

Table des Matières

Introduction Générale	5
0.1 Note historique	5
0.2 Contribution	6
Glossaire	7
1 Rappels et Problématique	9
1.1 Introduction	9
1.2 Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu dispersif	9
1.2.1 Définitions	10
1.2.2 Propagation d'une onde dans un milieu dispersif	14
1.3 Dispersion chromatique	16
1.3.1 Le délai entre différentes longueurs d'onde dans un milieu dispersif	16
1.3.2 Les paramètres de dispersion	19
1.4 Problématique	21
2 L'étude et modélisation de la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif	24
2.1 Introduction	24
2.2 Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif et linéaire	24
2.2.1 Propagation d'une impulsion gaussienne:	28
2.3 Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif et non linéaire . . .	31

2.3.1	L'origine de la non linéarité	31
2.3.2	Le Soliton: solution de l'équation de Schrödinger non linéaire . . .	36
2.4	Conclusion	41
3	Etude de la dispersion dans une fibre optique	43
3.1	Introduction	43
3.2	Les fibres optiques	43
3.2.1	Introduction	43
3.2.2	Définition d'une fibre optique	44
3.2.3	Différents types de fibres optiques	45
3.2.4	Atténuation dans la fibre optique	47
3.3	Dispersion chromatique dans une fibre optique	48
3.3.1	Les paramètres de dispersion	51
3.4	Influence du paramètre de dispersion β_2 et du milieu dispersif choisi sur la propagation des impulsions lumineuse	54
3.5	Conclusion	61
4	Simulation numérique de la propagation des Solitons dans une fibre optique monomode	63
4.1	Introduction	63
4.2	Modélisation de la propagation des Solitons dans une fibre optique	64
4.2.1	Méthode de Split- Step Fourier	64
4.3	Modélisation de la propagation des Solitons dans une fibre optique monomode	68
4.3.1	Résultats de la simulation	68
4.4	Conclusion	72
	Conclusion Générale	74
	Annexe	76

Introduction Générale.

Introduction générale

0.1 Note historique

Le développement des moyens de télécommunications a toujours été un souci majeur pour l'homme. En effet, l'évolution sociale et économique de notre société est intrinsèquement liée à l'amélioration des dispositifs permettant d'échanger des informations.

Ce mode des télécommunications a connu d'importantes évolutions depuis la mise au point du télégraphe (sur câble électrique) en 1837 par Samuel Morse et l'invention de téléphone en 1875 par Alexander Graham Bell. Par la suite Olivier James a établi une communication sans fil sur une distance de 140 mètre en 1894 et Guglielmo Marconi a effectué la première transmission transatlantique en 1901. Un grand pas a été effectué durant les deux derniers siècles avec le développement des systèmes de transmission sur câbles mais la quantité et le débit d'une transmission est resté toujours d'une grande importance.

L'idée de servir de la lumière dans les communications remonte aux feux de bois utilisés par les Grecs et les Perses ainsi qu'aux torches enflammées utilisées par les Romains.

En 1958 et avec l'invention du laser, l'idée d'utiliser l'optique surgisse de nouveau [18]. Le système le plus prometteur à l'heure actuelle est indiscutablement le transport de l'information par la lumière se propageant très vite dans un guide d'onde : la fibre optique en silice [4].

Cependant, la transmissions par fibre optique a été considérablement freinée par des problèmes majeurs et en particulier l'effet de dispersion des signaux optiques au cours de leur propagation.

L'introduction d'un nouveau concept "**Soliton**", découvert pour la première fois par l'Écossais John Scott Russell [10] à été une solution prometteuse pour l'optimisation des performances et l'élimination des pertes de propagation.

En physique, on appelle soliton ou onde solitaire une perturbation localisée se propageant sans se déformer et ne perdant rien de ses caractéristiques ni par amortissement, ni par effet de choc éventuel avec une perturbation de même nature.

0.2 Contribution

Dans notre travail, nous nous sommes intéressés plus particulièrement au problème majeur qui a lieu dans les fibres optiques lors de la propagation d'un signal, c'est le phénomène de dispersion.

Pour cela, nous sommes amenés à faire une étude et une modélisation de la propagation dans un milieu dispersif dans ces deux cas linéaire et non linéaire. Cette modélisation, nous a conduit à une équation différentielle partielle non linéaire connue en optique sous le nom **Schrödinger non linéaire**, qui nécessite une résolution numérique.

Ce mémoire est configuré de la manière suivante:

Un premier chapitre dédié au "Rappels". Nous décrivons quelques principes physiques généraux qui régissent la propagation dans un milieu dispersif, où nous avons posé notre problème.

En suite, le deuxième chapitre s'attachera à l'étude de la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif. Dans un premier temps nous allons considérer que le milieu est linéaire, en suite qu'il présente une non linéarité. Pour cela nous présenterons le modèle de l'effet Kerr optique non linéaire sur lequel est basé notre travail. Nous décrirons rapidement les propriétés bien connues des solitons, solutions de l'équation de **Schrödinger non linéaire (NLSE)**.

Le chapitre trois a pour objet d'étudier la dispersion dans une fibre optique.

Finalement, le dernier chapitre est consacré à la simulation numérique de la propagation des solitons dans une fibre monomode, en utilisant la méthode numérique Split-Step Fourier.

Enfin, une conclusion termine notre travail.

Glossaire

c	Célérité de la lumière dans le vide.
D	Paramètre de dispersion.
n	Indice de réfraction dans un milieu quelconque.
n_{NL}	Indice de réfraction non linéaire.
v_φ	Vitesse de phase.
v_g	Vitesse de groupe.
z	Distance de propagation.
t	Le temps.
α	Coefficient d'atténuation linéique.
β, k	Constante de propagation (vecteur d'onde).
β_i	Dérivée d'ordre i de la constante de propagation β par rapport à ω .
γ	Coefficient de non linéarité.
λ	Longueur d'onde dans un milieu.
τ	Le temps retardé.
ω	Pulsation de l'onde.
\hat{D}	Opérateur de linéarité de la méthode de SSF
\hat{N}	Opérateur de non linéarité dans la méthode de SSF
GVD	Group- Velocity Dispersion (Dispersion de vitesse de groupe).
NLSE	Nonlinear Schrödinger Equation (Equation de Schrödinger non linéaire).
SMF	Single Mode Fiber (Fibre monomode).
SPM	Self- phase modulation (L'auto modulation de phase).
SSF	Split- Step Fourier (Fourier itérative).
ZDW	Zero Dispersion wavelength (Longueur d'onde de dispersion nulle).

PREMIER CHAPITRE

Rappels et Problématique

Chapitre 1

Rappels et Problématique

1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, on se propose d'introduire les notions physiques essentielles à l'étude de la propagation dans un milieu dispersif.

1.2 Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu dispersif

À quelle vitesse un paquet d'ondes se déplace-t-il dans un milieu dispersif?

Réponse: à la vitesse de groupe v_g . Mais, les différentes composantes d'un paquet d'ondes se déplacent à des vitesses différentes: alors, à quelle vitesse l'ensemble se déplace-t-il?

Voyons d'abord quelques définitions [1].

1.2.1 Définitions

Vitesse de phase et vitesse de groupe

La vitesse de phase d'une onde est la vitesse à laquelle la phase de l'onde se propage dans l'espace. Si l'on sélectionne n'importe quel point particulier de l'onde (par exemple la crête: sommet d'une vague), il donnera l'impression de se déplacer dans l'espace à la vitesse de phase.

En effet, soit une onde $U = U_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$ où U est la quantité qui se propage (le champ électrique, par exemple), plaçons nous sur une surface d'onde, i.e. l'ensemble des points ayant la même valeur de U , par conséquent la même valeur de la phase, c'est le plan de phase. Le plan de phase en x au temps t est:

$$\varphi = \omega t - kx + \varphi_0$$

et en $x + dx$ au temps $t + dt$:

$$\varphi = \omega(t + dt) - k(x + dx) + \varphi_0$$

D'où

$$0 = \omega dt - k dx$$

C'est à dire

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

La quantité dx/dt est une vitesse, c'est la vitesse de propagation d'un point de phase constante, c'est la «vitesse de phase». Donc:

$$v_\varphi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Où: ω est la pulsation de l'onde.

k est le nombre d'onde.

On introduit ainsi l'indice du milieu de la manière suivante:

$$n = \frac{c}{v_\varphi}$$

La vitesse de phase de l'onde n'est pas forcément égale à sa vitesse de groupe, qui est la vitesse à laquelle les changements d'amplitude de l'onde (i.e son enveloppe) se propagent.

Elle est donnée par la relation:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

ω est la pulsation de l'onde.

k est le nombre d'onde.

La vitesse de groupe est généralement présentée comme la vitesse à laquelle l'énergie ou l'information est transportée par une onde.

Dans le cas de la lumière, la vitesse de phase et la vitesse de groupe sont liées par la relation:

$$v_g v_\varphi = c^2$$

Avec c la vitesse de la lumière dans le vide.

La fonction $\omega(k)$ qui décrit l'évolution de ω en fonction de k est appelée relation de dispersion. Si ω est directement proportionnelle à k , alors la vitesse de phase est égale à la vitesse de groupe. Dans le cas contraire, l'enveloppe de l'onde se déformera au fur et à mesure de la propagation.

Équation de dispersion

Voici d'abord quelques exemples pour se fixer les idées:

1. Lorsqu'on résout *les équations de Maxwell* dans le vide pour une onde électromagnétique plane infinie, on obtient facilement la relation dite <<**de dispersion**>> qui relie la pulsation ω et le vecteur d'onde k :

$$\omega = ck \tag{1.1}$$

Comme la vitesse de la lumière c est une constante ($3 \times 10^8 \text{ms}^{-1}$), cette relation est linéaire.

2. De même, pour une onde acoustique dans l'air (le son), de fréquence audible ($20 < \nu < 20000\text{Hz}$), la vitesse du son ne dépend pas de la fréquence (ou de la pulsation) et l'équation de dispersion s'écrit:

$$\omega = v_g k \tag{1.2}$$

Où v_g est la vitesse du son, constante ($\simeq 300\text{ms}^{-1}$).

Dans les deux cas, le milieu est dit <<**non-dispersif**>>.

En revanche, dans d'autres milieux, l'équation de dispersion n'est pas linéaire:

Ces milieux sont dits <<**dispersif**>>. Exemples:

1. Une onde électromagnétique se propageant dans l'ionosphère considérée comme un plasma dilué se couple au mouvement des charges électriques et suit l'équation de dispersion:

$$\omega = \sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2} \tag{1.3}$$

Où ω_p est une constante: la <<pulsation plasma>>.

2. En optique, dès que l'indice de réfraction n d'un milieu dépend de la pulsation (ou de la longueur d'onde, ou de vecteur d'onde) le milieu est dispersif.

Où l'équation de dispersion est la suivante:

$$\omega = v_\varphi k = \frac{c}{n(k)}k \quad (1.4)$$

ne peut plus être considérée comme linéaire.

Il existe de nombreux autres exemples.

On déduit que:

1) Si le milieu est non-dispersif, c-à-d la relation de dispersion $\omega = v_\varphi k$ est linéaire (la courbe de dispersion: $\omega = \omega(k)$ est une droite) d'où v_φ est une constante. Donc, $\partial\omega/\partial k = v_g = v_\varphi$ dans ce cas il n'y a pas de différence entre vitesse de phase et vitesse de groupe.

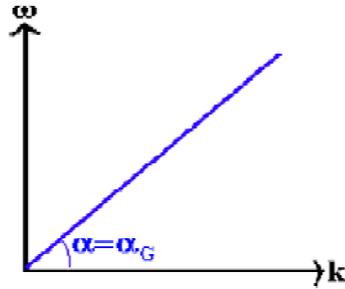


Figure 1.1: La courbe de dispersion dans un milieu non dispersif.

2) En revanche, dans un milieu dispersif, ces vitesses sont différentes (la courbe de dispersion $\omega = \omega(k)$ n'est pas une droite).

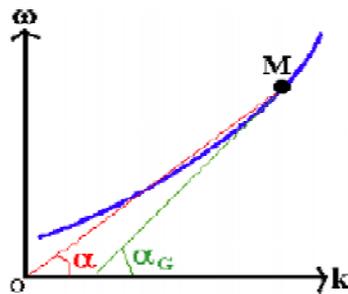


Figure 1.2: La courbe de dispersion dans un milieu dispersif.

Ces propriétés sont remarquables dans l'étude de la propagation d'*un paquet d'onde*: c'est, par définition, une superposition de plusieurs ondes sinusoïdales de différentes longueurs d'onde.

Remarque:

Dans un milieu non-dispersif, comme $v_g = v_\varphi$, la vitesse du paquet d'ondes est la même que les ondes sinusoïdales qui le composent.

Dans un milieu dispersif, le paquet d'ondes ne va pas à la même vitesse que les ondes qui le composent

1.2.2 Propagation d'une onde dans un milieu dispersif

Un signal physique, d'énergie finie, se décompose comme une somme de signaux harmoniques [2], on parle alors de «*paquet d'ondes*». Ainsi on va pouvoir écrire:

$$A(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(\omega) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk$$

La figure ci-dessous représente, à $t = 0$, un «paquet» de trois ondes harmoniques de pulsations voisines en fonction de x . On voit très simplement se dessiner une enveloppe.

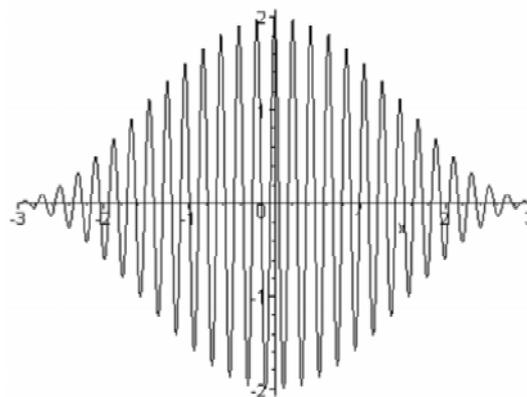


Figure 1.3: Enveloppe d'un paquet d'ondes.

Pour propager une onde dans un milieu dispersif, on commence par la décomposer en une somme d'ondes harmoniques au temps $t = 0$, puis on propage chaque composante harmonique avec sa propre vitesse de phase enfin on reconstruit l'onde en sommant ses composantes harmoniques au temps t souhaitée.

On note en général, une déformation du «*paquet d'ondes*» car les composantes harmoniques ne se somment pas de la même manière au cours du temps: cela se manifeste souvent par un étalement spatial du «*paquet d'ondes*».

La figure ci dessous illustre la propagation d'un paquet d'ondes:

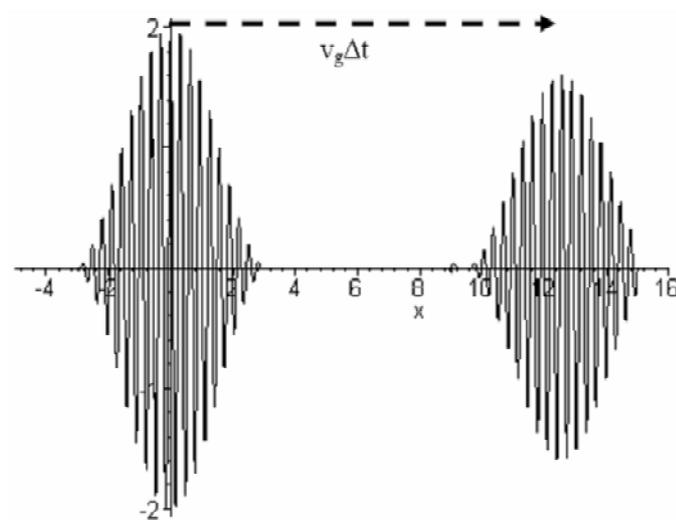


Figure 1.4: Propagation du paquet d'ondes.

En effet, lorsqu'une onde se propage dans un milieu dispersif, les diverses composantes fréquentielles de l'onde se propagent à des vitesses différentes, créant un étalement temporel de l'onde à l'arrivée. On parle alors de dispersion de vitesse de groupe «**Group Velocity Dispersion**»(GVD) [3] ou dispersion chromatique.

1.3 Dispersion chromatique

La dispersion chromatique est exprimée en $ps/(nm \cdot km)$ elle caractérise l'étalement du signal lié à sa largeur spectrale (deux longueurs d'ondes différentes ne se propagent pas exactement à la même vitesse). Cette dispersion dépend de la longueur d'onde considérée et résulte de la somme de deux effets: la dispersion propre au matériau, et la dispersion du guide.

Dispersion due au matériau: Le phénomène de dispersion résulte d'une sensibilité du milieu à la fréquence de l'onde au niveau microscopique.

Dispersion due au guidage: Ce cas de dispersion résulte de la nature ondulatoire de l'onde et du désir de confiner l'onde dans un volume restreint de façon à imposer à l'onde une direction de propagation.

1.3.1 Le délai entre différentes longueurs d'onde dans un milieu dispersif

Une onde électromagnétique se propage à une vitesse de phase donnée par:

$$v_{\varphi} = \frac{\omega}{k}$$

Où

$$k = n \frac{\omega}{c}$$

Qui ne correspond pas à la vitesse de transmission du signal. En effet, un signal superposé à une onde se propage à une vitesse de groupe qui est définie par:

$$v_g = \frac{1}{dk/d\omega} \tag{1.5}$$

Dans un milieu dispersif, où l'indice de réfraction est fonction de la fréquence, la vitesse de groupe n'est pas égale à la vitesse de phase (c/n) mais elle devient:

$$v_g = \frac{1}{dk/d\omega} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (1.6)$$

La vitesse à laquelle se propage l'information (vitesse de groupe) est donc différente pour chaque longueur d'onde, ce qui entraîne une déformation temporelle de l'impulsion.

En optique, la vitesse de groupe est généralement exprimée en fonction de la longueur d'onde.

En utilisant la relation:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \text{ et } \frac{dn}{d\omega} = \frac{dn}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\omega}$$

On trouve l'expression finale pour la vitesse de groupe:

$$v_g = \frac{c}{n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}} = \frac{c}{N_g} \quad (1.7)$$

Où:

$$N_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \quad (1.8)$$

Est l'indice de groupe caractérisant la propagation dans un milieu dispersif (notons que pour un milieu non dispersif, $N_g = n$).

Un signal lumineux parcourt, dans un milieu une distance L en un temps t qui est donné par:

$$t = \frac{L}{v_g} = \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \frac{L}{c} = \frac{N_g L}{c} \quad (1.9)$$

Les sources utilisées ne sont pas monochromatiques: elles ont une largeur spectrale $\Delta\lambda$ (qui est définie comme la largeur à mi-hauteur) par rapport à la longueur centrale λ_0 qui fait qu'une impulsion s'élargit lorsqu'elle se propage dans un milieu dispersif .

Le délai Δt entre deux longueurs d'onde séparées par $\Delta\lambda$ est:

$$\Delta t = \left| t \left(\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) - t \left(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \right| \quad (1.10)$$

En termes de l'indice de groupe N_g , cet élargissement s'exprime comme:

$$\Delta t = \frac{L}{c} \left| N_g \left(\lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} \right) - N_g \left(\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2} \right) \right| \quad (1.11)$$

Pour des petites valeurs de Δt , ce résultat devient:

$$\Delta t = \left| \frac{L}{c} \Delta\lambda \left(\frac{dN_g}{d\lambda} \right)_{\lambda=\lambda_0} \right| \quad (1.12)$$

Puisque:

$$\frac{dN_g}{d\lambda} = -\lambda \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (1.13)$$

Cette élargissement devient:

$$\Delta t = \left| \frac{L}{c} \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda_0} \quad (1.14)$$

Posant

$$\Delta t = \frac{L}{c} |\gamma_s \gamma_m| \quad (1.15)$$

Où γ_s est la largeur spectrale relative générée par la source qui est défini par:

$$\gamma_s = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right)_{\lambda=\lambda_0} \quad (1.16)$$

Pour une impulsion gaussienne, cette largeur sera donnée par:

$$\gamma_s = \frac{0.44\lambda}{cT_0} \quad (1.17)$$

Où T_0 est la largeur totale à mi-hauteur en intensité.

Et γ_m le coefficient de dispersion chromatique du matériau:

$$\gamma_m = \left(\lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \right)_{\lambda=\lambda_0} \quad (1.18)$$

1.3.2 Les paramètres de dispersion

Mathématiquement, la dispersion apparaît dans le développement en série de Taylor de la constante de propagation k autour de la pulsation ω_0 centrale de l'impulsion [4]:

$$k(\omega) = \beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + (\omega - \omega_0) \beta_1 + \frac{1}{2} (\omega - \omega_0)^2 \beta_2 + \frac{1}{6} (\omega - \omega_0)^3 \beta_3 + \frac{1}{24} (\omega - \omega_0)^4 \beta_4 \quad (1.19)$$

Avec $\beta_0 = n(\omega_0) \frac{\omega_0}{c}$ est la constante de propagation où $n(\omega_0)$ est l'indice de réfraction à ω_0 .

β_1 est l'inverse de la vitesse de groupe de l'onde.

$$\beta_1 = \left[\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right]_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \text{ (s.m}^{-1}\text{)} \quad (1.20)$$

Le coefficient d'ordre 2, β_2 caractérise la dispersion de la vitesse de groupe:

$$\beta_2 = \left[\frac{\partial^2 \beta}{\partial \omega^2} \right]_{\omega=\omega_0} = \frac{\omega}{c} \frac{d^2 n}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \text{ (ps}^2\text{/km)} \quad (1.21)$$

β_3 et β_4 sont les coefficients de dispersion d'ordres supérieurs 3 et 4, non négligeables lorsque le coefficient de dispersion β_2 devient petit.

En pratique, on préfère se référer à un paramètre de dispersion chromatique D .

Le paramètre de dispersion D chromatique

Le paramètre de dispersion $D(\lambda)$ d'un milieu est proportionnel à la longueur d'onde et à l'accélération du changement de l'indice de réfraction lorsque la longueur d'onde varie dans ce milieu, il est exprimé en picosecondes par kilomètres et par nanomètres de largeur spectrale de l'impulsion.

$$D(\lambda) = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (\text{ps.nm}^{-1}.\text{km}^{-1}) \quad (1.22)$$

Il représente l'élargissement temporel subi par un signal lors de sa propagation dans un milieu dispersif.

S'il est négatif, le milieu est dit: posséder une dispersion normale ou positive.

Lorsque un signal est transmis dans un milieu de dispersion normale, les composantes de hautes fréquences <<voyagent>>plus lentement que les composantes de basses fréquences et la signal devient <<chirpé positivement>>(voir figure 1.5.a) augmentant en fréquences avec le temps. Dans le cas contraire (figure 1.5.b) où le paramètre de dispersion est positif, le milieu possède une dispersion anormale et le signal devient <<négativement chirpé>>(i.e diminue de fréquences avec le temps).

Si, enfin ce paramètre est nul, le milieu est non-dispersif et toutes les composantes fréquentielles du signal voyagent à une même vitesse à travers ce milieu [3].



Figure 1.5.a: Impulsion à dispersion normale. Figure 1.5.b: Impulsion à dispersion anormale.

1.4 Problématique

Notre problème consiste à l'étude de la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif de vecteur d'onde $\beta(\omega)$, où l'impulsion est caractérisée au moyen de son enveloppe $A(t)$ selon:

$$E(t, z) = A(t, z) e^{j[\omega_0 t - \beta_0 z]}$$

Où ω_0 est la fréquence de la porteuse initiale et β_0 est le vecteur d'onde à cette fréquence.

Notre étude se fait sur deux étapes:

- En considérant en premier temps que le milieu est dispersif et linéaire, où on va essayer de voir l'évolution de l'impulsion dans ce milieu.
- En suite, on suppose que notre milieu est dispersif et non linéaire du fait que dans la réalité la plupart des milieux représentent une non linéarité.

Dans ce cas la modélisation de la propagation d'une impulsion optique dans un milieu non linéaire est régi par une équation différentielle non linéaire connue sous le nom équation de **Schrödinger non linéaire** que l'on résout habituellement par des méthodes numériques.

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = j \gamma |A|^2 A$$

Où z est la distance de propagation, t le temps "retardé" (pour tenir compte de la vitesse de propagation), $A(z, t)$ est l'enveloppe complexe du champ optique, α l'atténuation linéique, β_2 est lié à la dispersion chromatique D et γ est le coefficient d'effet **Kerr** non linéaire.

Notre but est de:

- 1)- Résoudre le problème d'élargissement établi par le phénomène de dispersion.
- 2)- Chercher une solution d'équilibre stable qui permet de compenser les effets de

dispersion et de non linéarité.

DEUXIEME CHAPITRE

L'étude et modélisation de la propagation

D'une impulsion dans un milieu dispersif

Chapitre 2

L'étude et modélisation de la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudierons la propagation d'une impulsion lumineuse dans un milieu dispersif et linéaire, et plus tard, dans un milieu dispersif et non linéaire.

2.2 Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif et linéaire

On sait qu'une onde plane uniforme qui se propage dans un milieu dispersif est caractérisée par un vecteur d'onde $\beta(\omega)$.

$$E(\omega, z) = E(\omega, 0) e^{-j\beta(\omega) z} \quad (2.1)$$

Afin d'évaluer la propagation d'une impulsion qui contient tout un spectre de fréquences, il faut appliquer la loi de propagation (2.1) à chaque fréquences et par la suite reconstruire l'impulsion à partir du spectre des fréquences. Pour cela on utilise la transformée de **Fourier** [6], qui est l'outil nécessaire pour la conversion temps versus fréquence.

La figure 2.1 illustre schématiquement le processus suivi:

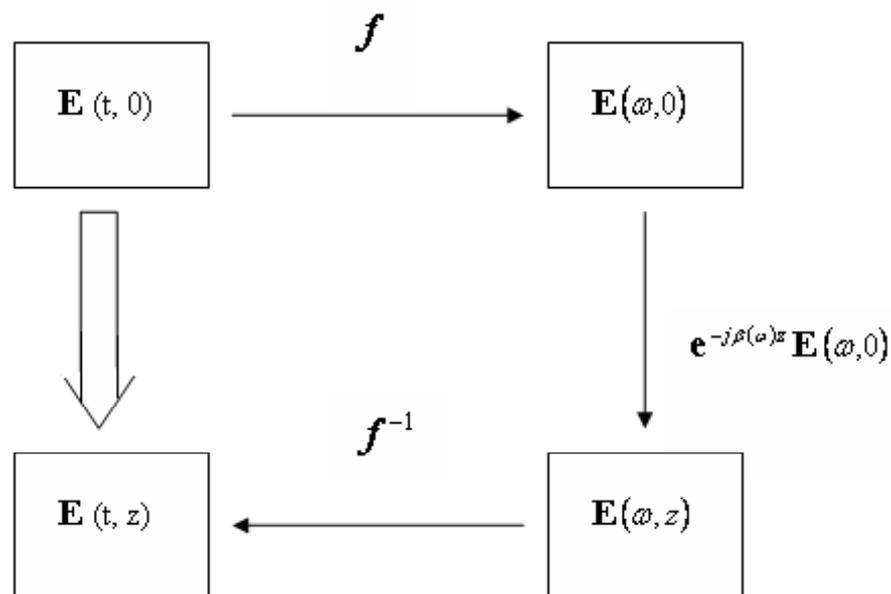


Figure 2.1: Propagation dans un milieu dispersif.

D'abord, l'impulsion d'entrée (c'est à dire $z = 0$) subit une première transformée de **Fourier** (f) qui nous donne son spectre initial $E(\omega, 0)$. Ensuite chacune des fréquences du spectre est propagée comme une onde plane dans ce milieu dispersif $\beta(\omega)$ en appliquant la loi de propagation (2.1).

Enfin, le nouveau spectre obtenu $E(\omega, z)$ est converti en une impulsion modifiée $E(t, z)$ au moyen de la transformée de **Fourier** inverse (f^{-1}).

Ces diverses transformations s'écrivent successivement comme suit:

$$E(\omega, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(t, 0) e^{-j\omega t} dt \quad (2.2)$$

$$E(\omega, z) = E(\omega, 0) e^{-j\beta(\omega)z} \quad (2.3)$$

$$E(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.4)$$

En général, une impulsion optique est caractérisée au moyen de son enveloppe $A(t)$ selon:

$$E(t, z) = A(t, z) e^{j[\omega_0 t - \beta_0 z]} \quad (2.5)$$

Où ω_0 est la fréquence de la porteuse initiale et β_0 le vecteur d'onde à cette fréquence.

Après avoir introduit les équations (2.2) et (2.3) dans (2.4), on obtient:

$$A(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t_0, 0) e^{j[(t_0-t)(\omega_0-\omega)]} e^{-jz(\beta(\omega)-\beta_0)} d\omega dt_0 \quad (2.6)$$

Où $A(t_0, 0)$ représente la forme de l'enveloppe de l'impulsion initiale.

A partir de cette intégrale nous pourrions déterminer l'évolution d'une impulsion dans un milieu dispersif lorsque la relation de dispersion $\beta(\omega)$ sera connue.

Cependant nous pouvons poursuivre le développement mathématique de façon général (c'est à dire sans spécifier le milieu) en utilisant l'expansion de $\beta(\omega)$ en série de Taylor:

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 \quad (2.7)$$

L'équation (2.6) devient, alors:

$$A(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t_0, 0) e^{[-j((t_0-t)+\beta_1 z)(\omega_0-\omega)]} e^{-jz\frac{\beta_2}{2}(\omega-\omega_0)^2} d\omega dt_0 \quad (2.8)$$

En utilisant la relation:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-p^2 x^2 + qx} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{p} e^{\frac{q^2}{4p^2}} \quad (2.9)$$

On trouve:

$$A(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi j \beta_2 z}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t_0, 0) e^{j \left[\frac{(t - \beta_1 z - t_0)^2}{2\beta_2 z} \right]} dt_0 \quad (2.10)$$

On note que le centre de l'impulsion se propage à la vitesse de groupe:

$$v_g = \frac{1}{\beta_1} \quad (2.11)$$

On définit alors une variable temporelle locale

$$\tau = t - \frac{z}{v_g} \quad (2.12)$$

Notre équation de propagation devient

$$A(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi j \beta_2 z}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t_0, 0) e^{j \left[\frac{(\tau - \tau_0)^2}{2\beta_2 z} \right]} d\tau_0 \quad (2.13)$$

Cette dernière équation nous donne le changement de la forme de l'impulsion autour de son centre ($\tau = 0$), lorsqu'elle se propage dans un milieu dispersif.

Afin de bien visualiser la déformation d'une impulsion dans un milieu dispersif, nous considérerons l'exemple d'une impulsion gaussienne.

2.2.1 Propagation d'une impulsion gaussienne:

À titre d'exemple, nous allons considérer de plus près la propagation d'une impulsion gaussienne dans un milieu dispersif.

Soit une impulsion gaussienne donnée à $z = 0$.

$$E(t, 0) = A(t, 0) e^{j\omega_0 t} \quad (2.14)$$

Où $A(t, 0)$ est donnée par l'expression suivante:

$$A(t, 0) = A_0 e^{-\alpha_0 t^2} \quad (2.15)$$

Où le paramètre α_0 est relié à la largeur totale à mi-hauteur de l'impulsion T_0 (en intensité) par la relation suivante:

$$T_0^2 = \frac{2 \ln 2}{\alpha_0}$$

En remplaçant la valeur de $A(t, 0)$ donnée ci-dessus dans l'équation (2.13) et en utilisant l'intégrale précédente (2.9), nous obtenons:

$$A(\tau, z) = A_0 \frac{e^{\left[\frac{-\alpha_0 \tau^2}{1 + 2j\alpha_0 \beta_2 z} \right]}}{\sqrt{1 + 2j\alpha_0 \beta_2 z}} \quad (2.16)$$

Peut s'écrire aussi sous la forme de parties imaginaires et réelles:

$$A(\tau, z) = \frac{A_0}{[1 + (2\alpha_0 \beta_2 z)^2]^{1/4}} \exp \left[\frac{-\alpha_0 \tau^2}{1 + (2\alpha_0 \beta_2 z)^2} \right] \exp \left[\frac{j 2\alpha_0^2 \beta_2 z \tau^2}{1 + (2\alpha_0 \beta_2 z)^2} \right] \exp \left[-\frac{j}{2} \arctan(2\alpha_0 \beta_2 z) \right] \quad (2.17)$$

Donc à partir de cette équation on peut tracer l'évolution de l'enveloppe $S(\tau, z)$ pour diverses valeurs de z .

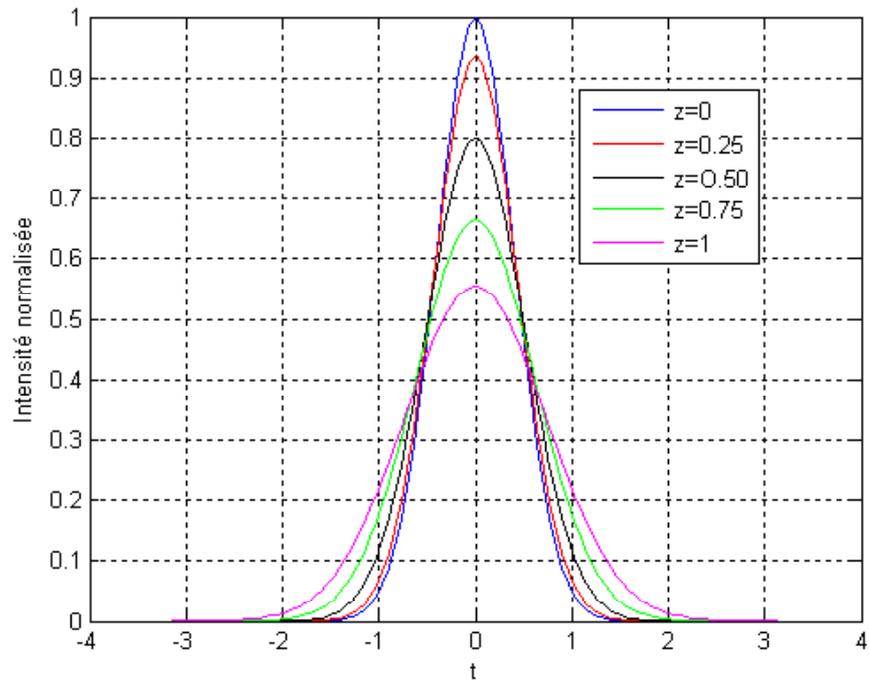


Figure 2.2: Propagation d'une impulsion gaussienne dans un milieu dispersif, pour diverses valeurs de z .

La figure 2.2, montre que plus la distance de propagation de l'impulsion augmente plus l'impulsion s'élargit et cela est plus claire sur la vue tridimensionnelle (figure 2.3).

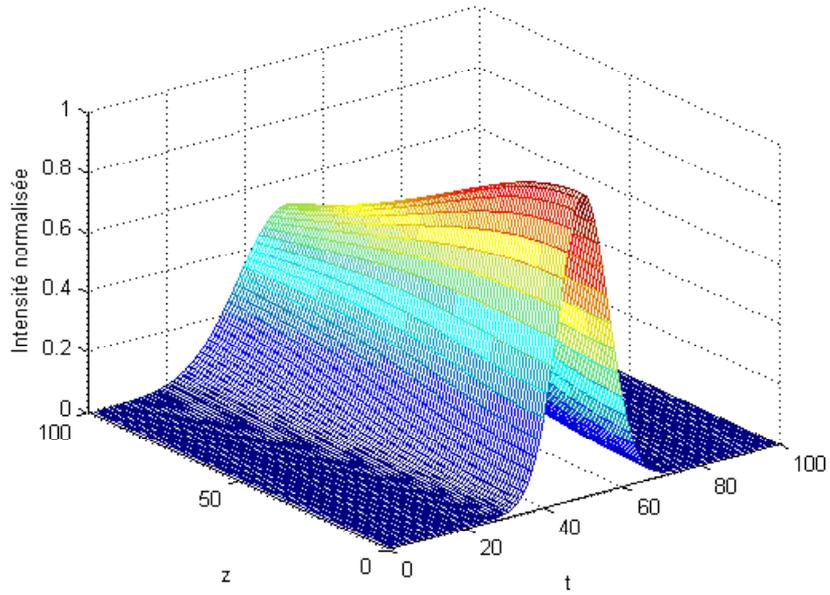


Figure 2.3: Propagation d'une impulsion gaussienne dans un milieu dispersif, vue tridimensionnelle

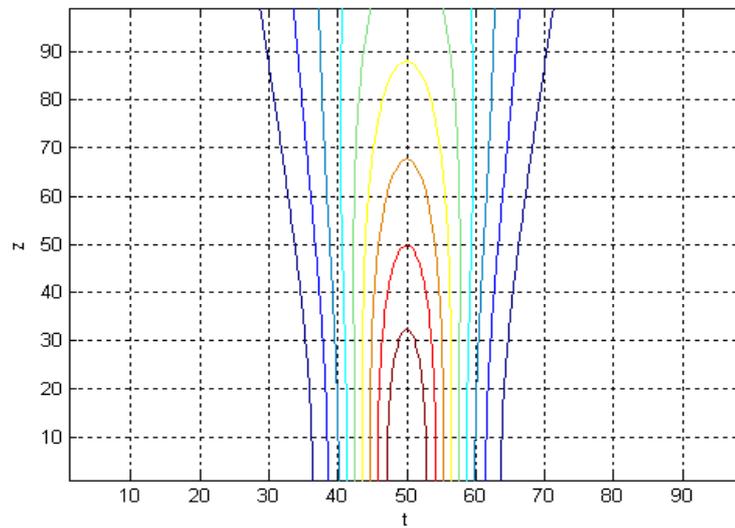


Figure 2.4: L'élargissement d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans un milieu dispersif.

Lorsque qu'une impulsion lumineuse se propage dans un milieu dispersif et linéaire, la dispersion chromatique implique une différence de vitesse de propagation entre chaque composante par conséquent l'impulsion s'allonge au fur et à mesure qu'elle se propage et comme résultat: Au delà d'une certaine distance, une impulsion en vient à chevaucher l'impulsion précédente, provoquant ainsi une perte d'information ce qui n'est pas intéressant.

2.3 Propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif et non linéaire

Le travail précédant nous a montré que lorsque une impulsion est injectée dans un milieu dispersif et linéaire elle subisse toujours un élargissement, dans cette deuxième partie nous allons voir l'influence de la non linéarité sur le comportement des impulsions.

2.3.1 L'origine de la non linéarité

La réponse d'un milieu à la lumière qui le traverse devient non linéaire pour des champs électromagnétiques intense. Cette réponse non linéaire est du notamment aux mouvements non harmoniques des électrons du matériau de transmission sous l'influence de l'onde qui le traverse.

Selon la structure du matériau et la forme du champ électrique, le matériau pourra donner lieu à un certain nombre d'effets non linéaire, caractérisés par des susceptibilités optiques non linéaires, et selon l'ordre de ces susceptibilités, on classes ces effets non linéaires.

Par exemple, la susceptibilité d'ordre 2, responsable des effets NL d'ordre2 comme les générations de seconde harmonique, de somme de fréquences, et d'oscillation paramétrique.

La susceptibilité d'ordre 3, est dans ce cas responsable des effets NL d'ordre3, la génération de troisième harmonique, du mélange à quatre ondes, les diffusions inélastiques **Raman** et **Brillouin**, et la réfraction NL.

Cette réfraction non linéaire est un phénomène dû à la dépendance de l'indice de réfraction par rapport à l'intensité du champ qui traverse le milieu, cette variation est connue sous le nom d'**effet Kerr** optique.

L'effet Kerr

Découvert en 1875 par le physicien écossais *John Kerr*, l'**effet Kerr** est une biréfringence dans un matériau par un champ électrique extérieur. Cela se caractérise par l'existence de deux indices de réfraction différentes: un rayon lumineux est séparé en deux rayons lorsqu'il entre dans ce matériau. La biréfringence créée, contrairement à l'**effet Pockels**, varie selon le carré du champ électrique appliqué, c'est à dire selon son intensité. Cet effet non linéaire se caractérise par la relation de constitution suivante [6]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} + \varepsilon_2 \left| \vec{E} \right|^2 \vec{E} \quad (2.18)$$

En optique non linéaire, on préfère écrire cette relation sous la forme d'un indice de réfraction non linéaire.

Pour une impulsion optique à la fréquence de la porteuse ω_0 et une enveloppe $A(t)$, cette relation devient:

$$n_{NL} = n(\omega) + n_2 |A(t)|^2 \quad (2.19)$$

On a donc pour un milieu non linéaire dispersif, un indice qui s'écrit comme une somme d'une partie linéaire dispersive $n(\omega)$ et d'un terme non linéaire qui dépend de l'intensité du champ électrique $|A(t)|^2$.

Pour un milieu non linéaire dont l'indice est donné par l'équation (2.19), on obtient la relation de dispersion suivante:

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} [n(\omega) + n_2 |A(t)|^2] \quad (2.20)$$

On caractérise ce milieu non linéaire par l'approximation de dispersion:

$$\beta(\omega, |A(t)|^2) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \left. \frac{\partial \beta}{\partial |A(t)|^2} \right|_{\omega=\omega_0, |A(t)|^2=0} |A(t)|^2 \quad (2.21)$$

D'après l'équation (2.20), on a:

$$\left. \frac{\partial \beta}{\partial |A(t)|^2} \right|_{\omega=\omega_0, |A(t)|^2=0} = \frac{\omega_0}{c} n_2 \quad (2.22)$$

Donc notre relation de dispersion devient:

$$\beta(\omega, |A(t)|^2) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\omega_0}{c} n_2 |A(t)|^2 \quad (2.23)$$

La relation (2.1) obéit à l'équation différentielle suivante:

$$j \frac{\partial E(\omega, z)}{\partial z} = \beta(\omega) E(\omega, z) \quad (2.24)$$

D'après l'équation (2.23), on aura:

$$j \frac{\partial E(\omega, z)}{\partial z} = \left[\beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\omega_0}{c} n_2 |A(t)|^2 \right] E(\omega) \quad (2.25)$$

On cherche maintenant une équation différentielle pour la forme temporelle de l'impulsion.

On prend donc la transformée de **Fourier** inverse de l'équation (2.24), c'est à dire:

$$\frac{j}{\sqrt{2\pi}} \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega = -\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\beta_0 + \beta_1 (\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2} (\omega - \omega_0)^2 + \frac{\omega_0}{c} n_2 |A(t)|^2 \right] E(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.26)$$

On se rappelle que:

$$E(t, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\frac{\partial E(t, z)}{\partial t} = -\frac{j}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega E(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\frac{\partial^2 E(t, z)}{\partial t^2} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 E(\omega, z) e^{j\omega t} d\omega$$

On trouve alors que l'équation (2.25) peut être écrite comme:

$$j \frac{\partial E(t, z)}{\partial z} = \left[\beta_0 - \beta_1 \omega_0 + \frac{\beta_2}{2} \omega_0^2 + \frac{\omega_0}{c} n_2 |S(t)|^2 \right] E(t, z) + j(\beta_2 \omega_0 - \beta_1) \frac{\partial E(t, z)}{\partial t} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 E(t, z)}{\partial t^2} \quad (2.27)$$

Comme, on a vu que l'enveloppe de l'impulsion est reliée à $E(t, z)$ par l'équation (2.5), en utilisant cette relation dans l'équation (2.26), on trouve l'expression de l'équation

différentielle pour l'enveloppe:

$$\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(t, z)}{\partial t^2} + j \left[\frac{\partial A(t, z)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A(t, z)}{\partial t} \right] - \frac{\omega_0}{c} n_2 |A(t)|^2 A(t, z) = 0 \quad (2.28)$$

Après un changement de variable:

$$\tau = t - \frac{z}{v_g} \text{ et } v_g = \frac{1}{\beta_1}$$

Cette équation différentielle devient:

$$\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(\tau, z)}{\partial \tau^2} + j \frac{\partial A(\tau, z)}{\partial z} - \frac{\omega_0}{c} n_2 |A(\tau, z)|^2 A(\tau, z) = 0 \quad (2.29)$$

En optique non linéaire, cette équation non linéaire est connue sous le nom d'équation de **Schrödinger non linéaire NLSE**. En effet, cette équation pour le cas linéaire c'est à dire ($n_2 = 0$) est la même que l'équation de **Schrödinger**:

$$\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(\tau, z)}{\partial \tau^2} + j \frac{\partial A(\tau, z)}{\partial z} = 0 \quad (2.30)$$

La propagation d'une impulsion optique dans un milieu dispersif et non linéaire est modélisée par cette équation différentielle non linéaire que l'on résout habituellement par des méthodes numériques.

Cette équation de **Schrödinger non linéaire** prend en compte:

- 1- La dispersion chromatique β_2 d'ordre deux.
- 2- L'automodulation de phase induite par l'**effet Kerr**, définie par $|A|^2 A$.

L'automodulation de phase

L'automodulation de phase **SPM** des impulsions lumineuses est une des premières manifestations de l'**effet Kerr** optique dans les milieux non linéaires. La dépendance quasi-instantanée (réponse électronique) en intensité lumineuse de l'indice de réfraction conduit l'impulsion optique à moduler sa propre phase suivant son profil temporel en intensité $I(t)$.

2.3.2 Le Soliton: solution de l'équation de Schrödinger non linéaire

Soit l'enveloppe du type onde solitaire:

$$A(\tau, z) = e^{j\Gamma z} F(\tau)$$

L'équation (2.29) devient donc:

$$\frac{\beta_2}{2} e^{j\Gamma z} \frac{\partial^2 F}{\partial \tau^2} + j^2 \Gamma e^{j\Gamma z} F - \frac{\omega_0}{c} n_2 |F|^2 e^{j\Gamma z} F = 0 \quad (2.31)$$

L'équation différentielle pour F devient alors:

$$\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial \tau^2} - \Gamma F - \frac{\omega_0}{c} n_2 |F|^2 F = 0 \quad (2.32)$$

Cette équation peut avoir comme solution une sécante hyperbolique:

$$F(\tau) = A_1 \operatorname{sech}(\alpha\tau)$$

Où:

$$\Gamma = \frac{\beta_2 \alpha^2}{2} \text{ et } |A_1|^2 = -\frac{\beta_2 \alpha^2}{\frac{\omega_0}{c} n_2}$$

Ceci n'est possible que si β_2 et n_2 sont de signe opposé.

Par exemple, pour le verre n_2 est positif, cette solution ne sera possible que dans la région anormale ($\beta_2 < 0$).

Cette onde solitaire est en effet un Soliton optique suite à certaines propriétés mathématiques.

Pour faciliter l'analyse, il est d'usage d'introduire une notation normalisée; pour cela on définit un temps τ normalisé donné par:

$$t = \alpha \tau = \frac{\tau}{T}$$

Ainsi une distance de propagation normalisée x :

$$x = \frac{\beta_2 z}{T^2}$$

Où T représente la largeur type de l'impulsion.

Et enfin, on normalise l'enveloppe de l'impulsion A avec l'amplitude A_1 de la solution soliton.

$$V(t, x) = \frac{A(\tau, z)}{A_1}$$

En introduisant ces nouvelles paramètres normalisés dans l'équation (2.29), on obtient l'équation différentielle de l'enveloppe normalisée:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial t^2} - j \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} + |V(t, x)|^2 V(t, x) = 0 \quad (2.33)$$

La solution fondamentale de cette dernière équation est la suivante:

$$V(t, x) = e^{j\frac{x}{2}} \operatorname{sech}(t)$$

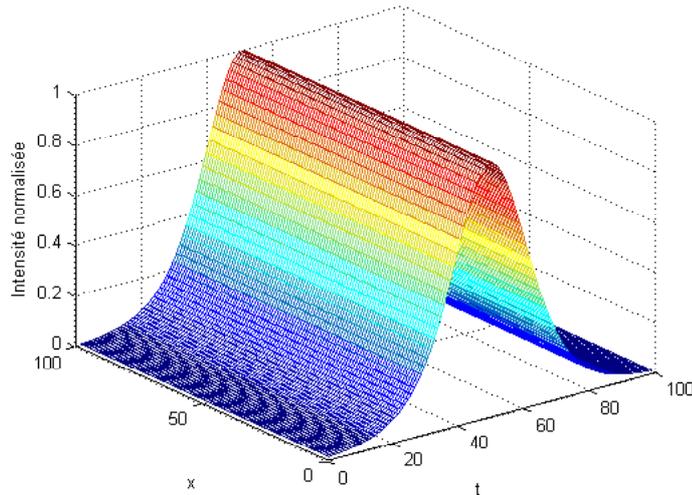


Figure 2.5: Propagation d'une impulsion Solitaire. C'est le Soliton Fondamental.

Nous remarquons d'après cette figure que l'impulsion solitaire se déplace dans ce milieu dispersif sans être déformée, elle ne subit aucune dispersion lors de sa propagation. Donc l'onde solitaire possède la merveilleuse propriété de se propager dans un milieu dispersif sans changer sa forme.

Le Soliton

L'onde solitaire ou Soliton est un type d'onde qui à la particularité de se propager sans se déformer dans un milieu dispersif, c'est à dire sans être affectée par la dispersion naturelle de toute onde linéaire sur une très longue distance. On en trouve dans de nombreux phénomènes physiques de même qu'ils sont la solution de nombreuses équations

différentielles non linéaires.

Le phénomène associé a été décrit pour la première fois par l'Écossais *John Scott Russell* [10] qui l'a observé initialement en se promenant le long d'un canal: il a suivi pendant plusieurs kilomètres une vague remontant le courant qui ne semblait pas vouloir faiblir. À la suite de cette observation, *Russell* réalisa expériences à l'aide d'un canal artificiel, convaincu qu'il était du caractère inconnu de ce phénomène.

Cette découverte avait entraîné une controverse dans le mode scientifique, la question étant de savoir si les équations de mécanique de fluides de l'époque possédaient de telles solutions tant il était admis que les ondes devaient disperser à long terme. Il n'existait en fait pas d'équation pour décrire de telles ondes. *Russell* découvrit donc une solution d'une équation encore inconnue! Plusieurs auteurs ont, à cette époque, contribué à comprendre ce phénomène mais ce sont *Korteweg et de Vries* [11] qui découvrirent en 1895 l'équation, non linéaire, dérivant la propagation d'ondes de grande longueur d'onde à la surface d'un canal étroit et peu profond. La controverse sera close quand il sera établi 70 ans plus tard par *Zabusky et Kruskal* que l'équation dite de «*Korteweg et de Vries*» (**KdV**) admet comme solutions des solitons dont celui de *Russell* [12].

Et en 1926, *Schrödinger* publiât quatre articles sur la quantification du champ en tant que problème aux valeurs propres, introduisant la fameuse équation qui porte aujourd'hui son nom. Cette équation est de première importance, non seulement en mécanique quantique mais aussi en optique non linéaire.

L'équation de **Schrödinger** décrit en effet en première approximation l'évolution non linéaire des enveloppes d'ondes, à la surface d'eau profonde mais aussi électromagnétiques, tandis que l'équation KdV décrit l'évolution des ondes en eau profonde [13].

En régime de dispersion anormale ($\beta_2 < 0$), les hautes fréquences sont plus rapides que les basses fréquences. En opposition, l'automodulation de phase induite par **effet Kerr** optique se traduit par la génération de basses (hautes) fréquences sur le devant (derrière) de l'impulsion. Ainsi, sous certaines conditions, un équilibre exact peut s'instaurer et **l'effet Kerr** maintient alors en phase les composantes fréquentielles qui se seraient

étalées par dispersion.

L'impulsion qui en résulte, est appelée **Soliton brillant fondamental**: elle correspond à une famille de solutions analytiques stationnaires de l'équation de **Schrödinger non linéaire**, mise en évidence pour la première fois par *Zakharov et Shabat* en 1972 [14]. Prédit pour les fibres optiques une année plus tard [15]. Ce soliton possède un profil en sécante hyperbolique et une phase plane.

En régime de dispersion normale ($\beta_2 > 0$), les hautes fréquences sont cette fois plus lentes que les basses fréquences. Pour compenser l'effet d'étalement linéaire de l'impulsion, il faut inverser le signe de la variation temporelle de la loi d'automodulation de phase. Ainsi, l'équilibre peut être satisfait.

L'impulsion qui en résulte dans ce cas est appelée **Soliton noir**: c'est une impulsion particulière qui possède deux fronts de phase planes de part et d'autre du creux, d'un profil de forme tangente hyperbolique, correspondant à un fond continu intense illimité présentant un creux d'énergie en son centre. La première observation expérimentale des solitons a eu lieu en 1987 [16]. En 1995, une ligne de transmission à longue distance basée sur les Solitons noirs à été démontré [17].

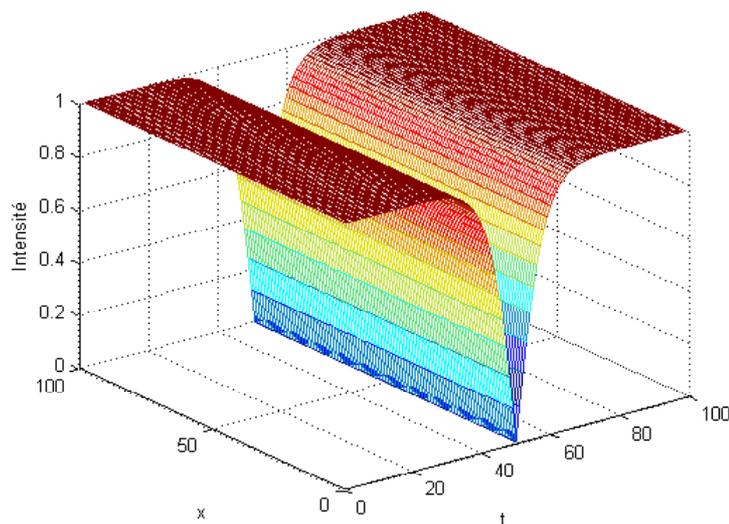


Figure 2.6: Le Soliton noir.

Il existe d'autre type de Soliton, c'est le soliton d'ordre élevé périodique, c'est à dire que nous avons une réplique du signal à des distances multiple d'une distance particulière appelé la période du Soliton

2.4 Conclusion

Cette étude, nous a montré qu'il existe un élargissement jusqu'à perte d'information lors de la propagation d'une impulsion lumineuse dans un milieu dispersif et linéaire, ce qui affecte la performance des systèmes de communications optiques.

Par contre dans le cas non linéaire, il y' a compensation de la dispersion par la non linéarité provoquée par **l'effet Kerr**, où il y' aura naissance d'une impulsion particulière qui a la merveilleuse propriété de se propager sans distorsion, c'est le **Soliton**.

TROISIEME CHAPITRE

Etude de la dispersion dans

Une fibre optique

Chapitre 3

Etude de la dispersion dans une fibre optique

3.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif l'étude de la dispersion dans une fibre optique. Pour cela nous allons présenter la structure de ce dispositif, ces différents types, enfin, étudie la dispersion chromatique, et de voir l'influence du choix de paramètre de dispersion β_2 et du milieu dispersif sur la propagation des impulsions lumineuse.

3.2 Les fibres optiques

3.2.1 Introduction

La fibre optique occupe de plus en plus de place dans les systèmes de communications optiques. En plus de son rôle de guidage, elle est à la base de la réalisation de plusieurs composants optiques comme les filtres, les réseaux de Bragg, les amplificateurs à fibre dopée à l'erbium et les coupleurs [14]. La lumière entre la fibre par un bout et sort de l'autre bout tel que rentré .C'est ce que nous croyons et aussi observons à première vue.

Malheureusement mais aussi heureusement, la situation n'est pas aussi simple que nous croyons. En effet, il se passe entre les deux bouts de la fibre des phénomènes aussi divers que complexes. D'un côté, ces phénomènes compliquent énormément l'utilisation de la fibre mais d'un autre côté ils sont à l'origine de plusieurs applications intéressantes, telles que les réseaux de Bragg et leurs intérêts dans les télécommunications à haut débit [3].

3.2.2 Définition d'une fibre optique

Une fibre optique est un fil transparent très fin qui a la propriété de conduire la lumière et sert dans les transmissions terrestres et océaniques de données. Cylindrique, elle est composée d'un coeur d'indice de réfraction n_1 de diamètre a , entourée d'une gaine d'indice n_2 , le tout enveloppé d'un revêtement de plastique (figure 3.1).

Le principe de guidage de la lumière dans une fibre optique est basée sur une suite de réflexions totales des rayons lumineux à l'interface coeur-gaine, condition qui sera respectée si n_1 est plus grand que n_2 .

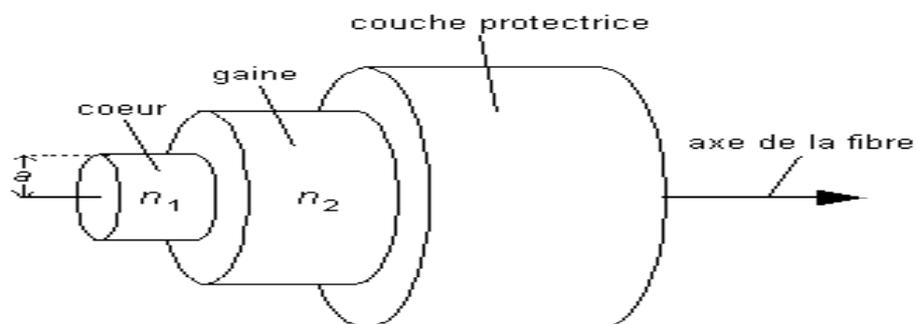


Figure 3.1: Schéma d'une fibre optique.

Pour composer une fibre, il est nécessaire d'avoir des matériaux avec la plus faible atténuation possible et de bonnes propriétés mécaniques. Il existe donc:

1. Les verres, qui possèdent de bonnes propriétés mécaniques, mais de trop grandes atténuations (de 40 à 50 dB par km). Ainsi, elles sont utilisées plutôt sur de courtes distances (en HI-FI par exemple).

2. Les liquides, ils ont des atténuations très faibles. On peut rencontrer des fibres à "curliquide" constituées par des liquides tels que l'hexachlorobutadiène ou encore le tétrachloroéthylène.

3. Le plastique, dont les avantages sont le prix et la facilité de pose. Les fibres en plastique sont utilisées surtout dans les réseaux locaux et dans le matériel grand public.

4. La silice, qui présente une absorption extrêmement faible pour les longueurs d'onde courantes, mais ses propriétés mécaniques sont médiocres. C'est avec cette sorte de fibre que l'on obtient les meilleurs résultats.

La silice est un composé oxygéné du silicium, de formule SiO_2 , présent dans un grand nombre de minéraux, tels que le quartz, la calcédoine et l'opale. La silice, est un matériau dispersif, c'est à dire que son indice de réfraction dépend de la longueur d'onde.

3.2.3 Différents types de fibres optiques

L'étude de la propagation dans un guide électromagnétique fait apparaître la notion de modes de propagation, quantifiée par les paramètres du guide. Dans le cas des fibres optiques, cette quantification conduit à une première classification: on distingue les fibres monomodes, dans lesquelles un seul mode de propagation est possible, et les fibres multimodes où plusieurs modes (quelques centaines ou milliers dans les fibres habituelles) peuvent coexister.

Cette classification peut être déterminée au moyen de la fréquence normalisée V qui est un des paramètres important d'une fibre optique, qu'on définit comme:

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Le terme $\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ représente l'ouverture numérique qui se traduit par l'angle maximale d'injection des faisceaux lumineux qui peuvent être guidés dans la fibre. λ est la longueur d'onde de la lumière, n_1 l'indice de coeur, n_2 l'indice de la gaine et a le diamètre de coeur.

Si $V \leq 2.405$, la fibre est monomode ou unimodale.

Si $V \geq 2.405$, la fibre est multimode, le nombre de modes se propageant dans le coeur est égal approximativement à $V^2/2$ [18].

Les fibres monomodes

Les fibres monomodes **SMF**, ont un coeur de 10 micromètres, ce qui permet un bon guidage du rayon lumineux et empêche les réflexions abusives et permet une bonne transmission dans la fibre. C'est ce type de fibre que l'on utilise pour des transmissions de données rapides et sur de grandes distances.

Les fibres multimodes

Les fibres multimodes, ont un coeur de diamètre plus important que les fibres monomodes. Le gros diamètre du coeur de la fibre empêche la bonne direction du rayon lumineux ce qui cause la réflexion du rayon lumineux sous plusieurs angles d'incidences. Cette fibre fut l'une des premières réalisations. Cette dernière classe de fibres a donné naissance à deux familles distinctes:

Les fibres dites à saut d'indice: Ce type de fibre possède un diamètre de coeur plus important (50 à 85 micromètres). La propagation de la lumière suit les lois de l'optique géométrique avec réflexion totale des rayons à l'interface entre les verres de coeur et de la gaine. Elle est efficace sur de courtes distances.

Les fibres dites à gradient d'indice: le diamètre du coeur varie entre 50 et 62.5 micromètres. L'indice de réfraction diminue progressivement du coeur jusqu'à l'interface de la gaine. La propagation est approximativement une onde sinusoïdale. Elle est la plus utilisée pour les moyennes distances, et notamment en informatique.

La figure suivante présente, la propagation de la lumière dans les trois familles de fibres les plus utilisées actuellement.

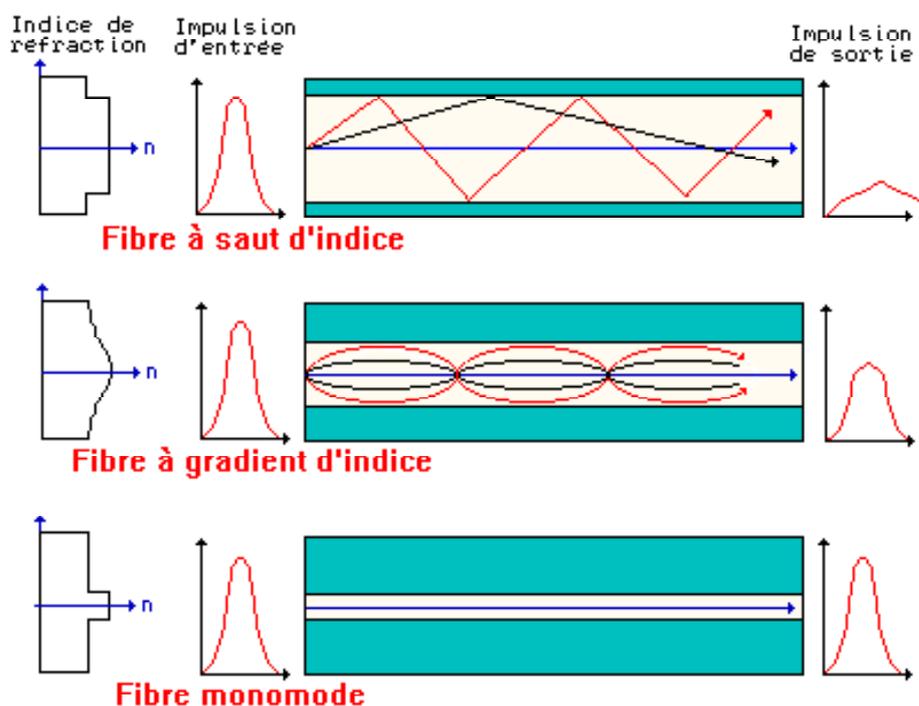


Figure 3.2: Propagation de la lumière dans les trois types de fibres

3.2.4 Atténuation dans la fibre optique

La puissance lumineuse est tout de même sensiblement diminuée au cours de la propagation dans une fibre. Cette perte de puissance est essentiellement due à l'absorption et aux diffusions Rayleigh, par les impuretés et par les micro-défauts de structure du matériau. Toutes ces pertes sont dépendantes de la longueur d'onde de la lumière se propageant

dans la fibre. Elles sont caractérisées par le coefficient d'atténuation α , déterminé à partir des puissances d'entrée P_E et de sortie P_S de la lumière se propageant dans une fibre de longueur L .

Ce coefficient s'exprime généralement en dB/km :

$$\alpha (dB/km) = -\frac{10}{L} \log \left[\frac{P_S}{P_E} \right]$$

Elle caractérise l'affaiblissement du signal au cours de la propagation.

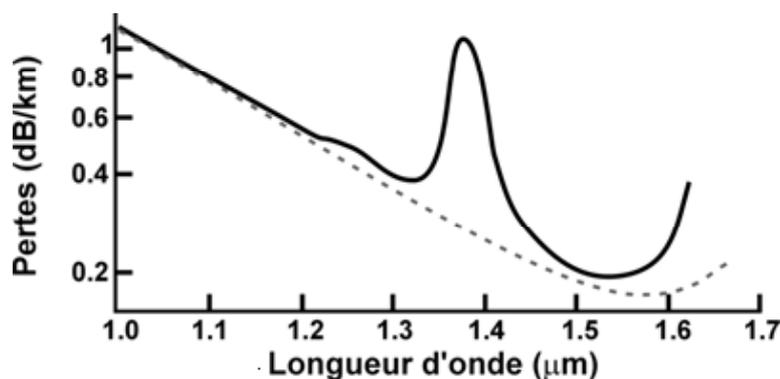


Figure 3.3: Atténuation dans une fibre optique

3.3 Dispersion chromatique dans une fibre optique

Les propriétés optiques d'un matériau diélectrique transparent comme la silice sont dépendantes de la fréquence optique du rayonnement qui le traverse. La dispersion chromatique ou dispersion de vitesse de groupe est la dépendance en pulsation de l'indice de réfraction linéaire $n(\omega)$, traduisant la présence des bandes de résonance de la silice dans l'ultraviolet et l'infrarouge lointain [4].

Loin des résonances du matériau, l'indice de réfraction peut s'exprimer à partir de l'équation de Sellmeier [15]:

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (3.1)$$

Avec $\omega = 2\pi c/\lambda$, donc notre équation peut s'écrire aussi sous la forme:

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_{Sj}\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_{Sj}^2} \text{ où } \lambda \text{ est en micromètres} \quad (3.2)$$

Pour la propagation de la lumière visible et proche infrarouge dans la silice, la solution de l'équation (3.2) par les mesures expérimentales de l'indice de réfraction pour $m = 3$ donne [16]:

$$B_{S1} = 0.69616630, B_{S2} = 0.40794260, B_{S3} = 0.89747940$$

$$\text{et } \lambda_{S1} = 0.06840430\mu m, \lambda_{S2} = 0.11624140\mu m, \lambda_{S3} = 9.896161\mu m$$

Pour le cas d'un verre de silice dopée au germanium tel que l'on en trouve dans les fibres optiques, l'indice de réfraction se calcule:

1. Par interpolation entre les indices des deux matériaux:

$$n = (1 - X)n_{SiO_2} + Xn_{GeO_2}, \text{ où } X \text{ est la fraction molaire de } GeO_2$$

2. Par interpolation des coefficients et paramètres de Sellmeier [17]:

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{j=1}^3 \frac{[B_{Sj} + X(B_{Gj} - B_{Sj})]\lambda^2}{\lambda^2 - [\lambda_{Sj} + X(\lambda_{Gj} - \lambda_{Sj})]^2} \quad (3.3)$$

Où X est la fraction molaire de GeO_2

$B_{Sj}, \lambda_{Sj}, B_{Gj}, \lambda_{Gj}$ sont respectivement les paramètres de la silice et du germanium.

Où:

$$B_{G1} = 0.80686642, B_{G2} = 0.71815848, B_{G3} = 0.85416831$$

et $\lambda_{G1} = 0.068972606\mu m, \lambda_{G2} = 0.15396605\mu m, \lambda_{G3} = 11.841931\mu m$

La figure 3.2: illustre la décroissance de l'indice de réfraction du verre de silice SiO_2 (en trait bleu) et de la silice dopée à l'oxyde de germanium GeO_2 (en trait rouge) en fonction de la longueur d'onde en utilisant les équations (3.2) et (3.3)

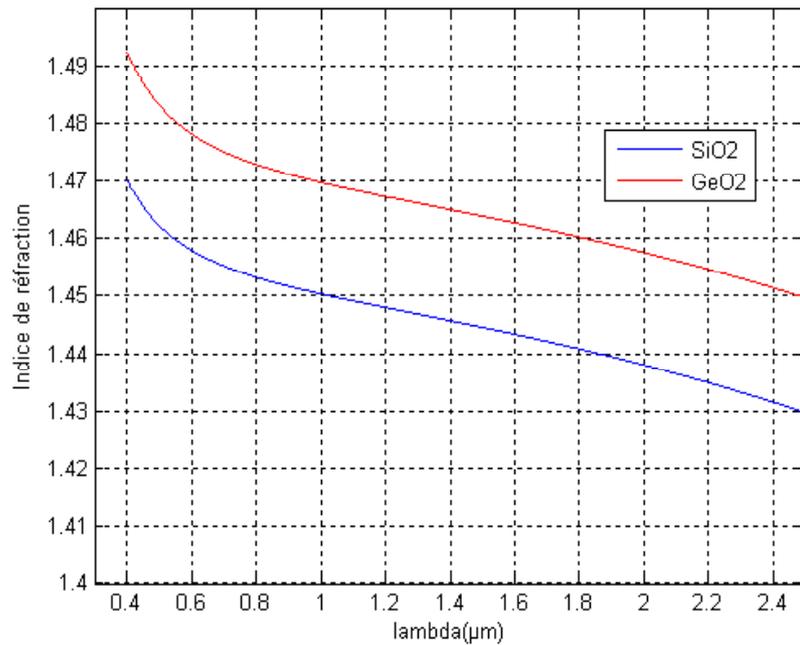


Figure 3.4: Indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde.

D'après ce graphe, on remarque que lorsque on dope la silice avec du germanium l'indice augmente, c'est pour cela que on utilise en particulier le germanium pour augmenter l'indice de réfraction du coeur de la fibre.

3.3.1 Les paramètres de dispersion

Les paramètres de dispersion d'un milieu dispersif sont β_2 et D respectivement dispersion de vitesse de groupe et paramètre de dispersion chromatique, reliés entre eux par la relation suivante (voir chapitre 1):

$$D(\lambda) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (ps.nm^{-1}.km^{-1})$$

Où

$$\beta_2 = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2} \quad (ps^2/km)$$

Connaissant l'indice de réfraction de la silice, et de la silice dopée au germanium donnée respectivement par les équations (3.2) et (3.3), nous pourrions déterminer la variation de ces deux paramètres de dispersion en fonction de la longueur d'onde.

Les figures (3.6), (3.7), (3.8) et (3.9) représentent la variation des paramètres de dispersion β_2 et D de la silice et de la silice dopée au germanium.

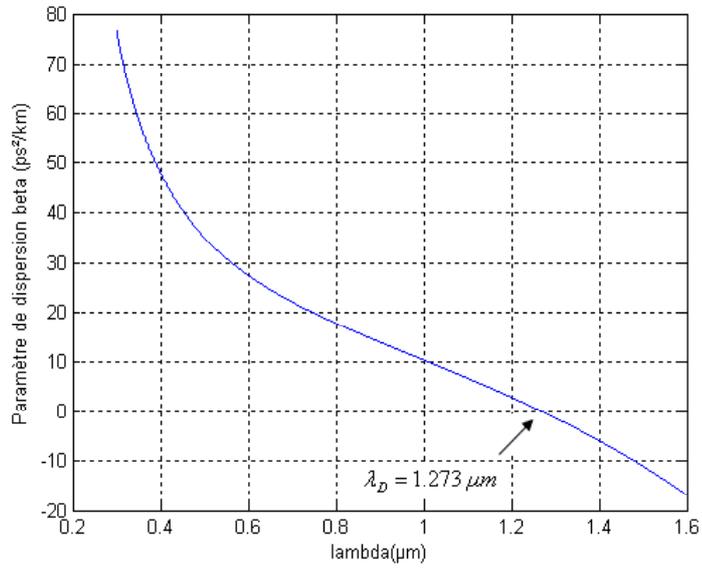


Figure 3.6: Paramètre de dispersion β_2 de la silice.

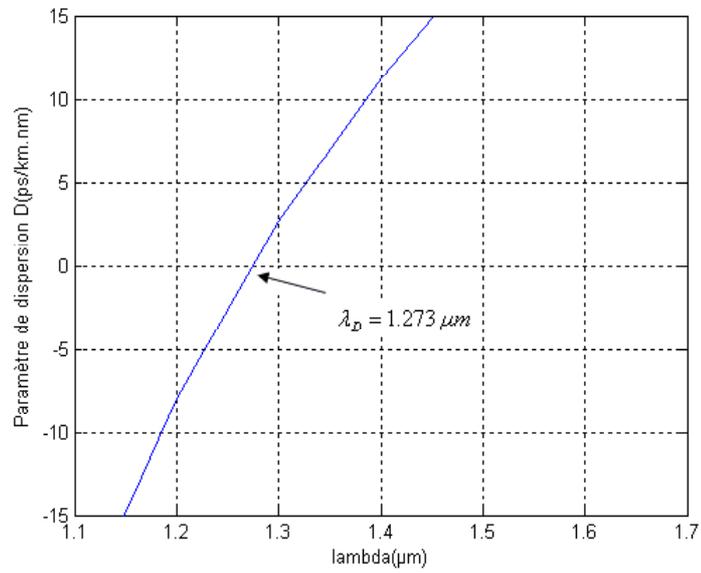


Figure 3.7: Paramètre de dispersion D d'une fibre optique en silice.

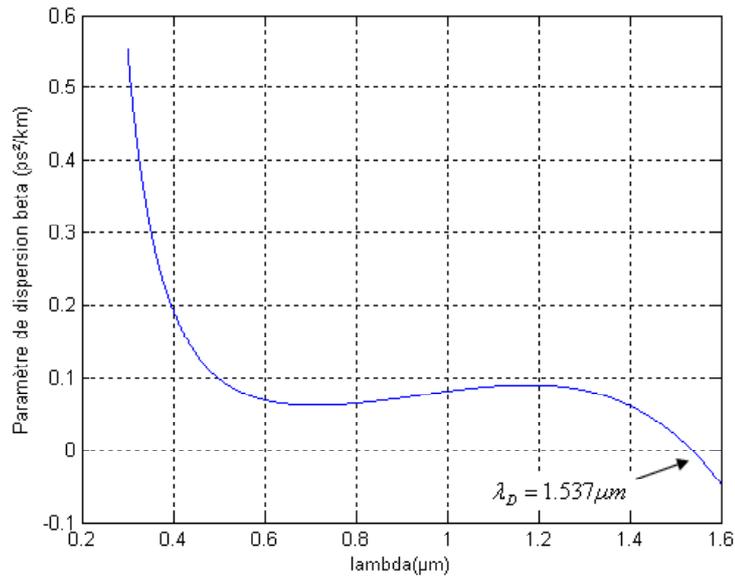


Figure 3.8: Paramètre de dispersion β_2 de la silice dopée au germanium.

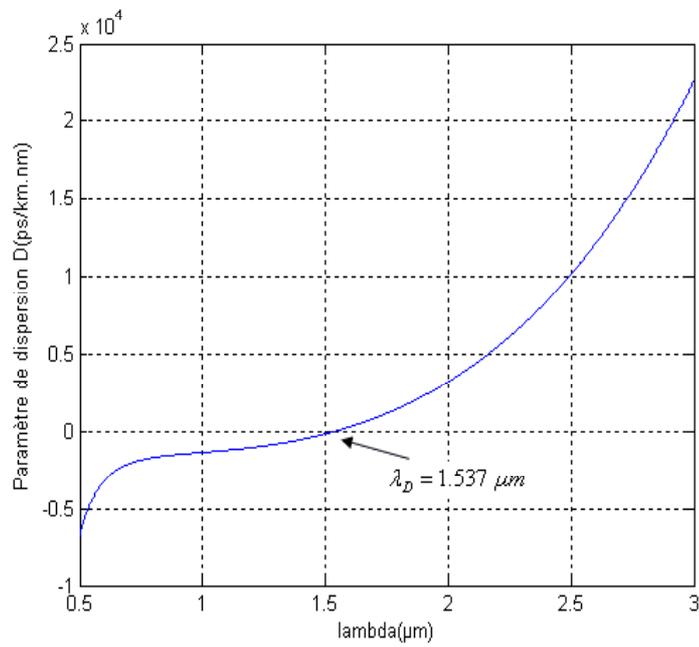


Figure 3.9: Paramètre de dispersion D de la silice dopée au germanium.

On remarque que les paramètres de dispersion β_2 et D change de signe à la longueur d'onde $\lambda = \lambda_D$, qui correspond au point d'inflexion de la courbe n en fonction de λ (figure 3.4); ce point est souvent qualifié de **ZDW** «longueur d'onde de dispersion zéro». Il faut comprendre que pour cette longueur d'onde, l'élargissement est nul. D'autre part, la dispersion monochromatique sera minimisée si la source utilisée émet à une longueur d'onde près de λ_D , qui est différente pour chaque milieu de propagation. Par exemple pour le cas de la silice $\lambda_D = 1.273\mu m$, et dans le cas de la silice dopée au germanium $\lambda_D = 1.537\mu m$. Ce qui implique que l'addition d'oxyde de germanium a pour effet de déplacer légèrement le zéro de dispersion de la silice.

Pour $\lambda < \lambda_D$, D est négatif et les composantes spectrales de fréquences supérieures possèdent des vitesses de propagation moins élevées que les fréquences inférieures. Pour $\lambda > \lambda_D$, D change de signe et le phénomène s'inverse. Ce régime est particulièrement important pour les télécommunications car il recouvre la fenêtre d'atténuation minimale de la silice (autour de $1.55\mu m$ et intervient directement dans les transmissions Solitons).

3.4 Influence du paramètre de dispersion β_2 et du milieu dispersif choisi sur la propagation des impulsions lumineuse

L'étude de la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif le cas général (c'est à dire sans spécifier le milieu) fait dans le chapitre précédent, nous a permis de tracer l'évolution d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice et en suite dans le verre de la silice dopée à l'oxyde du germanium, en utilisant l'équation (2.17).

Les figures 3.10, 3.12, 3.14 représentent l'évolution d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice dans les trois régime de dispersion (anormale, normale, et nulle).

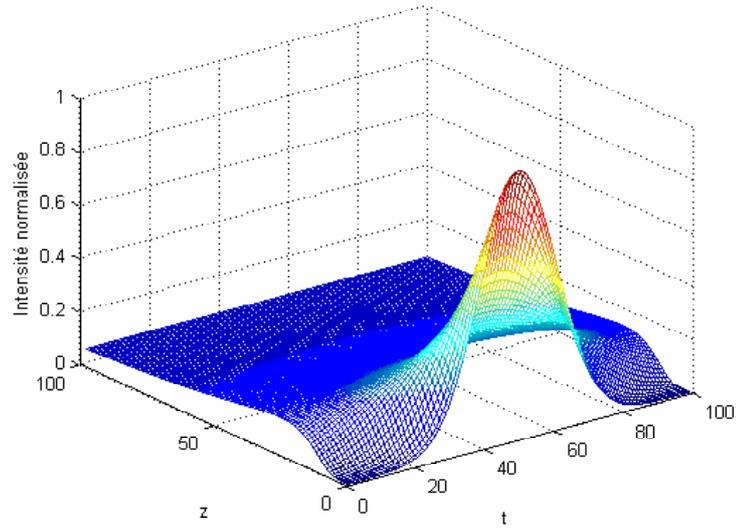


Figure 3.10: Propagation d'une impulsion gaussienne dans le verre de la silice SiO_2 .

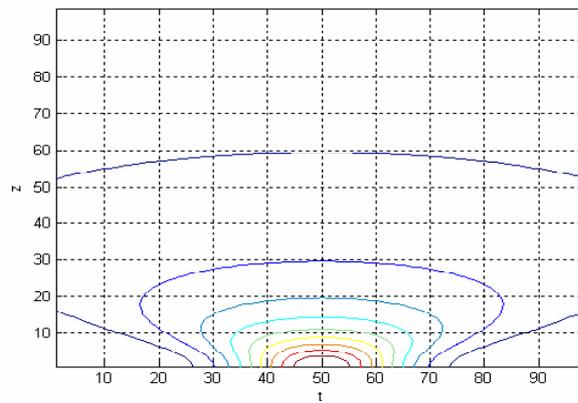


Figure 3.11: L'élargissement d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice SiO_2 .

Le cas où: $\beta_2 < 0 \implies D > 0$ Dispersion anormale

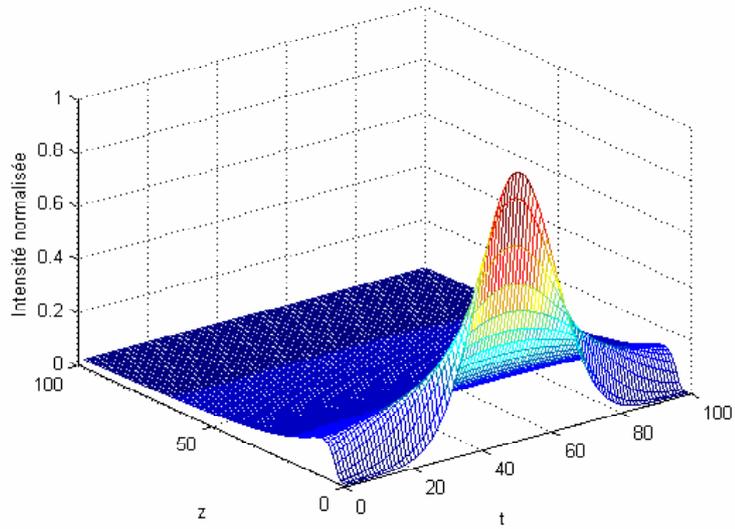


Figure 3.12: Propagation d'une impulsion gaussienne dans le verre de la silice SiO_2 .

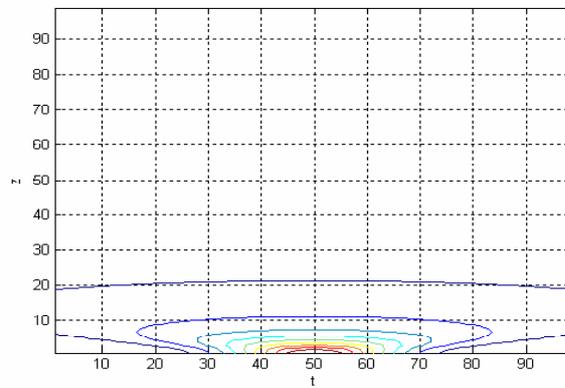


Figure 3.13: L'élargissement d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice SiO_2 .

Le cas où: $\beta_2 > 0 \implies D < 0$ Dispersion normale

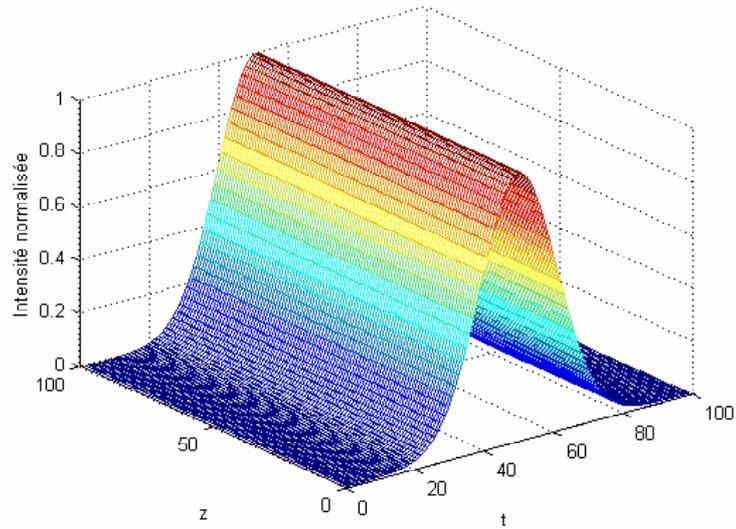


Figure 3.14: Propagation d'une impulsion gaussienne dans le verre de la silice SiO_2 .

Le cas où: $\beta_2 = 0 \implies D = 0$ Dispersion nulle

Ces figures obtenus montre que dans les deux régimes de dispersion (anormale et normale) l'impulsion subit un élargissement jusqu'à perte de l'information, mais cet élargissement est plus important dans le régime anormale (figure 3.11) par rapport à celui du régime normale (figure 3.12).

Dans le cas de dispersion nulle, l'impulsion garde sa forme initiale.

Les figures 3.15, 3.17, 3.14 représentent l'évolution d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice dans les trois régime de dispersion (anormale, normale, et nulle).

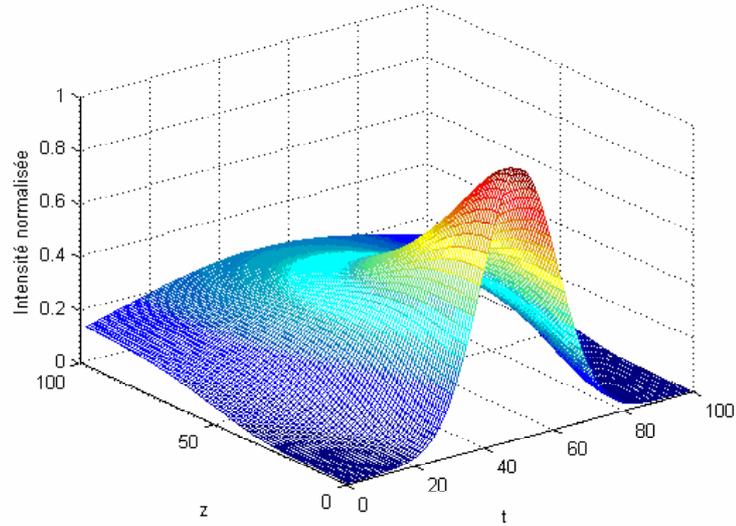


Figure 3.15: Propagation d'une impulsion gaussienne dans le verre de la silice SiO_2 dopée à l'oxyde de germanium GeO_2 .

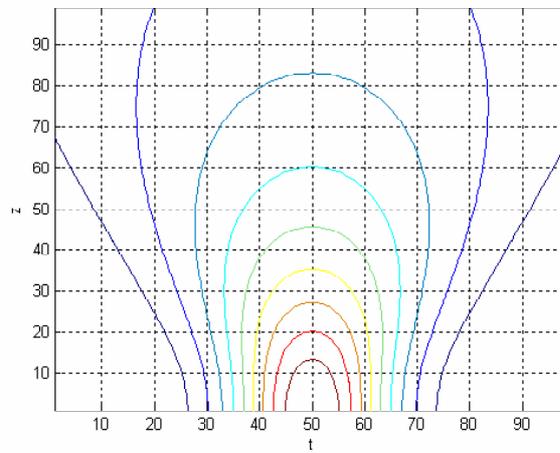


Figure 3.16: L'élargissement d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice SiO_2 dopée à l'oxyde de germanium GeO_2 .

Le cas où: $\beta_2 < 0 \implies D > 0$ Dispersion anormale

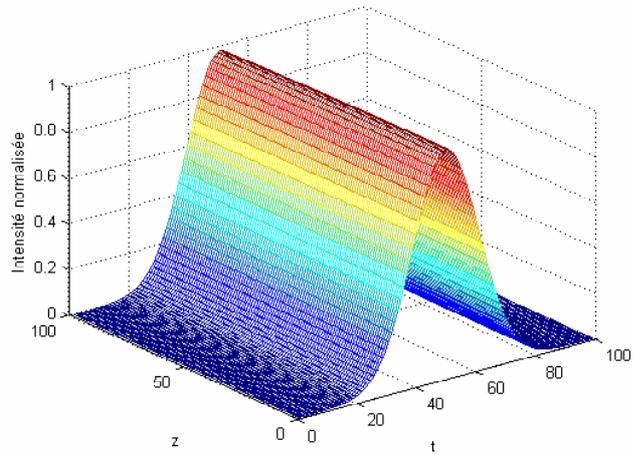


Figure 3.17: Propagation d'une impulsion gaussienne dans dans le verre de la silice SiO_2 dopée à l'oxyde de germanium GeO_2 .

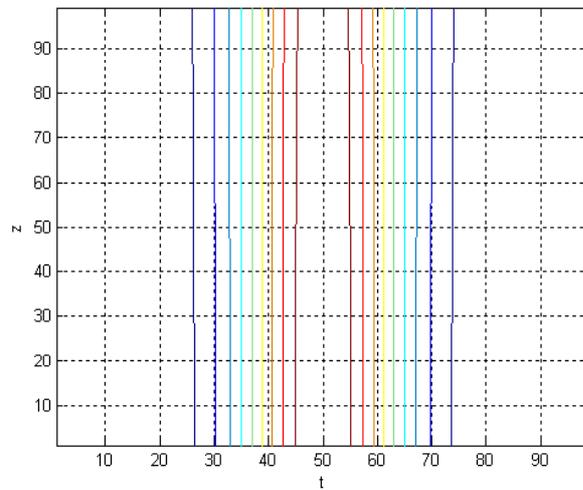


Figure 3.18: L'élargissement d'une impulsion gaussienne lors de sa propagation dans le verre de la silice SiO_2 dopée à l'oxyde de germanium GeO_2 .

Le cas où: $\beta_2 > 0 \implies D < 0$ Dispersion normale

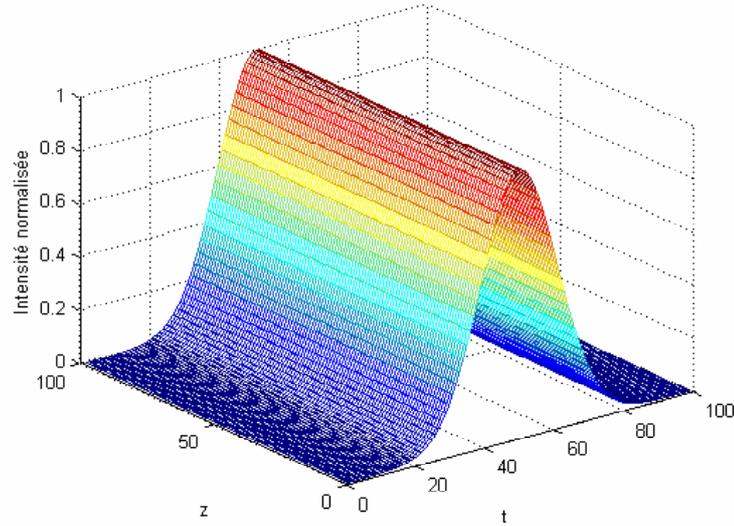


Figure 3.19: Propagation d'une impulsion gaussienne dans dans le verre de la silice SiO_2 dopée à l'oxyde de germanium GeO_2 .

Le cas où: $\beta_2 = 0 \implies D = 0$ Dispersion nulle

Ces figures obtenus montre que dans les deux régimes de dispersion (anormale et normale) l'impulsion subit un élargissement sans perte complète de l'information (contrairement au cas de la silice, où il y'a perte complète) problème qui peut être résolu par le processus d'amplification c'est à dire en utilisant des amplificateur intrinsèque, mais cet élargissement est plus important dans le régime anormale (figure 3.16) par rapport à celui du régime normale (figure 3.18) où l'élargissement est presque nulle.

Dans le cas de dispersion nulle, l'impulsion garde sa forme initiale (figure 3.19).

3.5 Conclusion

Cette étude de la dispersion chromatique dans une fibre optique (en silice, ensuite en silice dopée au germanium) nous permet de dire que le problème d'élargissement dû à l'effet de dispersion est résolu en envoyant le signal à la longueur d'onde 1.273 micromètre (dispersion presque nulle à cette longueur d'onde pour un fibre en silice) et/ou à la longueur d'onde 1.537 micromètre (dans le cas des fibres en silice dopée au germanium).

QUATRIEME CHAPITRE

Simulation numérique de la propagation

Des solitons dans une fibre optique monomode

Chapitre 4

Simulation numérique de la propagation des Solitons dans une fibre optique monomode

4.1 Introduction

Le concept de Soliton constitue un exemple symptomatique de phénomène physique intrinsèquement non linéaire et son histoire est intimement liée au développement des théories des équations d'ondes non linéaires. À ce titre, on sait maintenant que les Solitons se manifestent naturellement dans la plupart des systèmes non linéaires.

Ce chapitre est consacré à la modélisation de l'évolution des Solitons au cours de sa propagation dans une fibre monomode afin de mieux comprendre les influences des phénomènes physiques, tant linéaires que non linéaire, mis en jeu. Dont le but est de montrer l'invariance de la forme du soliton résultant des effets non linéaires dû principalement à l'effet Kerr.. Afin de mieux saisir cet invariance on procède à la résolution de l'équation de **Schrödinger non linéaire** qui nécessite une résolution numérique.

A cette fin, nous utilisons la méthode de Split Step Fourier pour résoudre cette équation.

4.2 Modélisation de la propagation des Solitons dans une fibre optique

La description de la propagation des Solitons dans une fibre optique est modélisée par l'équation suivante, dite non linéaire de Schrödinger NLSE:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2}A = j\gamma |A|^2 A \quad (4.1)$$

Comme il a été expliqué, cette équation inclut des termes de dispersion de deuxième ordre β_2 et de troisième ordre β_3 , l'atténuation linéique α , ainsi que l'effet non linéaire γ .

Il s'agit d'une équation différentielle partielle non linéaire, où il est très difficile d'obtenir la solution analytique. Une approche numériques est donc souvent nécessaire afin de simuler la propagation des impulsions dans les fibres. Un grand nombre de méthodes numériques peuvent être employées à cette fin. L'une des méthode qui a été employée intensivement pour les milieux dispersifs et non linéaires est la méthode de Split- Step Fourier **SSF** du fait de sa vitesse et de sa précision [25].

Le principe de **SSF** est plus simple que les autres, où il est facile d'écrire le programme.

4.2.1 Méthode de Split- Step Fourier

Pour comprendre la philosophie derrière la méthode de Split-Step Fourier, il est utile décrire l'équation sous la forme:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left(\widehat{D} + \widehat{N} \right) A \quad (4.2)$$

Où \widehat{D} est un opérateur différentiel qui explique la dispersion et l'absorption dans un milieu linéaire.

Et \widehat{N} est un opérateur non linéaire qui régit l'effet de non linéarité sur la propagation d'impulsion dans la fibre.

Ces opérateurs sont donnés par:

$$\widehat{D} = -j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2} \quad (4.3)$$

$$\widehat{N} = j\gamma |A|^2 \quad (4.4)$$

Généralement la dispersion et la non linéarité se produisent en même temps le long de la fibre.

La méthode de **SSF** obtient une solution approximative en supposant qu'en propageant le champ optique sur une petite distance h , les effets dispersif et non linéaires agissent indépendamment l'un de l'autre.

Plus spécifiquement, la propagation de z à $z + h$ est effectuée dans deux étapes:

1. Dans la première étape, la non linéarité agit seule et $\widehat{D} = 0$ dans l'équation (4.2)
2. Dans la deuxième étape, la dispersion agit seule et $\widehat{N} = 0$ dans l'équation (4.2).

Ce qui est traduit mathématiquement par:

$$A(z + h, t) = \exp\left(h\widehat{D}\right) \exp\left(h\widehat{N}\right) A(z, t) \quad (4.5)$$

L'opérateur $\exp\left(h\widehat{D}\right)$ peut être évalué dans le domaine de Fourier en utilisant:

$$\exp\left(h\widehat{D}\right) B(z, t) = F_t^{-1} \exp\left[h\widehat{D}(i\omega)\right] F_t B(z, t) \quad (4.6)$$

Où F_t est l'opérateur de transformée de Fourier, $\widehat{D}(i\omega)$ est obtenu à partir d'équation

(4.3) en remplaçant l'opérateur différentiel $\partial/\partial t$ par $i\omega$, où ω représente la fréquence dans le domaine de Fourier.

L'utilisation de l'algorithme de FFT fait l'évaluation numérique d'équation (4.6) relativement rapidement. C'est pour cette raison que la méthode de Split-Step Fourier peut être plus rapide jusqu'à deux ordres de grandeurs comparés à la plupart des arrangements de différence finie.

La formule de *Baker-Hausdorff* [19] montre qu'à cet ordre, la méthode de Split-Step Fourier ne prend pas en compte la non commutativité des deux opérateurs:

$$\exp(h\hat{N}) \exp(h\hat{D}) = \exp\left(h\hat{N} + h\hat{D} + \frac{1}{2} [h\hat{N}, h\hat{D}] + \frac{1}{12} [h\hat{N} - h\hat{D}, [h\hat{N}, h\hat{D}]] + \dots\right) \quad (4.7)$$

La méthode Split Step Fourier consiste à découper l'espace en n pas puis à créer une boucle qui :

1. Avance d'un pas spatial.
2. Applique l'opérateur \hat{N} dans l'espace du temps.
3. Effectue une transformée de Fourier vers l'espace des fréquences.
4. Applique l'opérateur \hat{D} dans l'espace fréquentiel.
5. Effectue une transformée de Fourier inverse vers l'espace temporel.

La figure 4.1 illustre le principe de cette méthode numérique.

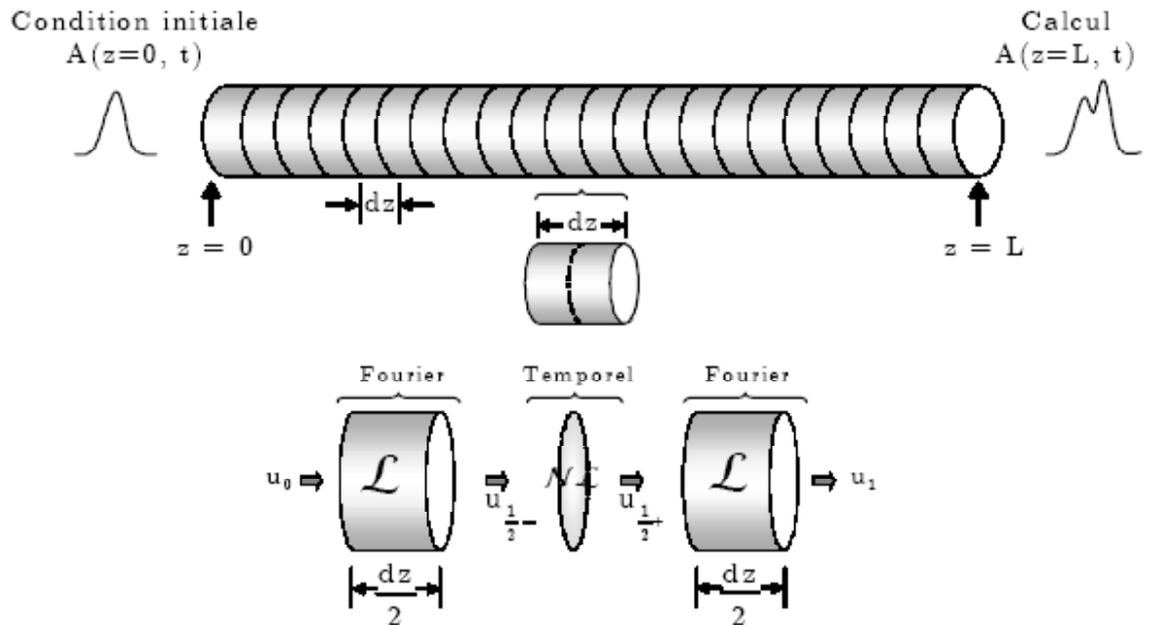


Figure 4.1: Représentation de la méthode "split-step" de Fourier pour la résolution numérique de la NLSE dans une fibre de longueur L .

La méthode de **SSF** a été appliquée à une grande variété de problème optique comprenant la propagation de vague en atmosphère [20], les fibres [21], lasers à semi-conducteur [22], résonateurs instables [23], et les coupleurs de guide d'ondes [24].

Pour le cas spécifique de la propagation d'impulsion dans les fibres optiques, la méthode de Split- Step Fourier a été appliquée la première fois en 1973. Son utilisation est devenue répandue depuis lors en raison de son exécution rapide comparée à la plupart des arrangements de différence finie. Bien que la méthode soit relativement franche pour mettre en application, elle exige que les tailles de pas z et h soient choisies soigneusement pour maintenir l'exactitude exigée. La méthode **SSF** est employée dans de nombreux travaux de recherches.

4.3 Modélisation de la propagation des Solitons dans une fibre optique monomode

A la suite des travaux fait par Z.B Wange et al.[26] qui consiste à utiliser **SSF** pour la simulation de la propagation des Solitons dans une fibre optique quelconque, tout en étudiant l'influence des pertes sur le comportement des Solitons, en utilisant l'équation de NLSE donnée par l'équation (4.2). Nous nous sommes intéressé à un type particulier des fibres optiques présentant un intérêt important et une solution universelle des systèmes des télécommunications optiques: la fibre optique monomode en silice (faible atténuation), dont la propagation des Solitons dans de tels fibre est modélisée par l'équation de NLSE suivante [27]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + j\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2}A = j\gamma |A|^2 A \quad (4.8)$$

4.3.1 Résultats de la simulation

La méthode numérique présentée dans le paragraphe précédent a été utilisée pour simuler l'évolution des Solitons en fonction des pertes de la fibre monomode à laide du logiciel Matlab.

Soit une fibre optique monomode en silice pure de longueur $L = 30m$, où la valeur de paramètre de vitesse de groupe $\beta_2 = -12 ps^2km$ à la longueur d'onde $\lambda = 1.55\mu m$. (valeur pris par extrapolation graphique de la figure 3.6).

La valeur du coefficient non linéaire utilisée est $\gamma = 2W^{-1}km^{-1}$ (voir annexe).

L'impulsion d'entrée est donnée sous la forme $U(0, t) = N \operatorname{sech}(t)$, avec $N = 1$ c'est la soliton fondamental.

Les résultats de la simulation sont montrés sur la figure 4.2 et 4.3

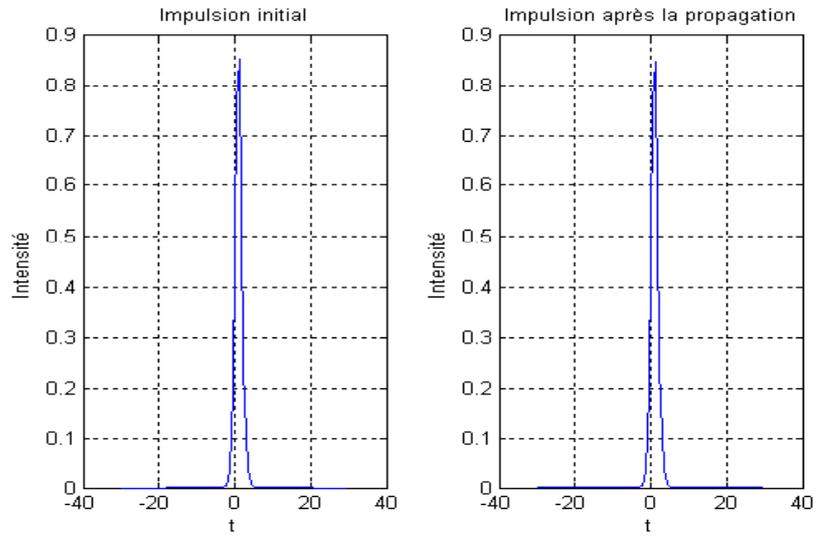


Figure 4.2: Profil d'impulsion initial et celle d'impulsion après la propagation dans une fibre monomode sans perte

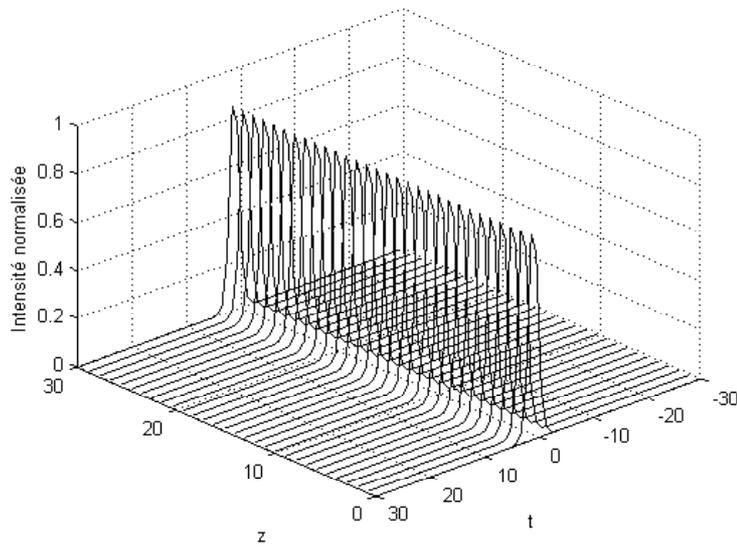


Figure 4.3: Propagation d'un Soliton fondamental le long d'une fibre monomode sans perte

La figure 4.2 représente le profil d'impulsion initial et celle d'impulsion après la propagation dans une fibre sans perte (i.e $\alpha = 0$). Cette figure montre que l'impulsion n'a pas changé, ceci résulte de la compensation entre les deux effets dispersif et non linéaire.

La figure 4.3 représentent la propagation d'un soliton fondamental le long d'une fibre monomode sans perte, le Soliton se propage sans distorsion. On constate qu'il a un bon accord avec la théorie..

Donc la propriété la plus importante des solitons c'est leur stabilité. Ceci est du à la recombinaison de deux antagonistes et inévitables: la dispersion et la non linéarité.

Considérant maintenant le cas où la fibre présente une perte, pour voir l'influence de l'atténuation sur la propagation du Soliton fondamental, pour cela prenant l'exemple de $\alpha = 0.14$.

Les résultats de la simulation sont représentés sur les deux figures 1.4 et 4.5.

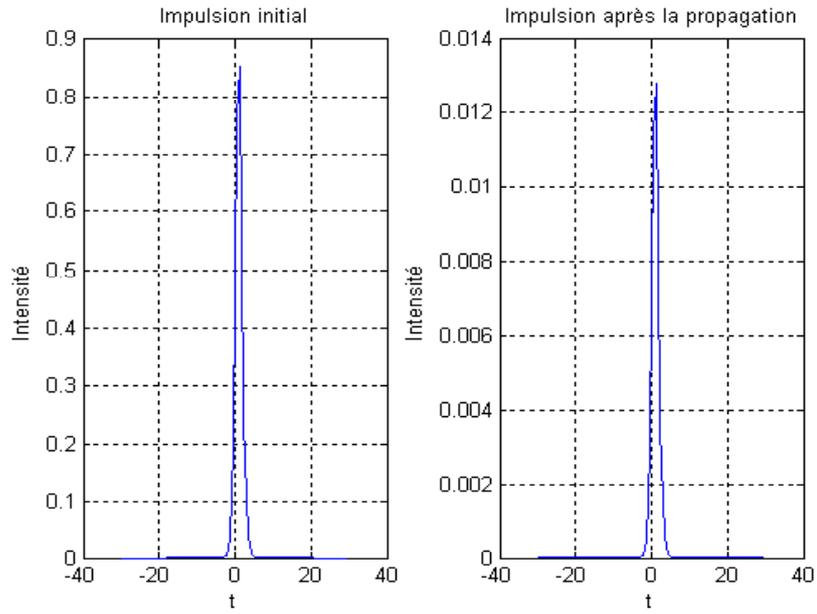


Figure 4.4: Profil d'impulsion initial et celle d'impulsion après la propagation dans une fibre monomode avec perte

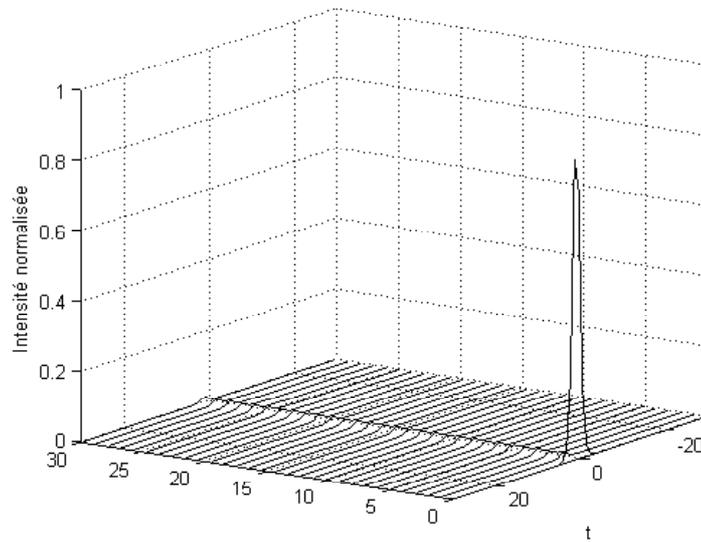


Figure 4.5: Propagation d'un Soliton fondamental long d'une fibre monomode avec perte

Les deux figures montre que l'amplitude du Soliton a changer elle est passée de l'ordre de 0.85 à 12×10^{-3} .

Nous avons vu dans la section précédante que la dispersion limite les performances de la fibre dans un système de communication optique, par l'élargissement de l'impulsion, les pertes sont un autre facteur limitatif qui réduit la puissance que doit recevoir le détecteur, donc la longueur de la fibre sera limitée par les pertes de la fibre.

4.4 Conclusion

Cette analyse numérique de la propagation des Solitons le long d'une fibre monomode nous a permis de bien comprendre le comportement des effets dispersif et non linéaire. L'effet non linéaire prépondérant qui vient affecter la propagation est l'effet Kerr : l'indice de réfraction varie avec le flux de la puissance lumineuse. Par exemple dans le cas de la transmission par fibre optique, pour augmenter la distance de régénération et/ou accroître le débit, il faut réduire la dispersion des impulsions : grâce aux effets optiques non linéaires de la fibre, il est possible de générer des solitons dont la principale caractéristique est de conserver une forme constante au cours de la propagation. Alors l'invariance de forme du soliton résulte du fait que le chirp de fréquence créé par la dispersion de vitesse de groupe est très exactement compensé par celui dû à l'effet Kerr.

Les pertes jouent un rôle important sur la stabilité des Solitons.

Conclusion Générale.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons étudié et modélisé la propagation d'une impulsion dans un milieu dispersif.

L'étude faite sur la dispersion chromatique dans une fibre optique (en silice, et en silice dopée au germanium) et la simulation numérique de la propagation des Solitons dans une fibre optique monomode, nous a permis de conclure que:

- 1- Le problème de dispersion pourrait être résolu en envoyant le signal à la longueur d'onde de dispersion zéro (dispersion presque nulle à cette longueur d'onde).
- 2- Le choix du milieu dispersif et le régime de dispersion jouent un rôle important sur la propagation des impulsions lumineuses.
- 3- Le Soliton fondamental est un beau support de l'information à condition que la fibre ne présente pas une perte.

Enfin, le travail entrepris dans le cadre de ce mémoire a ouvert une direction de recherche qui mérite à notre avis, d'être approfondie, en particulier:

- 1- Étude du problème de dispersion en tenant compte des ordres de dispersion élevés (ordre 3,4).
- 2- Étude et modélisation de la propagation des Solitons d'ordre supérieur dans une fibre optique.
- 3- Résolution de l'équation de Schrödinger non linéaire en tenant compte des autres effets non linéaires (Effet Raman, Effet Kerr (autofocalisation, automodulation de phases, autoraidissement)).

Annexe

Annexe

Le coefficient non linéaire γ dans une fibre optique

La non linéarité d'une fibre optique est généralement définie à partir de son coefficient non linéaire γ , tel que:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}$$

Avec A_{eff} l'aire effective du mode optique à la fréquence ω_0 .

et n_2 le coefficient non linéaire de l'indice de réfraction, qui est proportionnel à la partie réelle de la susceptibilité du troisième ordre, tel que:

$$n_2 = \frac{3}{8n_0} \text{Re}[\chi^{(3)}]$$

Les valeurs typiques de n_2 sont de l'ordre de $2.6 \times 10^{-20} m^2 W^{-1}$ à $1.55 \mu m$ pour une fibre en silice dopée au GeO_2 [25] et varient en fonction du dopage du coeur de la fibre optique. Le coefficient non linéaire γ représente la sensibilité de la fibre aux effets non linéaires de type Kerr. Dans les fibres monomode de silice pure la valeur standard de γ en silice autour de $2 W^{-1} km^{-1}$ mais elle varie en fonction du type de fibre et du dopage. Connaître précisément sa valeur est très important lors des modélisations, et une mauvaise appréciation de γ induit des erreurs considérables lors de l'estimation de l'évolution du signal dans la fibre.

Bibliographie

- [1] **Philippe Depondt:** (1998), Physique numérique, Vuibert Supérieur.
- [2] **H.Benosman:** (2006), Interaction d'une onde électromagnétique avec une vapeur atomique. Thèse de Magister, Tlemcen.
- [3] **H.Apithy, Y.Bouslimani et H.Haman:** (2004), Communications à fibres optiques: Limitations causées par la dispersion et les effets non linéaires. IEEE Canadian Review-Summer.
- [4] **Thibaut Sylvere:** (1999), Amplification et conversion paramétriques, décalage suppression de fréquences, par processus Kerv et Raman dans les fibres optiques. Thèse de doctorat, Présentée à L'U.F.R. des Sciences et Techniques de l'université de Franche-Comté.
- [5] **Pierre-André Bélanger,** Les fibres optiques: Supplément d'électromagnétisme appliqué. Université Laval, Canada.
- [6] **J.S.Russell:** (1844), Report on waves, in Report of the Fouteenth Meeting of the British Association for Advancement of Science. Londres.
- [7] **D.J.Korteweg et G.De Vries:** (1895), On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves. Philo.Mag.Ser. 539, 422 – 43.

- [8] **N.J.Zabusky et M.D.Kruskail:** (1965), Interactions of solitons in a collisionless plasma and the recurrence of initial sates. *Phy.Rev. Lett.* 15, 240 – 3.
- [9] **Cyril Cambournac:** (2003), Instabilités spatiales en milieu de Kerr: Réseaux de Solitons satiaux et Brisure de symétrie des Solitons multimodes dans un guide plan. Thèse de doctorat, Présentée à L’U.F.R. des Sciences et Techniques de l’université de Franche-Comté.
- [10] **V.E.Zakharov et A.B.Shabat,** Exct theory of two- dimensional self- focusing and one- dimensional self- phase modulation of waves in nonlinear media. *Sov. Phys.JETP* 34, 1972, *p*62 – 69.
- [11] **A.Haegawa et F.Tappert,** Transmission of stationary nonlinear pulses in dielectric fibres. I. Anomalous dispersion, *Appl. Phys. Lett* 23, 1973, *p*142, .II.Normal dispersion, *Appl. Phys. Lett* 23, 1973, *p*171 – 172.
- [12] **P.Emplit, J.P.Hamaide, F.Reynaud, C.Froehly et A.Barthelemy,** Picosecond steps and dark pules through nonlinear single-mode fibers. *Opt. Commun.* 62, 1987, *p*374 – 376.
- [13] **M.Nakazawa et K. Suzuki,** 10 Gbits/s dark soliton data transmission over 200 km, *Electron. Lett.* 31, 1995, *p*1076 – 1077.
- [14] **G.P.Agrawal:** (1989), *Nonlinear Fiber Optics.* Academic Press, San Diego, Ca.
- [15] **D. Marcuse:** (1982), *Light Transmission Optics.* Ed. Van Nostrand Reinhold, New York, chap. 8 et 12.
- [16] **I.Malitson:** (1965), Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica. *J. Opt. Soc. Am.* 55, 120.
- [17] **J.W.Fleming:** (1984), Dispersion in GeO_2-SiO_2 glasses. *Appl.Optics* 23, *pp.*4486–4493.

- [18] **Berkane Dya:** Etude de la propagation optique dans une structure de fibre optique en présence de microdéformations périodiques. Thèse de magister en électronique, Batna.
- [19] **G. Moebis;** (1997), Une méthode multi-niveaux pour la résolution de l'équation de Schroedinger non linéaire faiblement amortie.
- [20] **J. A. Fleck, J. R. Morris, and M. D;** (1976). *Feit, Appl. Phys.* 10, 129.
- [21] **M. D. Feit and J. A. Fleck,** *Appl. Opt.* 17, 3990 (1978); *Appl. Opt.* 18, 2843 (1979).
- [22] **G.P.Agrawal,J.Appl. Phys.** 56, 3100 (1984); *J. Lightwave Technol.* 2, 537 (1984).
- [23] **M. Lax, G. P. Agrawal, M. Belic,B. J. Coffey, and W. H. Louisell:** (1985), *J. Opt. Soc.Am. A* 2, 732.
- [24] **B. Hermansson, D. Yevick, and P. Danielsen:** (1983), *IEEE J. Quantum Electron.* 19,1246..
- [25] **G.P.Agrawal:** (2001), *Nonlinear Fiber Optics.* Academic Press, San Diego, San Francisco ,New York ,Boston, London Sydney ,Tokyo.
- [26] **Z B Wang, H Y Yang et Z Q Li:** The Numerical Analysis of Soliton Propagation with Slit-Step Fourier Transform Method. *Journal of Physics: Conference Series* 48 (2006) 878882.
- [27] **Patrick Vandamme, Jean Baptiste Thomine, Philippe Gallion:** La transmission par solitons. *Mémento technique, N°3,* série des actes des Forms Franche Télécom Recherche (1994).