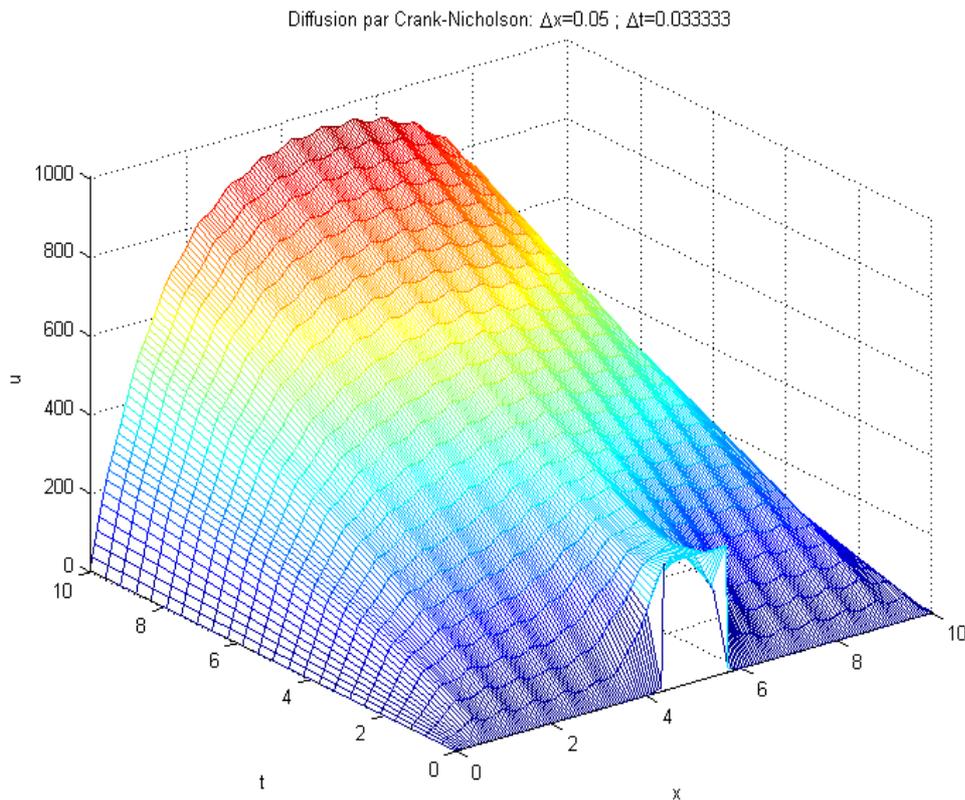


Figure 15 : Représentation graphique de la solution de l'équation optimale par la méthode itérative.



RESULTATS ET INTERPRETATION

c - Interprétation :

En comparant les deux courbes, nous constatons qu'elles ont la même allure graphique mais il y a une légère différence de température en fonction du temps c'est-à-dire plus le temps augmente plus la différence de température augmente. Cette différence est représentée sur la figure 16.

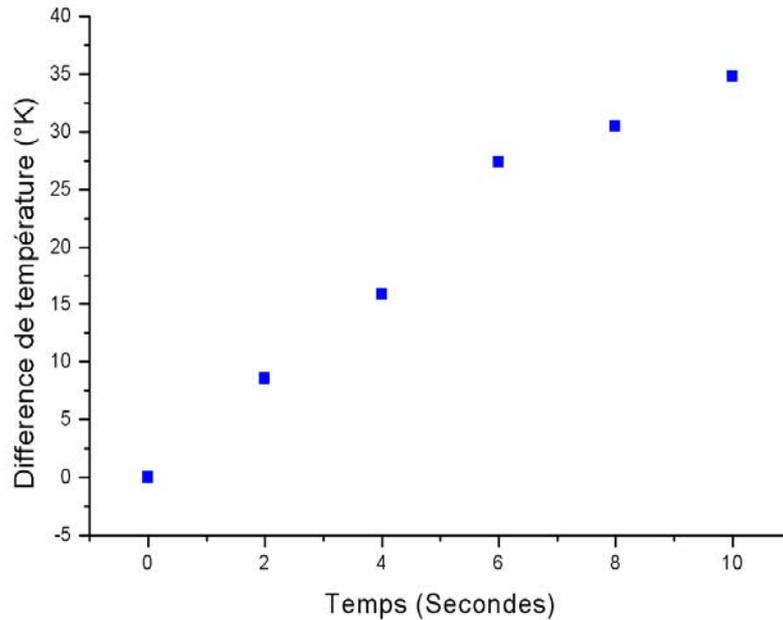


Figure 16 : Représentation graphique de différence de température en fonction du temps

De plus, on constate que le temps d'exécution du couplage est de 2.957 secondes alors qu'avec la méthode itérative il a fallu 16.775 secondes.

5. Interprétation générale :

A partir des courbes qui traduisent la représentation graphique de la solution optimale, on constate qu'il y a une différence de température pour un point donnée sur toute la surface de l'échantillon et cela en comparant les graphes par les deux méthodes de résolution du problème non linéaire de transfert de chaleur. Cette différence, qui est de l'ordre de quelques dizaines de degrés, est due essentiellement à la précision de calcul de chaque méthode.

De plus, on remarque que pour appliquer le couplage entre la méthode de linéarisation optimale et la méthode des éléments finis on effectue une seule itération alors, qu'en appliquant la méthode itérative, on effectue 301 itérations. Donc, il est plus judicieux d'utiliser le couplage puisqu'on aura un gain de temps d'exécution ainsi qu'une meilleure précision dans le calcul.



RESULTATS ET INTERPRETATION

L'erreur relative de la température en fonction de la température, pour un temps d'exécution qui approche les 10 secondes, est donnée par la figure 17.

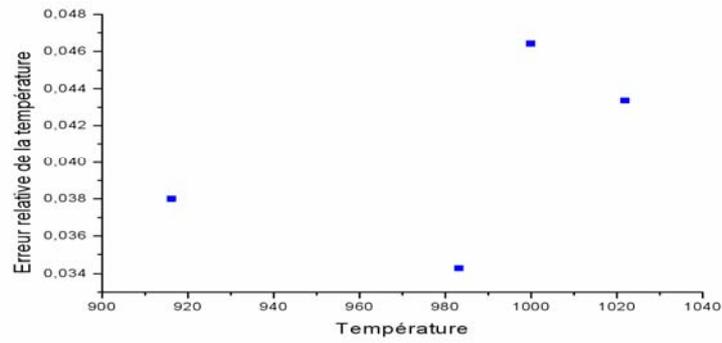


Figure 17 : Erreur relative de la température en fonction de la température pour $t=10$ secondes

On constate que cette erreur varie entre 0.034 et 0.047. Donc, en moyenne, elle vaut 0.04. Le tableau suivant englobe toutes les valeurs par rapport à l'erreur et le temps d'exécution.

	ΔT	$\Delta T/T$	t_{coup}	t_{iter}
Exemple 1	44.3	0.043346	2.957	16.197
Exemple 2	46.4	0.046402	2.957	15.472
Exemple 3	33.7	0.034272	2.957	17.374
Exemple 4	34.8	0.0379801	2.957	16.775

A partir de ce tableau, nous représentons le temps d'exécution par les deux méthodes utilisées en fonction de l'erreur relative.

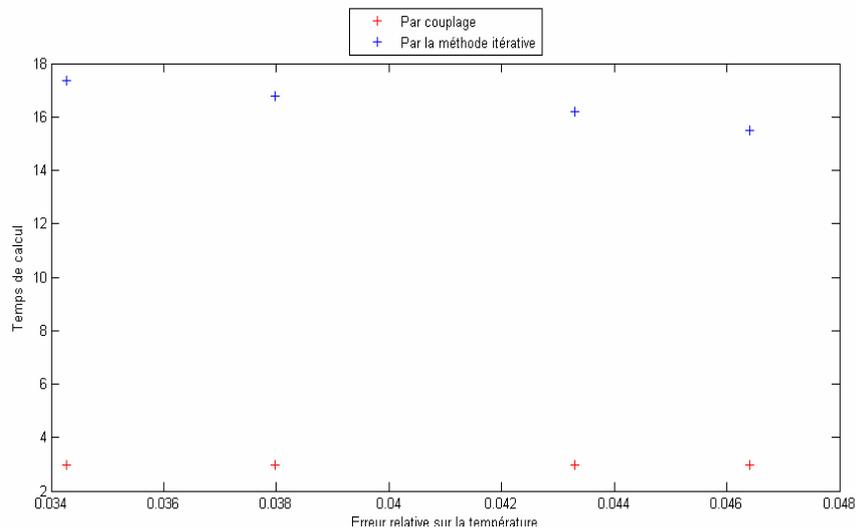


Figure 18 : Temps d'exécution en fonction de l'erreur relative.



RESULTATS ET INTERPRETATION

En comparant les résultats obtenus par la méthode itérative et ceux obtenus par le couplage, on peut dire que les deux méthodes convergent vers la même solution. Par contre, dans l'exécution numérique, on constate que la précision est meilleure par le couplage et c'est plus rapide car le nombre d'itération est moindre par rapport à la méthode itérative.

On remarque que, pour les quatre exemples, les oscillations ont la même forme mais leur amplitude varie légèrement suite aux différentes corrélations entre l'émissivité et la température. Le résultat est satisfaisant en comparaison avec la solution analytique proposée pour la résolution du système linéaire. Le phénomène de diffusion a dégénéré, à pulsation ω fixée, en un phénomène de propagation vers les x positifs avec une célérité C

$$\text{égale à : } C(\omega) = \left(\frac{2 \cdot \lambda_0 \cdot \omega}{\gamma_0} \right)^{1/2}.$$

La célérité est dispersée en fréquence et l'analyse spectrale du phénomène de diffusion montre que, à fréquence faible, les signaux se propagent lentement et en étant fortement

$$\text{atténués en } \exp \left(- \sqrt{\frac{\omega \cdot \gamma_0}{2 \cdot \lambda_0}} \cdot x \right).$$

Maintenant, on va confirmer ses résultats par une méthode itérative en se basant sur la méthode des éléments finis.

Les résultats obtenus par la méthode itérative, en s'appuyant sur la méthode de Crank-Nicholson, sont en accord avec la solution exacte de l'équation linéaire de la chaleur. Dans le cas de la distribution de la température dans l'espace, on distingue qu'il y a modulation de la température.

Son amortissement est bien réel et diminue exponentiellement et ceci dès qu'on s'éloigne du point initial de la modulation.

En fonction du temps, on constate que la température augmente au fur et à mesure que la durée des mesures augmente. Ceci est dû essentiellement à la diminution de l'écart entre la valeur moyenne de la température modulée et la température ambiante du milieu extérieur.

De plus, expérimentalement, on constate qu'il y a d'une part la condensation de la vapeur d'eau et d'autre part un dépôt d'huile sur l'échantillon dès qu'on atteint un certain seuil vers les basses températures. Comme la température est modulée, on constate que l'augmentation de cette dernière est rapide et sous forme quasi exponentielle.



CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Une première étude a été menée en 1991 au L.E.T.I.E.F permettant d'initier la radiométrie périodique à vocation de mesure d'émissivité. Cette étude montrait qu'il était possible, par cette technique, de déterminer l'émissivité totale de matériaux opaques thermiquement minces tels que des peintures ou des métaux [62] et thermiquement épais tels que le PVC ou la Céramique [63] à température ambiante. Par ailleurs cette technique a permis d'accéder à la diffusivité [62] et à l'indice d'extinction des matériaux semi transparents [63]. De plus cette technique est facile à mettre en œuvre et nécessite un appareillage classique.

La première partie de ce travail présente une extension de la technique périodique aux mesures d'émissivité de matériaux minces sur un large domaine de température autour de l'ambiante. La précision des résultats obtenus est plus que satisfaisante.

Grâce aux résultats expérimentaux, nous sommes parvenus à trouver plusieurs corrélations entre l'émissivité et la température. On a trouvé que ces corrélations sont remarquablement satisfaisantes, et mêmes plus précises, que celles trouvées dans la littérature.

Ceci nous a permis de résoudre le problème non linéaire de transfert de chaleur dû essentiellement à la dépendance entre l'émissivité et la température.

A cet effet, nous avons procédé par deux étapes de résolution, l'une en utilisant le couplage entre la méthode de linéarisation optimale et la méthode des éléments finis et l'autre en procédant par une méthode itérative qui utilise la méthode des éléments finis.

Les résultats obtenus par ces deux méthodes sont satisfaisants. En plus, les résultats obtenus par le couplage sont très proches des résultats numériques « exacts » et, en même temps, nous avons un gain de temps de calcul très important par le couplage (une seule itération) alors qu'avec la méthode itérative nous avons 301 itérations.

Notre étude a permis d'étendre l'utilisation de la méthode de linéarisation optimale en introduisant trois coefficients dus à la non linéarité du problème étudié. Nous pouvons prétendre une amélioration de cette étude en introduisant plusieurs paramètres régissant la non linéarité du problème.



CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

La méthode de linéarisation optimale peut s'appliquer à tous les phénomènes physiques qui sont gouvernés par une équation différentielle, aux dérivées partielles, non linéaire et où plusieurs coefficients sont des fonctions de variables dépendantes.

Dans ce cadre, à partir des résultats de mesure de l'émissivité, nous pouvons faire une étude similaire en considérant le problème non linéaire du champ électromagnétique tel que la non linéarité provient du fait de la dépendance de l'émissivité en fonction de l'angle d'incidence et, par conséquent, des indices de réfraction réel et d'extinction....

Dans tous les cas de figures, l'étude de ces problèmes peut être étendue à une, deux ou trois dimensions dans l'espace et en fonction du temps.

Dans le cadre de l'expérience, il est nécessaire d'étendre nos résultats de mesure sur plusieurs types d'échantillons soit thermiquement mince soit thermiquement épais et en même temps élargir le domaine de température ainsi que de faire une étude expérimentale pour mesurer les autres propriétés thermophysiques des matériaux. De ce fait, il est intéressant de mettre en œuvre le dispositif expérimental décrit dans le chapitre 3. Pour cela, il est judicieux de faire une collaboration entre la faculté des sciences de l'université de Tlemcen et celle de Val de Marne (Laboratoire L.E.T.I.EF) pour élargir les connaissances expérimentales et d'avoir une étendue des résultats de mesure sur un maximum de matériaux opaques.



References bibliographiques

- [1] Y. S. Touloukian, D. P. De Witt, « Thermophysical Properties of Matter – Thermal Radiative Properties », IFI/Plenum, New York, Washington, Volume 7 : Metallic Elements and Alloys, 1970; Volume 8 : Nonmetallic Solids, 1972; Volume 9 : Coatings, 1972.
- [2] P. Hervé, « Mesure de l'émissivité thermique », Techniques de l'ingénieur, Traité Mesures et Contrôle, R2737, Pages 1 – 9, 1989.
- [3] M. Huetz-Aubert, « Mesure des propriétés radiatives des métaux opaques », Métrologie des propriétés thermophysiques des matériaux, Hladik J., Pages 254 – 275, Masson, 1990.
- [4] J. F. Sacadura, « Measurement Techniques for Thermal Radiation Properties », Proc. 9, Int. Heat Transfer Conf., Jérusalem, Volume 1, Pages 207 – 222, 1990.
- [5] M. F. Modest, « Radiative Heat Transfer », McGraw – Hill, 1993.
- [6] R. Bariou, « Rayonnement électromagnétique »; Dossier de télédétection n°4, pp. 66; Université de Rennes; 1985.
- [7] C. Saint Blanquet, Maître de conférences, Agrégé de Sciences Physiques Spécialité Transferts Thermiques ; « Eléments De Rayonnement Thermique » ; www.sciences.univnantes.fr/physique/perso/blanquet/rayonnem/11defloi/11defloi.htm
- [8] A. B. De Vriendt, « La transmission de la chaleur – Introduction au rayonnement thermique », Vol.2 ; 1984.
- [9] R. Siegle & J. R. Howell, « Thermal radiation heat transfer », pp. 16; 1981.
- [10] E. D. Palik, « Handbook of optical constants of solids », pp. 323; 1985.
- [11] E. Aschkinass, Ann. d. Phys. 17, pp. 960-976; 1905.
- [12] S. Mattei, « Contribution à l'étude des propriétés thermo optiques des métaux », Thèse de Doctorat, Université Paris 7 ; 1986.
- [13] P. Foote, Bull. Bur. Std., 11, pp. 607-612; 1915.
- [14] Davisson & J. R. Weeks, Jou. Opt. Am. & Rew. Scien. Ins. (5), pp. 84-585; May 1924.
- [15] E. Hagen & H. Rubens, metallic reflection, Ann. Phys., Vol. 1, n° 2, pp.352-375; 1900. (See also E. Hagen & H. Rubens, Emissivity and Electrical Conductivity of Alloys, Deutch, Phys. Ges. Verhandl. Vol. 6, n° 4, 128-136; 1904.).
- [16] D. K. Edwards & N. Bayard de Volo, « Useful Approximations for the Spectral and Total Emissivity of Smooth Bar Metals », pp. 174-188; 1967.



- [17] J. P. Pérez, « Thermodynamique : Fondements et applications », pp 380 – 386; Edition Masson Sciences, Dunod, 3^e édition; 2001.
- [18] B. Heinisch, P. Quinto Diez, J. .F. Sacadura, « Improvement in spectral directional emissivity measurement techniques by direct methods », Proc. 7th IHTC, MT 10 – Munich 1982.
- [19] P. Hervé, « Influence de l'état de surface sur le rayonnement thermique des matériaux solides », Thèse de Doctorat Es Sciences Physiques, Université Paris VI, 1977.
- [20] P. Masclat, « Mesure de l'émissivité et d'indice complexe des solides et des liquides dans l'infrarouge », Thèse de Doctorat Ingénieur, Université Paris VI, 1982.
- [21] E. Géhin, « Étude des propriétés d'émission de couches planes semi transparentes dans l'infrarouge », Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 1991.
- [22] E. Géhin, P. Masclat, P. Hervé, Y. Delclaud, « Facteur d'émission aux basses températures application aux couches opaques et semi transparentes », Société Française des Thermiciens, Pyrométrie Optique – Mesure des Émissivités, 1991.
- [23] S. Matteï, D. Especel, « Mesure de l'émissivité des matériaux opaques aux températures proches de l'ambiance », Colloque de Thermique SFT, Volume 2, Pages 79 - 82, 1991.
- [24] S. Matteï, D. Especel, Y. N'guessan, « Une méthode de mesure de l'émissivité thermique des matériaux opaques à la température l'ambiante », Rev. Gén. Therm., N° 388, Pages 258 – 260, 1994.
- [25] S. Matteï, D. Especel, « Measurements of the Total Emissivity of Gold and Aluminum Samples at Room Temperature », 1st European Conference on Thermal Sciences, Volume 1, Pages 709 – 715, Birmingham, 1992.
- [26] S. Matteï, D. Especel, « Periodic techniques for low temperature Radiative property measurements », ASME Heat Transfer Division, HTD – Volume 332, Volume 1, Pages 179 – 185, 1996.
- [27] M. Guidon, J. Y. Le Bris, « Moyens de mesure de l'émissivité monochromatique directionnelle de corps opaques dans le domaine infrarouge », Société Française des Thermiciens, Pyrométrie Optique – Mesure des Émissivités, 1991.
- [28] A. Ono, « Evaluation of the Effective Emissivity of Reference Source for the Radiometric Emissivity Measurements », International Journal of Thermophysics, Volume 7, N° 2, Pages 443 – 453, 1986.



- [29] P. Gallet, F. Papini, A. Ropke, « Application de la thermographie infrarouge à la mesure simultanée des températures et des émissivités », Rev. Gén. Therm., N° 348, Pages 713 – 719, 1990.
- [30] M. Siroux, E. Tang-Kwor, S. Matteï, « A periodic technique for Emissivity measurements of insulating materials at moderate temperature », Measurement Science and Technology, Volume 9, Issue 12, Pages 1956 – 1962, 1998.
- [31] M. Huetz-Aubert, « Mesure des propriétés radiatives des métaux opaques », Métrologie des propriétés thermophysiques des matériaux, Hladik J., Pages 254 – 275, Masson, 1990.
- [32] J. F. Sacadura, « Measurement Techniques for Thermal Radiation Properties », Proc. 9, Int. Heat Transfer Conf., Jérusalem, Volume 1, Pages 207 – 222, 1990.
- [33] D. Especel, S. Matteï, « Simultaneous measurements of Emissivity and reflectivity at room temperature », 10th international heat transfer conference, Brighton, Volume 2, Pages 231 – 236, 1994.
- [34] D. Especel, S. Matteï, « Total Emissivity measurements without use of an absolute reference », Infrared Physics & Technology 37, Pages 777 – 784, 1996.
- [35] L. Henninger, « Méthode de mesure de l'émittance thermique d'un revêtement », Notes Technique du CNRS, N° 53, 1976.
- [36] T. Kateb, J. L. Chevalier, « Optera et les techniques de mesure de l'émissivité, l'émissiomètre calorimétrique de référence », Cahiers du CSTB, N° 2524, 1991.
- [37] T. Kateb, « La calorimétrie radiative appliquée à la mesure de l'émissivité hémisphérique globale des verres au voisinage de la température ambiante », Thèse de Doctorat, Université de Nancy I, 1993.
- [38] T. Kateb, J. L. Chevalier, M. Feidt, « Conception d'un émissiomètre calorimétrique pour les matériaux peu conducteurs thermiques tels que les verres à température ambiante », Société Française des Thermiciens, Pyrométrie Optique – Mesure des Émissivités, 1991.
- [39] J. R. Jack, « Technique for measuring absorptance and ece by using cyclic incident radiation », AIAA Journal, Volume 5, N° 9, Pages 1603 – 1606, 1967.
- [40] J.F. Sacadura, T. T. Osman, « Emissivity estimation through the solution of an inverse heat-conduction problem », Journal Thermophysics, Volume 4, N° 1, Pages 86 – 91, 1990.
- [41] T. T. Osman, « Estimation de l'émissivité globale de surfaces opaques à partir d'une méthode calorimétrique transitoire reposant sur une technique d'inversion de l'équation de diffusion de la chaleur », Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, 1987.



- [42] M. Siroux, S. Mattei, « Une nouvelle méthode calorimétrique périodique de mesure de l'émissivité des matériaux opaques à température ambiante », Rev. Gén. Therm., N° 37, Pages 103 - 110, 1997.
- [43] M. D. Drudy, K. P. Perry, T. Land, « Pyrometers for surface – temperature measurement », Journal of the iron and steel institute, London 169, Pages 245 – 250, 1951.
- [44] A. Ono, « A hemispherical mirror method for the measurement of directional spectral emissivity of diffuse opaque surfaces », Proc. 8th symp. Thermophysics Prop., J. V. Sengers, ed (ASME, New York), Volume 2, Pages 133 – 137, 1982.
- [45] Sun Yuxing, Chu Zaixiang, Chen Shouren, « Precise calculation of the effect of specular reflection in a hemispherical surface pyrometer on emissivity measurement », High Temperature – High Pressures, Volume 19, Pages 293 – 297, 1987.
- [46] R. E. Belford, C. K. Ma, Sun Yuxing, Chu Zaixiang, « calculation of the radiant characteristics of a plane diffuse surface covered by a specular hemisphere », J. Phys. E : Sci. Instrum. 21, Pages 785 – 791, 1988.
- [47] A. Mezhrab, « Contribution à l'étude numérique et expérimentale des échanges radiatifs », Thèse de Doctorat, Université de Provence, 1991.
- [48] E. Tang-Kwor, « Contribution au développement de méthodes périodiques de mesure de propriétés thermophysiques des matériaux opaques », Thèse de Doctorat, Université Paris XII – Val de Marne, 1998.
- [49] J. Max, « Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques », Tome 2, 4^{ème} édition, Masson, 1987.
- [50] P. R. Bevington, « Data reduction and errors analysis for the physical sciences », McGraw – Hill Book Company, 1969.
- [51] B. Berber, A. Jordan, M. Benmouna, « Steady state temperature distribution in a cylindrical electrical conductor: non linear effects », revue physique appliqué, volume 18, pages 667 – 681, 1983.
- [52] A. Jordan, M. Benmouna, A. Borucki, F. Bouayed, « Transient state temperature distribution in a cylindrical electrical conductor: non linear effects », revue physique appliqué, pages 67 – 72, Avril 1986.
- [53] B. Vujanovic, B. Baclic, « Application of the optimal linearization method to the heat transfer problem », Int. J. Heat Mass Transfer, Volume 16, pages 1111 – 1117, 1973.



- [54] F. N. Bouayed, « Application de la méthode des éléments finis aux problèmes non linéaires de transfert de chaleur », Thèse de Magister, Université Abou Bakr Belkaid Tlemcen, Avril 1986.
- [55] A. Blaquière, « Une nouvelle méthode de linéarisation locale des opérateurs non linéaires : approximation optimale », 2nd conference of non linear vibrations, Warsaw, 1962.
- [56] A. Jordan, A. Szybiak, M. Benmouna, A. Barka, « Temperature distribution in a cylindrical conductor with skin effect », Int. J. Heat Mass Transfer, 1985.
- [57] A. Jordan, S. Khaldi, M. Benmouna, A. Borucki, « Steady of non linear heat transfer problems », revue physique appliqué, volume 22, pages 101 – 105, 1987.
- [58] PISKOUNOV, Calcul différentiel et intégral, pages 316-317, édition Mir, Moscou, 1980.
- [59] J. M. Ortega, W. C. Rheinboldt, « Iterative solution of non linear equations in several variables », Academic Press, 1970.
- [60] J. Dieudonné, « Eléments d'analyse », Tome 1, Editions Garthier-Villars, 1970.
- [61] R. K. Miller, A. N. Miche, « Ordinary differential equation », Academic Press, 1982.
- [62] Y. N'guessan, « Contribution à l'étude des propriétés radiatives des matériaux opaques ou semi transparents, à température ambiante, par la méthode radiométrique en régime modulé », Thèse de doctorat, Université Paris XII, 1996.
- [63] M. Siroux, « Développement de techniques de mesure de l'émissivité de matériaux opaques à température ambiante. Approche radiométrique et calorimétrique en régime périodique », Thèse de doctorat, Université Paris XII, 1996.