Table des Matières

In	trod	uction	Générale	4
	0.1	Note l	nistorique	4
	0.2	Problé	ématique	5
	0.3	Contri	ibution	5
1	Rap	pels		8
	1.1	Introd	luction	8
	1.2	Caract	téristiques des diélectriques	8
		1.2.1	Définition d'un diélectrique	8
		1.2.2	Définition de la constante diélectrique	9
		1.2.3	Permittivité relative de quelques isolants	9
		1.2.4	Phénomène physique dans les milieux diélectriques	10
		1.2.5	Caractérisation des matériaux ferroélectriques	15
		1.2.6	Les grandes catégories des ferroélectriques	16
2	Pro	blémat	tique	20
	2.1	Introd	luction	20
	2.2	Théor	ie de Landau sur la Transition de Phase	20
	2.3	Classif	fication des transitions de phase	23
	2.4	Problé	ématique	25
		2.4.1	Condensateur non linéaire controlé par la température	25

		2.4.2 Circuits réalisés par un condensateur non linéaire	26
	2.5	Position du problème	33
3	Rés	olution du problème	37
	3.1	Introduction	37
	3.2	Le principe de fonctionnement des condensateurs ferroélectriques	37
	3.3	Relation entre le champ électrique et l'induction électrique dans un diélec-	
		trique	39
	3.4	Relations thermodynamiques pour les diélectriques dans un champ électrique	43
	3.5	Influence de la température sur les propriétés physiques du diélectrique .	46
		3.5.1 Conclusion	50
4	Con	tribution à l'étude des transitions de phase	52
4	Cor 4.1	ntribution à l'étude des transitions de phase Introduction	52 52
4	Con 4.1 4.2	Introduction à l'étude des transitions de phase Introduction	52 52 52
4	Con 4.1 4.2	Introduction à l'étude des transitions de phase Introduction	52 52 52 61
4	Con 4.1 4.2	Introduction à l'étude des transitions de phase Introduction	 52 52 52 61 67
4	Con 4.1 4.2 4.3	Introduction à l'étude des transitions de phase Introduction	 52 52 61 67 73
4	Con 4.1 4.2 4.3	Introduction à l'étude des transitions de phase Introduction	52 52 61 67 73 75
4 Ce	Con 4.1 4.2 4.3	Introduction à l'étude des transitions de phase Introduction	 52 52 52 61 67 73 75 78

INTRODUCTION GENERALE

Introduction

0.1 Note historique

L'électronique moderne nécessite la présence d'appareillages de volume de plus en plus petits. La solution est de trouver un moyen pour réduire au maximum la taille des composants sans négliger d'augmenter leurs éfficaités.

Parmi les composants électroniques qui jouent un rôle important dans le montage des circuits intégrés, les condensateurs ont vraiment dépasser leur rôle classique d'accumulateur de charge pour prendre une grande importance dans le filtrage de signaux.

Une course est donc engagée pour augmenter l'efficacité de ces condensateurs. Tout d'abord, ça a été réalisée en jouant sur leurs facteurs géométriques. Ainsi, changer la forme planaire pour une forme cylindre et/ou feuillet a permis d'obtenir un gain de plusieurs dizaines sur un condensateur plan classique.

Actuellement, on place des matériaux diélectriques ayant une forte constante diélectrique entre les armatures du condensateur afin d'augmenter leurs éfficacités[2].

Ces matériaux diélectriques appartiennent à la famille des ferroélectriques, en particulier les dérivés du titanate de Baryum $BaTiO_3$, qui sont utilisés dans l'industrie de la micro-électronique depuis plus de 50 ans[1], ils possèdent un pic de constante diélectrique au tour d'une certaine température appelée température de transition de phase ou température de Curie, celle-ci varie d'un matériau à un autre, parfois elle est très élevée et malheureusement loin des températures d'utilisation des composants électroniques, alors il faut tenir compte du choix du matériau. L'insertion de ce type de matériau dans les condensateurs intégrés dans de tel circuit électronique provoque une non linéarité due au phénomène de transition de phase[3]causé par les ferroélectriques, ce phénomène sera interprété par la théorie de Landau sur les matériaux diélectriques.

0.2 Problématique

Nous introduisant un condensateur non linéaire dans un banc d'essai, le modèle théorique choisi est celui de Landau. Notre problème consiste à l'étude de la transition de phase dans ce condensateur ferroélectrique. Le but est de voir l'influence de la température sur les propriétés physiques du diélectrique (ferroélectrique), en d'autre terme sur le comportement du condensateur, en utilisant la théorie de Landau, ainsi que certains loi de la thermodynamique des diélectriques.

0.3 Contribution

Après analyse de l'étude de la bifurcation engendrée par une transition de phase dans un condensateur non linéaire par F.Belkhouche [4] en utilisant la méthode de la dérivée optimale proposée par T.Benouaz et O.Arino interprétée par le modèle de Landau, nous tentons dans ce travail de trouver une modélisation afin de contrôler la température pour éviter le comportement chaotique de tels condensateurs dans un circuit pour cela,nous avons choisi un matériau ferroélectrique(Sel de Rochelle), pour l'insérer entre les armatures d'un condensateur. L'introduction de ce condensateur dans un circuit va nous provoqué une non linéarité, ce qui est un obstacle pour résoudre analytiquement nos équations différentielles, mais cet obstacle peut être surmonté en ne considèrant que les petites perturbations pour les quelles nous allons faire un développement limité et éliminer le terme non linéarire, mais dés que les perturbations augmentent, la simulation numérique montre que des phénomènes aussi imprévus que chaotiques apparaissent.

Ce mémoire est structuré de la manière suivante:

* Le premier chapitre, destiné à faire un rappel sur les matériaux diélectriques, les phénomènes physiques persistant dans ces milieux, ainsi que les grandes catégories des matériaux diélectriques.

* Dans le deuxième chapitre nous rappelons la théorie de transition de phase de landau, nous donnons aussi la classification des transition des transition de phase, et nous posons la problèmatique.

* Le troisième chapitre est consacrée à la résolution du problème posé.Une discussion est abordée mettant en valeur les résultats obtenus.

* Finallement, le dernier chapitre aborde notre contribution à l'étude de la transition de phase subit par le diélectrique. Finalement, une conclusion termine notre travail. Enfin les travaux présentés dans ce travail ont été exposés dans plusieurs artices:

"Etude de la Transition de phase D'un Diélectrique- Cas Du Sel De Rochelle-"a été publié dans un proceding de "The First International Meeting on Electronics & Electrical science and Engineering, IMESE'06, Nov.4-6,2006 in Djelfa" [10].

PREMIER CHAPITRE

Rappels

Chapitre 1

Rappels

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons des rappels sur les principales caractéristiques physiques des diélectriques.

1.2 Caractéristiques des diélectriques

1.2.1 Définition d'un diélectrique

Un matériau est diélectrique s'il ne contient pas de charges électriques susceptibles de se déplacer de façon macroscopique. Autrement dit, c'est un milieu qui ne peut pas conduire le courant électrique. A ce titre, on l'appelle parfois isolant électrique.

On compte parmi ces milieux le verre et de nombreux plastiques. Par exemple, les câbles électriques sont souvent protégés d'un revêtement en plastique pour éviter que le courant électrique ne puisse en sortir.

Malgré l'impossibilité des milieux diélectriques de conduire le courant, ils présentent de nombreuses caractéristiques électriques. En effet les atomes qui constituent le matériau peuvent présenter des dipôles électrostatiques qui sont susceptibles d'interagir avec un champ électrique. Cette interaction se traduit par la création d'une polarisation reliée à ce champ électrique, par la susceptibilité électrique.[3]

$$\overrightarrow{P} = \chi \overrightarrow{E} \tag{1.1}$$

Avec

 χ :
est la susceptibilité électrique, c'est une grandeur caractéris
ant la polarisation créée par un champ électrique.

 \overrightarrow{P} : est la polarisation du diélectrique.

 \overrightarrow{E} est le champ électrique.

1.2.2 Définition de la constante diélectrique

La constante diélectrique symbolise la propriété du matériau à s'opposer au passage d'un courant électrique. Plus le matériau limite le passage d'un courant électrique et plus sa constante diélectrique est élevée. Dans la littérature, on parle souvent de la constante diélectrique relative

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \tag{1.2}$$

C'est à dire du rapport entre la constante diélectrique du matériau et celle de la constante diélectrique du vide prise comme référence ($\varepsilon_0 = 8.85.10^{-12} F/m$).

1.2.3 Permittivité relative de quelques isolants

Ces valeurs sont approximatives et peuvent varier nettement en fonction de la fréquence, de la température. La permittivité est appelée également constante diélectrique (symbole ε_r).

Isolant	Permittivité relative
Air sec	1
Caoutchouc	4
Mica	6
Papier	2

1.2.4 Phénomène physique dans les milieux diélectriques

Les électrons présents dans un milieu diélectrique ne peuvent pas, par définition, se déplacer sur de grandes distances. Il peuvent par contre présenter des mouvements d'amplitude négligeable à notre échelle, mais peuvent être à l'origine de nombreux phénomènes. Ces mouvements sont souvent des mouvements d'oscillation autour du noyau: le nuage électronique peut être déformé et ainsi crée un dipôle électrostatique. Il en va de même pour le déplacement global des atomes au sein du matériau (ils créent également des dipôles).



Schéma d'un dipole

Un dipôle électrostatique se définit par un ensemble de 2 points P et N de charge respective +q et -q distant de a. Cette notion est principalement utilisée en chimie où certaines liaisons entre molécules peuvent être expliquées en modélisant ces molécules par un dipôle.

Polarisation des diélectriques

Lors de l'application d'un champ électrique sur un matériau diélectrique, les molécules ou atomes dont il est constitué sont déformés de telle manière que les barycentres des charges positives et négatives qui les composent ne coïncident plus, cette situation se présente pour certaines molécules même en l'absence d'un champ électrique extérieur (exemple, la molécule d'eau). Un tel atome ou une telle molécule possède ce que l'on nomme un "moment dipolaire électrique" (induit (Les pertes diélectriques sont dues aux mouvements des porteurs de charges. L'effet de ces mouvement est appelé polarisation induite) ou spontannée), grandeur qui caractérise à la fois la distance entre ces barycentres et la valeur absolue des charges déplacées. Cette polarisation \overrightarrow{P} crée elle-même un champ électrique \overrightarrow{E} qui se superpose, à l'intérieur du matériau, à un éventuel champ initialement appliqué. Le vecteur polarisation est proportionnel au champ électrique appliqué \overrightarrow{E}



La polarisation diélectrique P(t) est introduite d'un point de vue macroscopique par l'équation liant le champ électrique E(t) au déplacement électrique D(t):

$$\overrightarrow{D} = \varepsilon_0 \overrightarrow{E} + \overrightarrow{P} \tag{1.3}$$

Elle correspond microscopiquement aux orientations des différents dipôles. On peut regrouper les polarisations en 2 grandes classes:

Les polarisations proches du domaine optique (10^{-12}) , et instantanées à notre échelle. Elles regroupent les polarisations électroniques et atomiques dues aux déplacements du nuage électronique et des atomes liés au sein de la molécule lors de l'application d'un champ électrique. Leur contribution au déplacement électrique est représentée par la permittivité (ou constante diélectrique) hautes fréquences.

$$\overrightarrow{D}_{\infty} = \varepsilon_0 \varepsilon_{\infty} \overrightarrow{E} \tag{1.4}$$

La polarisation dipolaire correspondant à l'orientation des moments dipolaires. C'est cette dernière qui confère ses propriétés au diélectrique, dans la gamme de fréquences des applications du génie électrique.

L'effet de la polarisation diélectrique avait été découvert par Michaël Faraday en 1837 [5]. On distingue plusieurs types de polarisation (Tableau 1): électronique, ionique, dipolaire, macroscopique, interfaciale (ou du type Maxwell - Wagner), spontanée; celles-ci peuvent co-exister ou apparaître séparément. La polarisation totale est la somme des différents types de polarisation. Dans le tableau ci-dessous on donne les différentes contributions provoquant la polarisation dans un diélectrique:

Durée d'établissement	Type de Polarisabilité	En l'absence de champ E=0	Sous champ électrique E →	Description
10 ⁻¹⁴ à 10 ⁻¹⁶ s	Electronique	Nuage électronique Noyau	•	Déplacement du centre d'inertie du nuage électronique par rapport au centre d'inertie du noyau des atomes
10 ⁻¹⁰ à 10 ⁻¹³ s	Ionique ou Atomique	Cation		Déplacement relatif d'ions de charges opposées les uns par rapport aux autres créant des dipôles
10 ⁻⁹ à10 ⁻³ s	Dipolaire	Molécule polaire	0 0 0 0 0 0 0 0	Déplacement de dipôles permanents (molécules par exemple) qui s'orientent pour être parallèle au champ (rare dans le cas de matériaux cristallins)
10 ⁻⁵ à 10 ⁺³ s	Charge d'espace ou Interfaciale	Grain		Déplacement de porteurs libres qui se concentrent aux défauts, lacunes, impuretés, joints de grains, surfaces, etc créant une polarisation aux interfaces

Tableau 1: les types de polarisations

La polarisation électronique est présente dans tous les diélectriques, sans exception. Elle résulte des déplacements des orbites électroniques externes par rapport au noyau de l'atome. La polarisation électronique s'établit en quelques secondes 10-15s; elle est donc indépendante de la fréquence jusqu'à l'ultraviolet. La déformation de l'orbite qui l'accompagne est élastique, c'est à dire que le travail nécessaire à son apparition n'est pas converti en chaleur mais stocké dans le champ électrique. La polarisation élastique, électronique ainsi que les dipôles induits disparaissent quand le champ est supprimé.

La polarisation ionique (ou atomique) résulte du déplacement des atomes liés par des liaisons ioniques. On rencontre les liaisons ioniques dans la plupart des diélectriques solides non-organiques avec une structure cristalline (cristaux ioniques). Vu l'inertie des ions relativement lourds, ce type de polarisation s'établit en environ 10-13s, donc plus lentement que la polarisation électronique, et dépend de la charge de l'ion et des forces de liaisons ioniques mutuelles. La polarisation ionique, de même que la polarisation électronique, créent des dipôles induits; elle ne provoque pas de pertes d'énergie et disparaît avec la suppression du champ appliqué. C'est donc une polarisation élastique. Elle existe jusqu'aux fréquences correspondant à l'infrarouge; elle est propre à la plupart des matériaux céramiques.

On peut aussi obtenir une polarisation diélectrique en comprimant un cristal: sous l'effet de l'application d'une contrainte extérieure C, il apparaît une polarisation électrique P. Par ailleurs, l'application d'un champ électrique E engendre une déformation élastique ε . C'est le phénomène de la piézoélectricité. Celle-ci a été mise en évidence, en 1880, par Pierre et Jacques Curie sur un cristal de quartz. La théorie phénoménologique de la piézoélectricité a été donnée par Voigt. Il existe une relation linéaire entre les grandeurs:

$$P = \varepsilon E + dC \tag{1.5}$$

 ε est la constante diélectrique, d le coefficient piézoélectrique et C un coefficient d'élasticité. Il faut souligner que si tous les ferroélectrique sont piézoélectriques[12], un solide peut être piézoélectrique sans être nécessairement ferroélectrique(est le cas du quartz par exemple). C'est l'application d'une contrainte extérieure qui, provoque le déplacement des centres de gravité des charges électriques, elle induit une polarisation électrique dans le cristal. Soulignons, pour terminer, qu'il existe une différence essentielle entre la ferroélectricité et le ferromagnétisme qui a pour origine l'interaction entre des dipôles magnétiques individuels distincts, tandis que l'existence de la polarisation d'un ferroélectrique est un effet inhérent à la structure du cristal tout entier.

1.2.5 Caractérisation des matériaux ferroélectriques

Les matériaux ferroélectriques sont caractérisés par l'existence d'une température de transition. Cette température, appelée température de Curie T_C , sépare l'état ferroélectrique $(T < T_C)$ de l'état paraélectrique $(T > T_C)$. La transition entre les deux états s'accompagne d'un changement de structure cristalline.

L'evolution thermique de la constante diélectrique relative réelle ε_r présente a T_C une discontinuité qui se traduit pratiquement par un maximum de ε_r . Dans le domaine paraélectrique, ε_r suit une loi de Curie-Weiss de la forme suivante[6]:

$$\varepsilon_r = \frac{C}{T - T_c} \tag{1.6}$$

Où C est la constante de Curie, Tc la température de Curie ou de transition et T la température absolue.

On peut alors distinguer deux classes de ferroélectriques suivant la valeur de C.

Les matériaux pour les quels $C \approx 10^3$,tels que les sels de Rochelle, le phosphate de potassium, le sulfate de triglycine.

Les matériaux pour les quels $C \approx 10^5$, tels que le $BaTiO_3, KNBO_3$ et le $BaSrTiO_3$.

Le tableau suivant donne les valeurs de la température de transition de phase dite aussi température de Curie, ainsi que la polarisation spontanée de quelques matériaux diélectriques

diélectrique	formule chimique	$Tc(^{\circ}C)$	Polarisations spontanée (Ccm^{-2})
Barium titanate	$BaTiO_3$	135	26
(KDP)	KH_2PO_4	-150	4.75
Potassium niobate	$KNbO_3$	435	30
Rochelle salt	$NaKC_4H_4O_6.4H_2O$	24	0.25

Labroad 2

1.2.6 Les grandes catégories des ferroélectriques

Il existe deux catégories de matériaux ferroélectriques:

Ceux pour lesquels la transition est du premier ordre, comme le Phosphate de Potassium Di_Hydrogéné $KH_2PO_4(KDP)$ à la température Tc = 123K. et ceux pour lesquels la transition est du deuxième ordre:

$$BaTiO_3 (Tc = 120^{\circ}C)$$
, le $KNbO_3 (Tc = 760^{\circ}C)$

Les matériaux paraélectriques.

Parmi les diélectriques, certains matériaux sont dits polarisables : sous l'action d'un champ électrique, leurs charges positives se déplacent selon la direction du champ et leurs charges négatives selon la direction opposée, créant des dipôles électriques +/- orientés parallèlement au champ. Une fois le champ électrique annulé, les charges reprennent leur position d'équilibre et la polarisation disparaît. Ce sont des matériaux paraélectriques. La force de viscosité varie en fonction du modèle utilisé.

Etude de la structure en domaines d'un matériau ferroélectrique

Un cristal ferroélectrique est généralement formé de régions homogènes appelées « domaines » séparées par des parois. Chaque domaine possède un sens du vecteur polarisation différent de celui du voisin. La polarisation résultante du cristal représente la somme géométrique des vecteurs polarisations des différents domaines.



Représentation schématique des domaines ferroélectriques

Cycle d'hystérésis

La variation de la polarisation des matériaux ferroélectriques en fonction du champ n'est pas linéaire. Si le champ électrique appliqué est alternatif , la polarisation décrit un cycle d'hystérèsis.

La Figure suivante représente le cycle d'hystérésis d'un matériau ferroélectrique soumis à un champ électrique extèrne. Cette réponse électrique est associée à l'existence, au sein du ferroélectrique, de régions présentant chacune une polarisation indépendante. L'amplitude et le sens du champ électrique appliqué permettent de modifier cet arrangement en domaines ferroélectriques. En effet, certains domaines, présentant une orientation de polarisation proche de celle du champ électrique externe vont croître au détriment d'autres domaines d'orientation différente. Ainsi, la polarisation macroscopique résultante dépend de l'aptitude des frontières entre deux domaines adjacents, encore appelées parois de domaine, à se déplacer sous l'effet du champ électrique extèrne. Ces parois, très fines (typiquement de 1 à 10 mailles cristallines), peuvent être considérées comme des zones de changements abrupts de la direction de polarisation. Il est important de noter que, sur la Figure 1-9, la courbe OAC représente la courbe de première polarisation caractéristique d'un matériau vièrge, i.e. soumis pour la première fois à un champ électrique. Cette étape modifie considérablement l'arrangement en domaines en le faisant passer, de manière irréversible, d'un état aléatoire ne présentant aucune polarisation macroscopique à un état organisé. Le matériau ainsi polarisé présente, en l'absence de champ appliqué, deux états de polarisations stables (états de polarisation rémanents P_{r+} et P_{r-}) correspondant à deux configurations distinctes en domaines.



cycle d'hystérésis

Nous avons fait un rappel sur les concepts généraux concernant les diélectriques exceptionnellement les ferroélectriques, Maintenant nous allons posé la problématique.

DEUXIEME CHAPITRE

Problèmatique

Chapitre 2

Problématique

2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous rappelons la théorie de transition de phase de L.D.Landau. La problématique ainsi que notre contribution seront aussi présentés.

2.2 Théorie de Landau sur la Transition de Phase

Bien que cette théorie soit basée sur des hypothèses très simples. Elle permet d'appréhender l'essentiel des idées physiques relatives aux transitions de phase continues.

L'idée est de supposer que l'énergie libre du système peut être développer comme une série convergente du paramètre d'ordre. Dans ce développement, seuls les termes ayant une symétrie compatible avec celle du système sont retenus.

Pour mieux comprendre cette théorie, prenons un exemple bien connu, l'eau et ses diverses phases :solide (glace), liquide, gaz (vapeur) qu'on peut distinguer dans l'expérience quotidienne. Les transitions d'une phase à l'autre qu'un changement de température permet d'observer sont très familiers :

- Gel (dégel): transition solide-liquide

- Ebullition (condensation): transition liquide-gaz
- Sublimation: transition solide-gaz.

Ce qui caractérise ces transitions, c'est le changement qualitatif, la discontinuité des propriétés : une petite variation d'un paramètre (température, pression ...) déclenche une modification qualitative spectaculaire.

La physique de la matière condensée est très riche d'exemples de telles transitions : citons les transitions magnétiques, ferroélectriques, superfluides, supraconductrices, etc ...

Pour un système donné, on fait varier un certain nombre de paramètres (température, pression, champs extérieurs, etc ...).

Pour mettre en évidence les diverses phases du système et en explorer les domaines d'existence, on consigne les résultats sur une carte: un diagramme de phase. Pour fixer quelques idées, considérons le diagramme de phases suivant (figure 2.1):



Figure 2.1: Diagramme de phase

C'est le diagramme (pression, température) montrant les domaines d'existence de trois phases (solide, liquide, gaz). On note deux points particuliers: le point triple Tt, à la jonction des trois domaines ; et le point critique (Pc, Tc), point d'arrêt à la frontière entre domaines liquide et gaz. En tournant autour du point critique, on peut passer continûment de la phase liquide à la phase gazeuse sans transition discontinue.

Dans le cas de la transition entre les phases liquide et gaz, il existe des conditions de pression et de température pour lesquelles la transition entre le liquide et le gaz devient du second ordre. Près de ce point critique, le fluide est suffisamment chaud et comprimé pour que l'on ne puisse pas distinguer les phases liquides et gazeuses. On retrouve également ce type de transition dans les systèmes magnétiques

Les phases avant et après transition ont souvent, mais pas systématiquement, des symétries différentes.

Considérons par exemple la transition entre un fluide (liquide ou gaz) et un solide cristallin. Le fluide est composé de molécules arrangées de manière désordonnée mais homogène, il possède une symétrie translationnelle continue : chaque point dans le fluide a les même propriétés que n'importe quel autre point. Le solide cristallin par contre est fait d'atomes arrangés selon un réseau. Ce réseau est hétérogène et anisotrope : les propriétés varient grandement d'un point à un autre, et selon les directions considérées, mais sont périodiques.

La transition ferromagnétique est un autre exemple d'une transition brisant la symétrie; il s'agit dans ce cas de la symétrie des courants électriques et des lignes de champ magnétique. Cette symétrie est brisée par la formation de domaines magnétiques contenant des moments magnétiques alignés. Chaque domaine a un champ magnétique pointant dans une direction fixée choisie spontanément pendant la transition de phase. On parle de « symétrie de haut et bas », ou de « symétrie d'inversion du temps » car les courants électriques inversent leur direction quand le sens du temps est inversé.

La présence ou l'absence d'une rupture de symétrie est importante pour le comportement des transitions de phase. Ceci fut pointé par Landau : il n'est pas possible de trouver une fonction continue et dérivable entre des phases possédant une symétrie différente. Ceci explique qu'il n'est pas possible d'avoir un point critique pour une transition solide cristallin-fluide. Les transitions brisant une symétrie sont nécessairement du premier ou du second ordre.

En général, la phase la plus symétrique est la phase stable à haute température; c'est par exemple le cas des transitions solide-liquide et ferromagnétique. En effet, l'Hamiltonien d'un système présente habituellement toutes les symétries possibles du système, et certaines de ces symétries sont absentes dans les états de basse énergie ; on appelle ceci la rupture spontanée de symétrie.

La rupture de la symétrie nécessite l'introduction de variables supplémentaires pour décrire l'état du système. Par exemple dans la phase ferromagnétique, il faut pour décrire le système indiquer l'« aimantation nette » des domaines qui s'opère lors du passage sous le point de Curie. Ces variables sont des paramètres d'ordre. Notez cependant que les paramètres d'ordre peuvent aussi être définis pour des transitions qui ne rompent pas la symétrie.

2.3 Classification des transitions de phase

Une notion très féconde pour classer les transitions fut introduite par L.D. Landau (1937), qui remarqua que le passage d'une phase a l'autre, lors d'une transition sans chaleur latente, s'accompagnait d'un changement de symétrie[14]. A ce changement de symétrie, Landau associa la notion de paramètre d'ordre. Cette grandeur physique, de caractère extensif, est nulle dans la phase la plus symétrique et non nulle dans la phase la moins symétrique. La phase ordonnée, pour laquelle le degré d'ordre est différent de zero est moins symétrique que la phase désordonnée.

Dans le cas par exemple du titanate de Baryum : le paramètre d'ordre de la transition paraélectrique-ferroélectrique est la polarisation diélectrique.

La notion de paramètre d'ordre permet de classer les transitions de la manière suivante : On distingue deux types de transitions[15] :

Les transitions sans paramètre d'ordre(transition du premier ordre) (figure1.2): Si le paramètre d'ordre est discontinu au point de transition (figure1.3); il y a un équilibre

entre les deux phases au point de transition. C'est le cas de la transition liquide-gaz ou de la fusion de la glace, par exemple.

Les transitions avec paramètre d'ordre(transition du second ordre)-(figure1.4): Si le paramètre d'ordre est continu au point de transition (figure1.5); on passe continûment d'une phase a l'autre mais celles ci ne sont jamais en équilibre l'une avec l'autre. Un exemple de ce type correspond à la transition ferro électrique-para électrique ou le passage d'un supraconducteur a un conducteur.



Figure 2.2: Paramètre d'ordre

Figure 2.3: Inverse de la constante diélectrique



figure 2.4: Paramètre d'ordre



Figure 2.5: Inverse de la constante diélectrique

2.4 Problématique

Une etude de la transition de phase dans le diélectrique d'un condensateur à déja été faite par F.Belkhouche[4], en utilisant la méthode de la dérivée optimale proposée par Benouaz et Arino[16], L'introduction de ce condensateur dans des circuits électriques, provoque une non linéarité. Cette étude du système non linéaire a conduit les physiciens à la découverte d'un très grand nombre de systèmes présentant des comportements complexes et étranges. Ces comportements qui sont semblables à des comportements aléatoires bien que les systèmes non linéaires soient déterministes ont été explorés en mathématiques par des nouvelles méthodes topologiques. L'expérience, les mesures et la simulation numérique ont montré qu'un très grand nombre de systèmes physiques subissent la bifurcation et le chaos, en commençant par les systèmes mécaniques les plus simples: Un système de plusieurs pendules avec plusieurs positions d'équilibre. Le chaos a été justement remarqué dans les circuits non linéaires, les systèmes aeroélastique, les systèmes electromagnétomécanique, etc

En effet une séquence de bifurcations ramenant à la turbulence a été proposée par Landau. Ruelle et Takens ont été les premiers à démontrer qu'un attracteur étrange peut s'établir à partir d'une séquence finie de bifurcation et crée ainsi des modèles turbulents.

2.4.1 Condensateur non linéaire controlé par la température

Un condensateur non linéaire peut être retrouvé par exemple dans une diode varicap. Cependant, il existe des diélectriques qui peuvent être contrôler par la température. Ce qui permet la réalisation de condensateur non linéaire. Nous pouvons présenter le potentiel thermodynamique Φ diélectrique comme une fonction de P, de T et de ζ (où ζ représente une grandeur d'écart des atomes, ζ peut être le degré d'ordre, ou bien une grandeur de déplacement etc.), Si on considère la transition de phase à une pression donnée, la fonction du potentiel thermodynamique peut s'écrire

$$\Phi(P,T,\zeta) = A(T) = a(T - Tc)$$
(2.1)

Où Tc désigne la température de transition de phase et $a = \frac{\partial A}{\partial T}\Big|_{T=Tc}$ une constante dans le modèle de transition de phase.

L'énergie du diélectrique par unité de volume s'écrit

$$G = \frac{A}{2}D^2 + \frac{B}{4}D^4$$
 (2.2)

Puisque le champ électrique dans les milieux matériels vérifie

$$dG = EdD. (2.3)$$

La relation cherchée entre D et E s'écrit

$$E = AD + BD^3. (2.4)$$

On passe donc continûment de l'état le moins symétrique à l'état le plus symétrique.

2.4.2 Circuits réalisés par un condensateur non linéaire

Circuit RLC non linéaire

Au cours des deux dernières décennies la recherche sur les comportements complexes des circuits électroniques non linéaires modélisées par des équations non linéaires a évolué rapidement. La réalisation d'un circuit RLC (figure 2.6)comportant un condensateur non linéaire permet de visualiser les solutions et par la suite de mieux comprendre le comportement dynamique du circuit.



Figure 2.6: Circuit RLC série

L'équation d'état régissant ce système est le suivant:

$$\ddot{D} + \frac{R}{L}\dot{D} + \frac{e}{LS}A_0\left(T - T_c\right)D + \frac{e}{LS}BD^3 = \frac{U}{LS}e^{(i\omega t)}$$
(2.5)

Le condensateur non linéaire est un condensateur plan dont e est l'épaisseur, S représente la surface.

L'équation (2.5) est une équation différentielle ordinare du second ordre, dont on peut la résoudre, en utilisant l'O.D.E 45 un programme qui fait parti de la bibliothèque de Matlab.

La résolution numérique de l'équation (2.5) nous permet de tracer la variation de l'induction électrique au cours du temps à la température de transition de phase ($Tc = 23.5^{\circ}C$).



Figure 2.2 Plan de phase (D,\dot{D}) à T=Tc

D'aprés les figures (2.2), nous constatons qu'à la température de transition de phase, les solutions convergent vers un cycle limite, c'est à dire apparition de solutions périodiques (c'est le cas d'ne bifurcation **Hopf**[17]).

Circuit RC non linéaire



figure 2.3: Circuit RC série

Le modèle du circuit LC non linéaire est le suivant:

$$\dot{D} + \frac{e}{RS}A_0 \left(T - T_c\right)D + \frac{e}{RS}BD^3 = \frac{U}{RS}e^{(i\omega t)}$$
(2.6)

Dans le cas où on enlève la source de tension c'est à dire quand U = 0, l'équation (2.6) prend la nouvelle forme:

$$\begin{cases} \dot{D} = -\frac{e}{RS} A_0 \left(T - T_c\right) D - \frac{e}{RS} B D^3 \\ D(0) = D_0 \end{cases}$$
(2.7)

On se propose de faire une étude pour le modèle du circuit donné par l'équation (2.7). La méthode de linéarisation est la dérivation optimale proposée par Benouaz et Arino [16]. Il s'agit d'associer au système 2.7, un système de la forme

$$\begin{cases} \dot{D} = AD\\ D(0) = D_0 \end{cases}$$
(2.8)

Aprés avoir utiliser cette méthode, on constate que le système 2.8 possède trois points d'équilibre, en posant $\delta = \frac{A_0 \left(T - Tc\right)}{B}$ on obtient par la linéarisation optimale les systèmes linéaires suivants

Au voisinage de l'origine

$$\frac{dD}{dt} = a_1 D = \left[\delta - \frac{D_0^2}{2}\right] D \tag{2.9}$$

Au voisinage de $D_{2eq}=\sqrt{\delta}$

$$\frac{dD}{dt} = a_2 D = 2 \left[-\delta - \frac{D_0^2}{4} - 2D_0 \sqrt{\delta} \right] D \tag{2.10}$$

Au voisinage de $D_{3eq}=-\sqrt{\delta}$

$$\frac{dD}{dt} = a_3 D = 2 \left[-\delta - \frac{D_0^2}{4} + 2D_0 \sqrt{\delta} \right] D \tag{2.11}$$

En effet pour une température inférieure à la température de transition de phase le système possède trois points d'équilibre, la stabilité de chacun d'eux dépend de la température.

Le problème se pose à la valeur de transition de phase. La méthode de la dérivation optimale prévoit un équilibre instable à l'origine et donc permet de conclure que le système subit une bifurcation fourche supercritique[4].

À la transition de phase, les figures (2.5), (2.6) et (2.7) montrent les champs de vecteurs représentant l'induction électrique à l'état d'équilibre; Avant la température de transition de phase, à la température de transition de phase et après la température de transition de phase.



Figure 2.5: Champ de vecteurs de l'induction électrique à T<Tc



Figure 2.6: Champ de vecteurs de l'induction électrique à T=Tc



Figure 2.6: Champ de vecteurs de l'induction électrique à T>Tc

Le modèle de transition de phase de Landau permet d'expliquer les changements qualitatifs dans les circuits réalisés avec un condensateur non linéaire, le comportement des solutions peut être très varié et subit plusieurs formes de bifurcations.

En outre, à la température de transition de phase, le comportement qualitatif des solutions est ignoré(puisque l'état du matériau est ignoré d'un point de vue théorique). Le modèle linéarisé proposé permet de savoir la nature des équilibres à la valeur de bifurcation avec une trés grande précision.

À la suite des travaux de Belkhouche [4], notre but est l'étude de cete transition de phase d'un point de vue thermique, c'est à dire de voire l'influence de la température sur les propriétès physiques du matériau diélectrique, et par la suite sur le comportement dynamique du circuit réalisé par de tel condesateur.

2.5 Position du problème

La bifurcation caractérisée par une transition de phase c'est à dire une température où le matériau change qualitativement de structure existe dans un certain nombre de diélectriques. Le modèle de Landau permet d'interpréter ce genre de bifurcation, le paramètre d'ordre qui va la contrôler est la température.

Considérant le circuit RLC série suivant:



Figure 2.7 : Circuit RLC série

Le fait que la constante diélectrique varie en fonction de la température, signifie que la capacité du condensateur n'est pas constante et dépend du champ électrique appliqué ansi que de la température, d'où l'utilité d'une telle démarche, c'est à dire la nécessité de trouver une relation entre l'induction et le champ électrique.

Pour trouver cette relation nous allons combiner deux modèles; d'une part le modèle des transitions de phases de Landau, qui nous donne l'expression du potentiel thermodynamique en fonction du paramètre d'ordre η et d'autre part la thermodynamique des diélectriques dans un champ électrique qui exprime la contribution du champ à l'énergie libre du diélectrique.

Remarque 1: Le paramètre d'ordre η est interprérté par l'induction électrique dans notre étude.

Pour cela nous allons considèrer le voisinage du point de transition, on développe le po-

tentiel thermodynamique $F(P, T, \eta)$ en série suivant les puissances de η : [9]

$$F(P,T,\eta) = F_0 + A\eta^2 + B\eta^3 + C\eta^4 + \dots$$
(2.12)

Où les coefficients α, A, B, C, \dots sont des fonctions de P(la pression) et T(la température).

Avec

$$A = a \left(T - T_c \right)$$

Où Tc désigne la température de Curie.

Et d'autre part la thermodynamique des diélectriques dans un champ élecrique qui exprime la contribution du champ à l'énergie libre du diélectrique [5]

$$dG = EdD, (2.13)$$

Avec G: l'énergie libre du diélectrique, E le champ électrique appliqué, et D l'induction électrique.

L'équation (2.13) permet avec l'équation (2.2) d'obtenir la loi de comportement du champ électrique en fonction de l'induction électrique dans les milieux diélectriques; après l'avoir trouver, nous voyons apparaître le terme non linéaire.

$$E = AD + BD^3 \tag{2.14}$$

Notre problème est:

-D'etablir la loi de comportement de la polarisation spontanée du diélectrique en fonction de la température.

-De trouver l'équation d'état régissant notre circuit électronique, afin de voir son comportement dynamique pour des températures supérieures et inférieures à la température de transition de phase.

TROISIEME CHAPITRE

Résolution du problème
Chapitre 3

Résolution du problème

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la résolution de notre problème, nous présentons le principe de fonctionnement des condensateurs ferroélectriques, nous essayons aussi de trouver une relation entre le champ électrique du diélectrique et l'induction. Cette équation va nous permettre de proposer une solution à notre problème

Le comportement dynamiques de notre circuit est déduit des solutions des équations.

3.2 Le principe de fonctionnement des condensateurs ferroélectriques

Dans un premier temps, nous allons introduire le mode de fonctionnement des condensateurs ferroélectriques ainsi que l'avantage de les utiliser.

Tous les condensateurs nécessitent la présence d'un diélectrique et tous les diélectriques utilisés ne sont pas forcément de même nature. Certains sont reliés avec des films plastiques, d'autres de verre, de mica, de papier et bien sûr certains de ferroélectriques. Nous allons maintenant exprimer la capacité d'un condensateur plan, figure(3.1) par la relation suivante:

$$C = \varepsilon \frac{S}{d} \tag{3.1}$$

S et d sont respectivement la surface et la distance entre les électrodes et ε la constante diélectrique du matériau.



Figure 3.1:Condensateur plan

L'insertion d'un diélectrique entre deux armatures augmente les capacités des condensateurs car le diélectrique se polarise, (figure 3.2). En d'autres termes, le diélectrique permet d'accumuler plus de charges sur les armatures que lorsque le vide se trouve entre celles-ci.



Figure 3.2: Polarisation du diélectrique.

On utilise les matériaux ferroélectriques comme diélectriques car il possèdent une forte constante diélectrique, ce qui permet aux condensateurs d'accumuler plus de charges.

3.3 Relation entre le champ électrique et l'induction électrique dans un diélectrique

Notre but est de trouver une relation entre le champ électrique et l'induction, pour cela nous allons nous baser sur la théorie de Landau.

Puisque dans notre cas nous avons choisi un diélectrique qui est un ferroélectrique, le paramètre d'ordre η sera interprété par l'induction électrique. L'énergie libre du système, en l'absence de champ électrique E est une fonction $F(P, T, \eta)$, c'est la première hypothèse.

D'après Landau, le terme du premier ordre dans le développement est identiquement nul $\eta \equiv 0$. En ce qui concerne le coefficient A(P,T) dans le terme du second ordre, il est facile de voir qu'il doit être nul au point de transition même. En effet, dans la phase symétrique la valeur $\eta = 0$ doit correspondre à un minimum de F; pour cela il est évidemment indispensable que A > 0. Au contraire, de l'autre côté du point de transition dans la phase non symétrique, des valeurs de η différentes de zéro correspondant à un état stable(c'est à dire à un minimum de F); ceci n'est possible que pour A < 0.

Comme A est positif d'un côté du point de transition et négatif de l'autre, il doit par conséquent s'annuler en ce point:

$$A_c(P,T) = 0 \tag{3.2}$$

où l'indice c désigne le point de transition.

Mais pour que le point de transition soit lui même stable, c'est à dire pour qu'également en ce point F en fonction de η ait un minimum (pour $\eta = 0$), il est indispensable que le terme du troisième ordre s'annule, lui aussi, et le terme du quatrième ordre soit positif:

$$B_{c}(P,T) = 0, C_{c}(P,T) > 0$$
(3.3)

Comme le coefficient C est positif au point de transition, il l'est également à son voisinage.

Deux cas sont disponibles.

1^{er}cas: Le terme du troisième ordre peut se trouver être identiquement nul par suite des propriétés de symétrie du cristal: $B(P,T) \equiv 0$. Pour le point de transition il ne resta plus maintenant qu'une condition

$$A(P,T) = 0$$

qui détermine P(pression) et T(température) l'un en fonction de l'autre. Ainsi, il y a(dans le plan P, T) toute une ligne de points de transitions de phase de seconde espèce. $2^{\text{ème}}$ cas: Si B n'est pas identiquement nul, les points de transitions se déterminent par les deux équations:

$$A(P,T) = 0, B(P,T) = 0$$

Par conséquent, dans ce cas les points de transitions de phase continues se trouvent être des points isolés.

Le cas où toute une ligne de points de transitions continue est le plus intéressant à étudier. Seuls de tels cas sont appelés transitions de phase de seconde espèce. Ainsi, nous avons suppose que $B(P,T) \equiv 0$ de telle sorte que le développement du potentiel thermodynamique prenne la forme:

$$F(P,T,\eta) = F_0(P,T) + A(P,T)\eta^2 + C(P,T)\eta^4 + \dots$$
(3.4)

Ici C > 0 et pour ce qui est de A, on a A > 0 dans la phase symétrique et A < 0 dans la phase non symétrique; les points de transition se déterminent par l'équation A(P,T). Si l'on considère une transition à pression donnée, au voisinage du point de transition(dont la température sera désignée par T_c) on peut écrire.

$$A(T) = a(T - T_c).$$

$$(3.5)$$

Alors le développement de l'énergie libre en fonction de l'induction ne contient que des termes paires en η .

On obtient:

$$F(P,T,\eta) = F_0 + A(P,T)\eta^2 + C(P,T)\eta^4 + \dots$$
(3.6)

 ${\cal G}_0$ etant l'énergie libre du système à l'équilibre.

A l'équilibre, le paramètre d'ordre est une solution de l'équation

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} = 0 \tag{3.7}$$

Faisons la résolution de l'équation (3.4), pour trouver les positions d'équilibre de l'énergie libre.

$$\frac{\partial F}{\partial \eta} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \left(F_0 + A\left(P, T\right)\eta^2 + C\left(P, T\right)\eta^4\right)}{\partial \eta} = 0 \tag{3.8}$$

Alors:

$$A(P,T)\eta + C(P,T)\eta^{3} = 0$$
(3.9)

On trouve aisément les solutions suivantes:

$$\eta = 0 \qquad \text{Si } T \ge T_c$$

$$\eta = \pm \sqrt{\frac{a \left(T_c - T\right)}{C}} \qquad \text{Si} T < T_c$$
(3.10)

Dans les cristaux ferroélectriques une polarisation électrique spontanée P apparaît au dessous d'une température spécifique du matériau. Ce phénomène s'appelle la ferroélectricité par analogie avec l'apparition d'une aimantation permanente dans un ferromagnétique.

Un solide ferroélectrique possède, par définition, un moment dipolaire électrique macroscopique permanent en l'absence de champ électrique. A température élevée les dipôles électriques individuels des ions sont orientés de façon aléatoire dans le solide(champ paraélectrique) puis, lorsqu'on abaisse la température; ils subissent une transition à la température de Curie: en l'absence du champ électrique les dipôles individuels s'orientent dans une direction commune, le solide devient ferroélectrique; il a subi une transition paraélectrique-ferroélectrique. Pour qu'un matériau puisse être ferroélectrique, il est nécessaire que les centres de gravité des charges électriques positives et négatives soient distincts et donc que le cristal ne possède pas de centre de symétrie d'après la figure(3.3).



Figure 3.3: Moment dipolaire non nul Figure 3.4: Moment dipolaire nul

Dans certains cristaux, la répartition des charges électriques et la grandeur des dipôles

électriques individuels des cellules du réseau sont très sensibles à une variation de température, par exemple un échauffement, et il peut apparaître une polarisation électrique permanente lors d'une variation de température:c'est la pyroélectricité.

Tout ferroélectrique est un pyroélectrique mais la réciproque n'est pas vraie(la tourmaline est, par exemple, un pyroélectrique non ferroélectrique).

Dans notre travail, on s'intéresse au Sel de Rochelle,(Rochelle Salt) dont la formule chimique est: $CO_2K - CHOH - CHOH - CO_2Na, 4H_2O$, et découvert en 1672 par de Seignette [5]

3.4 Relations thermodynamiques pour les diélectriques dans un champ électrique

Le champ électrique pénétrant à l'intérieur d'un corps diélectrique influe fortement sur les propriétés thermodynamiques[13]. Pour étudier ces propriétés, déterminons avant tout le travail fourni au diélectrique lors d'une variation infinitésimale du champ à l'intérieur de celui-ci.

Quant au champ électrique où se trouve le diélectrique, on doit le présenter comme s'il était produit par certains conducteurs étrangers chargés. La variation du champ peut alors être considérer comme le résultat de la variation des charges des conducteurs, pour plus de simplicité, supposons que nos n'avons qu'un seul conducteur de charge e et de potentiel φ . Le travail nécessaire pour augmenter sa charge d'une grandeur infinitésimale δ_e est:

$$\delta R = \varphi \delta_e \tag{3.11}$$

C'est le travail mécanique, fourni par le champ donné à la charge δ_e que l'on apporte

de l'infini (où le potentiel du champ est nul sur la surface du conducteur, cette charge parcourant ainsi cette différence de potentiel égale à φ .

Exprimons δR en fonction des valeurs du champ dans l'espace diélectrique entourant le conducteur.

Si D_n est la projection du vecteur de l'induction électrique sur la direction de la normale à la surface du conducteur, extérieur au diélectrique et extérieur au conducteur. La densité superficielle des charges sur la surface du conducteur est égale à $-D_n/4\pi$ ainsi:

$$e = \frac{1}{4\pi} \oint D_n df = -\frac{1}{4\pi} \oint D df \qquad (3.12)$$

Comme le potentiel φ est constant sur toute la surface du conducteur, on peut écrire

$$DR = \varphi \delta_e = -\frac{1}{4\pi} \oint \varphi \delta D df = -\frac{1}{4\pi} \int div \left(\varphi \delta D\right) dV$$
(3.13)

La dernière intégrale de droite est prise dans tout le volume extérieur au conducteur. Puisque le champ initial varie, il satisfait aux équations:

$$div\left(\delta D\right) = 0$$

D'où

$$div\left(\varphi\delta D\right) = \varphi div\delta D + \delta D grad\varphi = -E\delta D$$

On obtient ainsi la formule fort intéressante suivante:

$$\delta R = \int \frac{E\delta D}{4\pi} dV \tag{3.14}$$

Soulignons que dans cette formule l'intégration s'effectue sur tout le champ, y compris la région du vide si le milieu diélectrique n'occupe pas tout le volume de l'espace extérieur aux conducteurs.

Le travail fourni à un corps thermo-isolé n'est rien d'autre que la variation de l'énergie du corps à entropie constante. Ainsi, il faut ajouter l'équation (3.14) déjà trouvée à la relation thermodynamique déterminant une variation infinitésimale de l'énergie totale du corps, qui comprend l'énergie du champ électrique.

En désignant cette énergie par U, on a par conséquent:

$$\delta U = T\delta S + \frac{1}{4\pi} \int E\delta DdV \tag{3.15}$$

T étant la température, S l'entropie du corps. Donc pour l'énergie libre totale F = U - TS(cette grandeur n'est utilisable que si la température est constante le long du corps), on a alors:

$$\delta F = -S\delta T + \frac{1}{4\pi} \int E\delta DdV. \tag{3.16}$$

Des relations thermodynamiques analogues peuvent également être écrites pour des grandeurs apportées à l'unité de volume du corps. Soient U, S et ρ l'énergie interne, l'entropie et la masse par unité de volume du corps. La relation thermodynamique ordinaire (en absence de champ) pour l'énergie interne dans un volume donné est:

$$dU = TdS + \xi d\rho \tag{3.17}$$

Où ξ est le potentiel chimique de la substance. Lorsqu'il y a un champ dans le diélectrique, il faut ajouter un terme pris dans l'expression sous l'intégrale dans(3.15):

$$dU = TdS + \xi d\rho + \frac{1}{4\pi} EdD \tag{3.18}$$

Pour l'énergie libre F = U - TS par unité de volume du diélectrique, on a

$$dF = -SdT + \xi d\rho + \frac{1}{4\pi} EdD \tag{3.19}$$

Les relations obtenues sont à la base de la thermodynamique des diélectriques.

Nous voyons ainsi que les grandeurs U et F sont les potentiels thermodynamiques par rapport aux variables respectivement S, ρ , D et T, ρ , D.

En particulier, on peut obtenir le champ E en dérivant ces potentiels par rapport aux composantes du vecteur D:

$$E = 4\pi \left(\frac{\partial U}{\partial D}\right)_{S,\rho} = 4\pi \left(\frac{\partial F}{\partial D}\right)_{\rho,T}$$
(3.20)

Maintenant, nous essayons de résoudre notre problème.

Le but est de voir l'influence de la température sur les propriétés physiques des diélectriques.

3.5 Influence de la température sur les propriétés physiques du diélectrique

Le sel de Rochelle présente une polarisation spontanée même en l'absence d'un champ électrique, celle-ci tend continûment vers zéro à la température de transition de phase (T_c) On peut tracer la polarisation spontanée en fonction de la température, figure(3.5).



Figure 3.5: Lapolarisation spontannée

En présence d'un champ électrique extérieur E, le potentiel thermodynamique s'écrit:

$$\Psi = G - EP \tag{3.21}$$

Où G est donné par le développement de Landau (3.6). On définit la constante diélectrique ε_T par

$$\frac{1}{\varepsilon_T} = \left(\frac{\partial E}{\partial P}\right)_T$$

A l'équilibre thermique la polarisation électrique P obéit à l'équation avec E = 0, on a donc, a partir de (3.6) et (3.10)

$$\frac{\partial E}{\partial P} = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial G}{\partial P} \right) - \frac{\partial \Psi}{\partial P}.$$
(3.22)

Puisque $\frac{\partial \Psi}{\partial P} = -E$ et la polarisation spontanée a lieu lors de l'annulation du champ électrique(c'est à dire à E = 0), il vient que

$$\frac{\partial \Psi}{\partial P} = 0$$

L'équation (3.22) devient:

$$\frac{\partial E}{\partial P} = \frac{1}{P} \left(AP + cP^3 \right) = A + cP^2$$

Alors les lois de comportement de la constante diélectrique sont les suivantes[9]: Si $T \ge T_c$ et d'après (3.10)

$$\varepsilon_T^{-1} = a \left(T - T_c \right) \tag{3.23}$$

Et si $T < T_c$

$$\varepsilon_T^{-1} = 2a \left(T_c - T \right) \tag{3.24}$$

Nous traçons les lois de comportement de la constante diélectrique en fonction de la température au cours du temps, sur les figures (3.6) et (3.7).



Figure 3.6: Evolution de la constante diélectrique pour $T < T_c$



Figure 3.7: Evolution de la constante diélecrique pour $T \geq T_c$

3.5.1 Conclusion

Nous avons trouver deux relations importantes:

La première est issue à partir du modèle de Landau, elle nous permet de connaître la variation de l'énergie libre d'un ferroélectrique en fonction de la polarisation.

La deuxième loi d'après la thermodynamique des diélectriques, elle aussi nous donne une autre relation entre le champ électrique et l'énergie libre du diélectrique.

Nous déduisons aussi que La constante diélectrique prend sa valeur maximale de l'ordre de 1000 à la température de transition de phase ($T_c = 23.5^{\circ}C$) [6], ce qui permet au condensateur d'accumuler le maximum de charge à cette même température.

QUATRIEME CHAPITRE

Contribution à l'étude

des transitions de phase

Chapitre 4

Contribution à l'étude des transitions de phase

4.1 Introduction

Ce chapitre est réservé à notre contribution dans l'étude des transitions de phases. Une étude d'un point de vue thermique sera faite pour voir l'influence de la température sur l'induction électrique, et par conséquent sur le comportement dynamique de notre circuit électrique.

4.2 Influence de la température sur l'induction électrique (RLC série)

On s'intéresse maintenant à l'étude de la variation de l'induction électrique en fonction de la température du condensateur non linéaire placé dans différents circuits.

1)-Circuit RLC série:

Le circuit est soumis à une tension alternative de pulsation ω et d'amplitude U. L'appliction des lois de Kirshhoff permet d'obtenir:

$$RI + \frac{Q}{C} + L\dot{I} = Ue^{(i\omega t)} \tag{4.1}$$

Où R, L, C sont respectivement la résistance, l'induction et la capacité du circuit, I est l'intensité du courant, et Q la charge aux bornes du condensateur.



Figure 2.1 :Circuit RLC série

Sachant que
$$I = \frac{dQ}{dt}$$
 et $\frac{dI}{dt} = \dot{I} = \ddot{Q}$
 $R\dot{Q} + \frac{Q}{C} + L\ddot{Q} = Ue^{(i\omega t)}$ (4.2)

Si la capacité du condensateur est constante, alors on obtient les oscillations forcées d'un oscillateur harmonique dont la fréquence propre est:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \tag{4.3}$$

Cependant la capacité n'est pas constante, puisqu'on va placer un ferroélectrique entre ses armatures, ce qui complique un peu les choses. La capacité du condensateur est alors[11]:

$$C = \frac{\varepsilon S}{e} \tag{4.4}$$

Le fait que la capacité varie signifie que ε n'est pas constant, et dépend du champ E auquel le condensateur est soumis. Il faut donc se ramener à des quantités facilement mesurables. écrivons:

$$D = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon E \tag{4.5}$$

Où D est l'induction électrique et P la polarisation du diélectrique. Et d'après [5]nous avons:

$$\operatorname{div} \overrightarrow{D} = \rho \tag{4.6}$$

Où ρ est la densité de charge libres (c'est à dire, les charges en plus de celles dues à la polarisation du diélectrique). Le milieu étant considéré comme homogène, \overrightarrow{D} est constant, et sa divergence nulle, ainsi ρ est nulle, sauf en surface. Donc, en utilisant la définition de la divergence suivante:

$$div\,\overrightarrow{A} = \lim_{\nu \to 0} \left[\frac{\int_s \overrightarrow{A} \, d\overrightarrow{S}}{\nu} \right]$$

Où S est la surface qui limite le volume élémentaire ν , et \overrightarrow{A} un vecteur qui peut être un champ électrique, un champ magnétique, une induction électrique,... De plus:

$$div \overrightarrow{D} = \lim_{\nu \to 0} \left[\frac{\int_{S} \overrightarrow{D} \, d\overrightarrow{S}}{\nu} \right] \Rightarrow$$
$$\lim_{\nu \to 0} \frac{\int_{S} \overrightarrow{D} \, d\overrightarrow{S}}{\nu} = \rho.$$

On obtient $D=\sigma$ la densité surfaci que de charges sur les armatures du condensateur, et finalement:

$$DS = Q. \tag{4.7}$$

L'équation (4.1) se réécrit donc:

$$\ddot{D} + \frac{R}{L}\dot{D} + \frac{eE}{LS} = \frac{U}{LS}e^{(i\omega t)}$$
(4.8)

Où le champ E est une fonction non linéaire de D (donc l'équation (4.2) serait linéaire et ε une constante).

Et d'après la théorie de transition de phase de Landau, l'énergie libre par unité de volume du diélectrique s'écrit:

$$G = \frac{A}{2}D^2 + \frac{B}{4}D^4.$$
 (4.9)

Avec B > 0 et $A = A_0 (T - T_c)$ où $A_0 > 0$. Or d'après [5]:

$$dG = EdD \tag{4.10}$$

permet avec l'équation(4.9) d'obtenir la relation recherchée entre E et D

$$E = \frac{dG}{dD} = AD + BD^3 = D\left(A + BD^2\right).$$
(4.11)

Lorsque B peut être négligé, il s'agit simplement d'un oscillateur harmonique amorti, sinon, c'est plus compliqué.

Lorsque la température $T > T_c, A > 0$ et G présente

un minimum pour
$$D = 0$$

Lorsque la température $T < T_c, \, A > 0$ et G présente

un maximum pour
$$D = 0$$

deux minima pour $D = \pm \sqrt{-\frac{A}{B}}$. (4.12)



Figure 2.2: La variation de l'énergie libre du diélecrique pour différentes températures.

Nous pouvons ainsi voir la variation de l'énergie libre avec l'induction électrique pour des valeurs supérieures et inférieures à la température de Curie.



Figure 2.3: La variation du champ elèctrique pour différentes température



Fig 2.4: Variation de l'énergie libre en fonction de T < Tc au cours du temps



Fig 2.5: Variation de l'énergie libre en fonction de T > Tc au cours du temps

De cette façon le diélectrique ne présente pas de polarisation spontanée à l'équilibre à haute température (D = 0 si E = 0), mais se polarise même en l'absence de champ

extérieur en dessous de la transition $(D \neq 0 \text{ même si } E = 0 \Rightarrow P \neq 0).$

Il est possible de représenter la variation de l'énergie libre du diélectrique au cours du temps.

On peut ainsi réécrire l'équation (4.8)

$$\ddot{D} + \frac{R}{L}\dot{D} + \frac{e}{LS}A_0 (T - T_c) D + \frac{e}{LS}BD^3 = \frac{U}{LS}e^{(i\omega t)}$$
(4.13)

Pour calculer la fréquence propre, il faut appliquer une tension suffisamment faible pour pouvoir se contenter d'un développement limité du deuxième ordre de l'énergie libre au voisinage de la position d'équilibre, on peut calculer la fréquence propre de l'oscillateur harmonique à partir de (4.10) ainsi obtenu:

$$\omega_0^2 = \frac{e}{LS} \frac{dE}{dD} \to \omega_0^2 = \frac{e}{LS} \frac{d^2G}{dD^2}$$
(4.14)

Alors:

$$\omega_0^2 = \frac{e}{LS} \left(A + 3BD_0^2 \right) \tag{4.15}$$

Où D_0 est la valeur à l'équilibre de D, d'où: -Pour $T \ge T_c$, $D_0 = 0$, et

$$\omega_0^2 = \frac{eA}{LS}$$

-Pour $T < T_c, D_0 = \pm \sqrt{-\frac{A}{B}}$, et

$$\omega_0^2 = -2\frac{eA}{LS}.$$

Comme $A = A_0 (T - Tc)$, la fréquence de résonance du circuit tend vers zéro lorsque la température s'approche de la température de transition (figure.2.6). Il est clair que dans ce cas, dans l'approximation du développement limité à l'ordre 2, l'énergie libre devient constamment nulle, et la fréquence de résonance est également nulle.

On peut tracer cette fréquence propre pour le cas de notre matériau (Sel de Rochelle).



Figure 2.6: Variation de la fréquence propre en fonction de la température

Et d'autre part, nous savons que la fréquence propre d'un circuit RLC série est

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{4.16}$$

On peut aussi tracer cette variation de la fréquence propre au cours du temps. Par ailleurs le carré de la fréquence de résonance varie linéairement avec T - Tc comme on le voit sur la fig.3. On constate même que la pente est, en valeur absolue deux fois plus grande quand T < Tc que dans le cas contraire, en accord avec l'expérience [3]



Figure 2.9: Le carré de la fréquence propre en fonction de T

Maintenant nous allons voir comment varie l'induction électrique en fonction de la température, ce qui est le but de notre travail; pour ce faire nous allons étudié deux cas distincts : le cas des petites perturbations et le cas des grandes perturbations.

4.2.1 Cas des petites perturbations

On suppose que $D = D_0 + de^{(i\omega t)}$, où d est suffisamment petit pour que l'approximation linéaire reste valable.

donc:

$$D^{3} = \left(D_{0} + de^{(i\omega t)}\right)^{3} = \left[D_{0}\left(1 + \frac{d}{D_{0}}e^{(i\omega t)}\right)\right]^{3}$$

et comme $d \ll D_0$ alors ce terme peut être considéré comme ε , d'où

$$D^3 = D_0^3 \left(1 + \frac{3d}{D_0} e^{(i\omega t)} \right)$$

Nous remplaçons D^3 par sa valeur dans(4.13), nous obtenons

$$\ddot{D} + \frac{R}{L}\dot{D} + \frac{e}{LS}A\left(D_0 + de^{(i\omega t)}\right) + \frac{e}{LS}BD_0^3\left(1 + \frac{3d}{D_0}e^{(i\omega t)}\right) = \frac{U}{LS}e^{(i\omega t)}$$
(4.17)

D'autre part

$$\ddot{D} = -d\omega^2 e^{(i\omega t)}
\dot{D} = i\omega de^{(i\omega t)}$$
(4.18)

l'équation (4.17) devient:

$$-d\omega^2 e^{(i\omega t)} + \frac{R}{L} i\omega de^{(i\omega t)} + \frac{e}{LS} AD_0 +$$

$$\frac{e}{LS} Ade^{(i\omega t)} + \frac{e}{LS} BD_0^3 + 3d\frac{e}{LS} BD_0^2 e^{(i\omega t)} = \frac{U}{LS} e^{(i\omega t)}$$

$$(4.19)$$

Pour $T > Tc D_0 = 0$

L'équation (4.19) prend la forme suivante:

$$-dLS\omega^2 e^{(i\omega t)} + iRS\omega de^{(i\omega t)} + eAde^{(i\omega t)} = Ue^{(i\omega t)}$$

$$(4.20)$$

D'où la loi de comportement de l'induction électrique dans la phase paraélectrique

$$d\left[-LS\omega^{2} + iRS\omega + eA\right] = U \Rightarrow ||d|| = \frac{U}{\sqrt{\left(LS\omega^{2} - eA\right)^{2} + \left(\omega RS\right)^{2}}}$$
(4.21)

Pour $T < Tc \ D_0 = \pm \sqrt{-\frac{A}{B}}$ L'équation (4.19) prend une nouvelle forme dans cette phase:

$$-dLS\omega^2 e^{(i\omega t)} + iRS\omega de^{(i\omega t)} + eAde^{(i\omega t)} + 3d\frac{e}{LS}BD_0^2 e^{(i\omega t)} + \frac{e}{LS}D_0\left[A + BD_0^2\right] = Ue^{(i\omega t)}$$

Avec

$$3d\frac{e}{LS}BD_0^2e^{(i\omega t)} = -2d\frac{e}{LS}Be^{(i\omega t)}$$
 et
$$A + BD_0^2 = 0$$

Ainsi ,nous obtenons la loi de comportement de l'induction électrique dans la phase ferroélectrique, par la relation suivante:

$$d\left[-LS\omega^{2} + iRS\omega - 2eA\right] = U \Rightarrow ||d|| = \frac{U}{\sqrt{\left(LS\omega^{2} + 2eA\right)^{2} + \left(\omega RS\right)^{2}}}$$
(4.22)

On peut tracer cette induction électrique en fonction de la température dans les deux phases (ferro-paraélectrique):

Dans ce cas, l'agitation thermique est faible, il en résulte une polarisation spontanée, l'induction électrique prend sa valeur maximale à la température de transition de phase $(Tc = 23.5^{\circ}C)$.



Figure 2.12 : L'induction électrique pour T < Tc

Dans le cas où le diélectrique est paraélectrique:



Figure 2.13 : L'induction électrique pour 2.T > Tc

Dans cette phase, l'agitation thermique est forte, la polarisation est nulle et par conséquent l'induction électrique n'a plus lieu car les barycentres des charges positives et négatives de la maille élecmentaite sont distincts[5].

On peut aussi tracer cette induction électrique au cours du temps, remarquons que la transition de phase se fait à Tc, l'induction est maximale prés de l'équilibre (ferroélectriqueparaélectrique) car les moments dipolaires sont tous orientés dans le même sens que le champ électrique.



Figure 2.14 L'induction électrique pour T < Tc



Figure 2.15: L'induction électrique pour T > Tc

Jusqu'ici nous avons fait une étude sur le changement de phase subit par le Sel de Rochelle dans le cas de faibles perturbations.

Au cours de cette partie, nous nous sommes familiarisés avec la résolution d'un système non-linéaire par une approche approximative. De ce fait, l'approximation est valable pour des petites perturbations, et nos résultats coïncident avec l'expérience[3].

Le problème se pose dans le cas des fortes perturbations, car l'approximation linéaire n'a pas de sens dans ce cas, et la résolution analytique n'est plus possible; mais la résolution numérique peut nous informer sur le comportement du système. Ceci fera la cadre de la deuxième partie de notre travail.

4.2.2 Cas des fortes perturbations

Dans ce cas l'équation régissant le régime d'oscillation du circuit RLC non linéaire trouvée analytiquement est une équation différentielle du second ordre

$$\frac{d^2D}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dD}{dt} + \frac{e}{LS}A_0 (T - Tc) D + \frac{e}{LS}BD^3 = \frac{U}{LS}e^{(i\omega t)}$$
(4.23)

On peut la décomposer en deux équations différentielles du premier ordre en introduisant les deux variables suivantes:

$$y_1 = D \quad y_2 = \frac{dD}{dt}.\tag{4.24}$$

À partir de l'équation (??) on obtient le système.

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 \\ \frac{dy_2}{dt} + \frac{R}{L}y_2 + \frac{e}{LS}A_0 \left(T - Tc\right)y_1 + \frac{e}{LS}By_1^3 = \frac{U}{LS}e^{(i\omega t)} \end{cases}$$
(4.25)

Alors le fonctionnement de ce circuit est représenté donc par deux variables d'état: l'inductance et sa dérivée temporelle, et pour résoudre ce type d'équation on a choisi d'utiliser l'ode 45 [10], qui est un outil de la bibliothèque du Logiciel matlab. Nous traçons l'induction électriqueobtenons ainsi la figure(2.16):



Figue
2.16: Induction électrique pour $T < Tc \mbox{ et } T > Tc$

D'après cette figure, on constate qu'il y a bon accord avec la théorie. En effet D oscille autours de zero pour $T = 24^{\circ}C < Tc$, et autour d'une valeur non nulle pour $T = 23^{\circ}C < Tc$. Pour mieux apprécier le comportement de l'induction électrique en fonction de la température au cours du temps, nous traçons l'induction électrique dans l'espace des mouvements.

Ainsi, pour T < Tc, on obtient:



Fig 2.17: La variation temporelle de D

La tension excitatrice est sinusoïdale, dans ce cas nous remarquons qu'à T < Tc, le comportement de l'induction électrique est similaire à celui de la tension appliquée au circuit.

le problème se pose lorsque la température dépasse la température de transition de phase. Pour T>Tc



Figure 2.18: La variation temporelle de D

Nous pouvons aussi voir que le comportement de l'induction électrique est influencé par

le champ électrique appliqué (figure 2.19).

Un phénomène étrange et imprévu est illustré sur la figure (2.19).



Figure 2.19 : Dépendance temporelle de d pour $T = 23^{\circ}C$, pour des valeurs croissantes de la tension éxcitatrice.

Remarque 2: sur la Figure (2.19), nous constatons que l'augmentation de la tension d'excitation n'influe pas sur la périodicité du signal mais uniquement sur l'amplitude de la réponse.

Interprétation de la figure (2.19).

A cette température voisine, on fait varier la tension d'alimentation.

Pour des petites perturbations U=20V(courbe bleu); et U=40V(courbe rouge), comme nous le voyons sur la figure2.20, le système est périodique, donc rien de particulier. Mais à partir de U=55V(courbe verte), les périodes ne sont plus identiques, par exemple à t=236.36, il y'a un maximum aplati or, à t=236.37s le maximum est plutôt arrondi.

Ce que nous voyons est un cas de dédoublement de période, ce qui est étrange par rapport à l'oscillateur harmonique en oscillation forcée, car on sait qu'il doit osciller à la même fréquence que le générateur, mais là il oscille à la moitié de sa fréquence. Quand U=80V (courbe rose), les choses sont plus compliquées. Comme on le voie sur la figure (2.20), il n'y a plus de période du tout; le système a pris un comportement *chaotique* avec un conflit entre la période excitatrice et la période de la résonance.

Mais si on observe bien les figures ci dessous, on remarque que ce comportement n'est pas vraiment chaotique au sens propre du mot. Car on peut voir qu'il a une certaine allure, et c'est ce qui est appelé: *le chaotique déterministe*.

Comparaison des graphes:



Figure 2.20 : Dépendance temporele de D pour U=80



Figure 2.21 : Dépendance temporele de D pour U=55



Figure 2.22 : Dépendance temporele de D pour U=40

Après avoir fait l'étude de la transition de phase dans le diélectrique d'un condensateur relié en série avec une résistance et une induction, nous essayons dans cette prochaine partie de ce chapitre de voir l'influence de la température sur l'induction électrique de ce condensateur relié cette fois ci avec une résistance
4.3 Influence de la température sur l'induction électrique(RC série)

le circuit est soumis à une tension alternative de pulsation ω et d'amplitude U obéit à l'équation suivante:

$$RI + \frac{Q}{C} = Ue^{(i\omega t)} \tag{4.26}$$

Avec:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} \tag{4.27}$$

l'équation (13) prend la forme:

$$\dot{D} + \frac{eA}{RS}D + \frac{eB}{RS}D^3 = \frac{U}{RS}e^{(i\omega t)}$$
(4.28)

Où:

R: la résistance (Ohms).

S: surface des électrodes du condensateur (m^2) .

On ce place dans le cas d'un circuit non excité(la source de tension est enlevée), dans ce cas on considère que le condensateur est chargé.

l'équation (4.28) devient:

$$\dot{D} + \frac{eA}{RS}D + \frac{eB}{RS}D^3 = 0 \tag{4.29}$$

L'équation (4.29) a la forme d'une équation de Bernoulli, sa résolution se fait en utilisant

la méthode de la dérivation de la constante[7].

La solution de l'équation (4.29) nous donne la loi de comportement de l'induction en fonction de la température au cours du temps:

$$D(t) = \frac{1}{\sqrt{\frac{b \exp\left(-at\right)}{a}}}$$
(4.30)

Avec:

$$b = \frac{eB}{RS} \quad a = \frac{eA_0 \left(T - T_c\right)}{RS} \tag{4.31}$$

Après avoir trouvé la loi de comportement de l'induction électrique on peut tracer sa variation en fonction de la température au cous du temps.

Pour T < Tc, on obtient:



Fig2.23 L'induction électrique pour T < Tc

On remarque que la polarisation spontanée de notre diélectrique (Sel de Rochelle) est

de $0.0025C/cm^2$, elle diminue en fonction de la température. Notre condensateur est supposé initialement chargé, il joue le rôle d'un générateur.



Fig2.24 L'induction électrique pour T < Tc

Interpretation des figure (2.23) et (2.24)

les figures 2.23 et 2.24, illustrent le phénomène de transition de phase que subit notre diélectrique ainsi que le changement de ses propriétés microscopiques.

Pour T < Tc, l'agitation thermique est faible, il en résulte une polarisation spontanée. Mais pour $T \ge Tc$ l'agitation thermique est forte, la polarisation est nulle et par conséquent l'induction électrique n'a plus lieu car les barycentres des charges positives et négatives de la maille élementaire sont distincts[5].

4.3.1 Conclusion

En se basant sur le banc d'essai présenté auparavant et en utilisant la théorie de transition de phase de Landau, cela nous a permis de construire un modèle mathématique définissant le comportement dynamique de notre circuit. L'étude de notre système qui appartient a la famille des systèmes non linéaires nous a permis de découvrir le comportement complexe et étrange de l'induction. Ces comportement qui sont semblables à des comportement aléatoires bien que les systèmes non linéaires soient déterministes ont été explorés en mathématiques par des méthodes topologique, le chaos à été justement remarqué dans les circuits non linéaires qu'on a utiliser.

Il faut aussi noter que c'est grâce au modèle théorique qu'on a choisi, qui est le modèle de transition de phase de landau, qu'on a pu expliquer les changements qualitatifs dans le circuit réalisé à l'aide d'un condensateur non linéaire.

La température de transition de phase est un paramètre physique au quel s'opère des changements qualitatifs du diélectrique, celui ci passe d'un état ferroélectrique où sa polarisation spontanée n'est pas nulle vers un état paraélectrique ,dans ce cas la polarisation n'a plus lieu, ce passage nous a conduit à la découverte de certains changements des propriétés physiques du Sel de Rochelle.

Le choix du diélectrique dépend de sa température de transition de phase, celle ci ne doit pas être très loin des températures de d'utilisations des composantes électroniques, si non il faudra passer à de nouvelle méthodes technologiques afin de l'abaisser.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons fait une étude sur les transitions de phases ferroélectriquesparaélectriques. pour le cas du Sel de Rochelle, le banc d'essai sur le quel nous nous sommes basés, ainsi que le modèle de transition de phase de landau, nous ont permis d'étudier le comportement dynamiques circuit non linéaire et de voir l'influence de la température sur le principe de fonctionnement des condensateurs non linéaires et bien évidement sur le changement qualitatifs subit par les matériaux ferroélectriques.

Les principaux résultats se résument comme suit:

D'un point de vue microscopique, on peut conclure que notre diélectrique(sel de Rochelle) change de structure cristalline, pour une température inférieure à la température de Curie, il a une structure (monoclinique), il présente une dissymétrie qui lui confère un moment dipolaire permanent; et comme ces moments dipolaires sont orientés de la même façon il en résulte une polarisation spontanée, cela est bien vérifié, mais dés que la température dépasse Tc sa structure est orthorhombique, elle est alors symétrique et sa polarisation spontanée disparaît.

et d'un point de vue macroscopique l'induction électrique prend sa valeur maximale à Tcpuisque la constante diélectrique symbolisant la propriété du condensateur à s'opposer au passage du courant électrique est maximale à cette même température.

L'étude de notre circuit électrique hanarmonique nous à conduit à la découverte du phénomène du chaos.

Visiblement, il reste beaucoup à faire pour comprendre les phénomènes de transitions de phase parmi les prolongements possibles de notre travail, nous citons:

- Une étude plus approfondie et plus rigoureuse sur les transitions de phase des matériaux diélectriques.
- 2- Une étude similaire peut être élaboré pour les matériaux supraconducteurs, car actuellement on essaie de remplacer les plaques métalliques des condensateurs par des électrodes conductrices.
- 3- Une étude concernant les techniques utilisées pour modifier la température de Curie de matériaux ferroélectriques dans la gamme de température d'utilisation des composantes électroniques.

Bibliographie

- Vincent, Reymond :(2004), Nouvelles couches minces et multicouches dérivées de BaTiO₃ : optimisation des propriétés diélectriques, thèse Physico-Chimie de la Matière Condensée. Présentée à l'université de Bordeaux I.
- [2] Thierry Delage: (2003) Optimisation du dépôt de films minces de BSTO et de tricouches YBCO/BSTO/YBCO; phénomène de croissance et d'interfaces, application à la réalisation de composants hyperfréquences accordables. Présentée à l'université de Limoges.
- [3] Philippe Depondt, "Physique numérique", chapitre III, Condensateur non linéaire et modèle de Landau, page 141, Eds Vuibert.
- [4] T.Benouaz et F.Belkhouche (4-6-juin 2001). Etude de la bifurcation Engendrée par une transition de phase, Application à un Condensateur Non linéaire, Congrès Euro-Méditerranien de la Matière Condensée, Tlemcen.
- [5] José-Philippe pérez et Robert Caples et RobertFleckinger,"Electromagnétisme" Edition Dunod.
- [6] J.C.Andrson et K.D Leaver et P.Leevers et R.D.Ralvlings "Dielectric, piezoelectric, ferroelectric et pyroelectric Materials", Eds Nelson Thornes, chapitre 18 page 595.
- [7] P.Thuillier "Cours de mathématiques supérieurs", Edition Masson, page 101.

- [8] Shi-wen Dig, jia Chai, Chun-Yan Feng, Low temperature synthesis and dielectric properties of $BaTi_{1-x}Sn_xO_3$, Materials Letters 60 - (2006)3241 - 3244.
- [9] Pierre Papon, Jaques Leblond, Paul H.E.Meijer "Physique des transition de phases", Edition Dunod, Chapitre 7, page 237.
- [10] M.Ourrad, T.Benouaz, F.Bouayed "Etude de la transition de phase d'un diélectrique-Cas du Sel de Rochelle-" The First Meeting on Electronics & Electrical Science and Engineering, IMESE'06 (Nov 4-6, 2006) pp105.
- [11] P.M.Chaikin et T.C. Lubensky, Principles of condensed mater physics, Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [12] C.Kittel, physique de l'état solide, Dunod, Paris, 7 édition, 1998.
- [13] Papon et J. Leblond, thermodynamique des états de la matière, Hermann Paris, 1990
- [14] H.E. Stanley, introduction to phase transitions and critical phenomenal, Clrendon Press, oxford, 1971.
- [15] J.C. Tolédano et P. Tolédano, the Landau theory of phase transition, World Scientific, Singapour, 1987.
- [16] T.Benouaz et O.Arino, (1995). Existence, Unicité et Convergence de l'approximation au sens des Moindres Carrés d'une Equation diffrentielle Ordinaire Non-Linéaire, 94/14 Université de Pau, CNRS URA 1204.
- [17] F.Belkhouche(2001), Contribution à l'étude de la stabilité asymptotique par la dérivation optimale, thèse en physique Electronique. Présentée à l'université de Tlemcen.