

# Table des Matières

<b>Introduction Générale</b>	<b>5</b>
0.1 Note historique . . . . .	5
0.2 Contribution . . . . .	7
<b>1 Rappels et Problématique</b>	<b>10</b>
1.1 Introduction . . . . .	10
1.2 Rappels des concepts généraux . . . . .	10
1.2.1 Définition d'une vapeur atomique . . . . .	10
1.2.2 Caractéristiques générales des ondes électromagnétiques . . . . .	11
1.2.3 Mécanismes d'interaction . . . . .	18
1.3 Problématique et modèle de Lorentz . . . . .	25
1.3.1 Position du problème . . . . .	25
1.3.2 Modèle de Lorentz . . . . .	27
1.3.3 Principe de résolution . . . . .	29
1.4 Conclusion . . . . .	30
<b>2 Processus de Résolution et Discussion</b>	<b>32</b>
2.1 Introduction . . . . .	32
2.2 Modèle de l'électron élastiquement lié . . . . .	33
2.2.1 Equation de mouvement de l'électron . . . . .	33
2.2.2 Solution de l'équation du mouvement (vecteur de déplacement) . . . . .	35

2.2.3	Moment dipolaire induit . . . . .	36
2.2.4	Vecteur de polarisation . . . . .	36
2.2.5	Le vecteur de déplacement . . . . .	41
2.3	Equation d'onde et relation de dispersion . . . . .	43
2.3.1	Les équations de Maxwell . . . . .	43
2.3.2	Relation de dispersion . . . . .	44
2.4	Relation entre le vecteur d'onde et l'indice de la vapeur atomique . . . . .	46
2.4.1	Signification physique de l'indice de réfraction . . . . .	47
2.4.2	Analyse et compréhension des phénomènes d'absorption et de dispersion . . . . .	55
2.4.3	Absorption de l'énergie . . . . .	56
2.5	Conclusion . . . . .	57
<b>3</b>	<b>Influence du Nombre d'Electrons sur les Propriétés Optiques de la Vapeur Atomique.</b>	<b>60</b>
3.1	Introduction . . . . .	60
3.2	Etude de la susceptibilité en fonction du nombre d'électrons . . . . .	61
3.2.1	Susceptibilité réelle . . . . .	62
3.2.2	Susceptibilité imaginaire . . . . .	65
3.3	Etude de l'indice de la vapeur . . . . .	67
3.3.1	Indice de réfraction . . . . .	67
3.3.2	Indice d'extinction . . . . .	70
3.4	Conclusion . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Dispositifs Utilisant l'Onde Evanescente</b>	<b>75</b>
4.1	Introduction . . . . .	75
4.2	Coupleurs à fibres optiques à champ évanescent . . . . .	76
4.2.1	Généralités sur les fibres optiques . . . . .	76
4.2.2	Coupleurs à champ évanescent . . . . .	77

4.3	Capteurs à champ évanescent . . . . .	78
4.4	Spectroscopie en réflexion totale . . . . .	79
4.4.1	Principe . . . . .	79
4.5	Microscopie à onde évanescente (microscopie de fluorescence par réflexion totale interne TIRFM) . . . . .	80
4.5.1	Principe . . . . .	80
4.6	Conclusion . . . . .	81
<b>5</b>	<b>Annexes</b>	<b>82</b>
5.1	Annexe1 . . . . .	82
5.1.1	Relations de Kramers Krönig . . . . .	82
5.2	Annexe2 . . . . .	85
5.2.1	Equation de Maxwell . . . . .	85
5.2.2	Résolution des équations de Maxwell . . . . .	85
5.2.3	Les modes dans une fibre optique . . . . .	86
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>88</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>90</b>

## **Introduction Générale.**

# Introduction générale

## 0.1 Note historique

Il existe dans la nature un échange continu d'énergie entre les atomes, les molécules et le rayonnement électromagnétique. Le soleil est la source principale du rayonnement électromagnétique atteignant la surface de la terre. L'interaction du rayonnement électromagnétique du soleil avec les différents corps se trouvant à la surface de la terre rend compte de la plupart des phénomènes que l'on observe journallement, y compris la vie elle-même. L'un des plus important est le phénomène d'interaction : tout interagit avec tout. La deuxième moitié du 20 siècle a consacré le phénomène d'interaction onde-matière.

Comment la lumière et la matière agissent entre elles? C'est une question que les physiciens se sont posés depuis très longtemps. Ils ont constaté que certains corps étaient transparents d'autres colorés, que certains absorbaient de la lumière, d'autres la réfléchissaient selon des règles bien précises, ou la diffusaient dans toutes les directions. Les mécanismes de cette interaction multiforme ont été longtemps inconnus, et comme toujours en physique, le but était de quantifier les phénomènes observés par des paramètres accessibles à l'expérience, comme l'indice de réfraction, le coefficient d'absorption, ou la section efficace de diffusion. On a constaté que, dans les milieux simples comme les milieux dilués, ces quantités présentaient un caractère fortement résonant autour de fréquences caractéristiques avec des largeurs de résonances. La recherche de ces données, a été une étape importante dans la connaissance du phénomène. Les physiciens ont alors introduit des approches phénoménologiques de cette interaction pour rendre compte de ces données. Il est à noter que la conséquence importante qu'apporte cette interaction est l'apparition de l'onde évanescente.

Les ondes évanescentes sont connues depuis Newton, leur étude théorique au moyen formalisme de l'électromagnétisme ne date que de ces dernières décennies.

Depuis Newton, l'onde évanescente avait été étudiée en détail par Fresnel et la seule dé-

couverte importante la concernant avait été faite en 1947 par Goos et Hanchen [12] qui avaient mis en évidence un déplacement longitudinal du faisceau lors de la réflexion totale, comme observé dans l'image des poissons volants, où le point d'incidence (celui où les « poissons » sortent de l'eau) n'est pas identique au point de réflexion (où ils regagnent leur milieu initial). C'est dans les années 1960 que O. Costa de Beauregard, redonnait un intérêt nouveau à ce phénomène par plusieurs publications. Parmi tous les articles, deux [16][17] portaient le titre prometteur: « Une mine de trésors, l'onde évanescente de Fresnel ». C'était l'époque où G. Feinberg [18] venait de montrer que l'on pouvait envisager l'existence des particules qui se déplacent plus vite que la lumière (les tachyons) à condition de leur attribuer une masse imaginaire. Costa de Beauregard, entre autre, montrait que les propriétés de l'onde évanescente étaient à rapprocher de celle des tachyons [13][14][15].

Par la suite, et en grande partie grâce à ses travaux, le domaine ouvert par l'onde évanescente s'est développé jusqu'à s'élargir à des applications aussi diverses que la microscopie ou les interactions rayonnement-matière. Il constitue maintenant à lui seul un domaine à part entier de l'optique appelé «Optique du Champ Proche ». Parce qu'il concerne des phénomènes lumineux observables sur des zones spatiales très inférieures à la longueur d'onde, il s'inscrit tout naturellement dans ce que l'on dénomme de plus en plus couramment la physique mésoscopique.

Dans ce mémoire, on s'intéresse à l'étude de l'interaction entre une onde électromagnétique et une vapeur atomique supposée non conductrice. Nous examinerons les effets d'un tel milieu sur le comportement de l'onde électromagnétique. Nous définirons ainsi les phénomènes d'absorption et de dispersion de l'onde. Nous introduirons le concept d'onde évanescente qui est à la base de nombreuses applications. L'étude de la propagation d'une onde électromagnétique dans le milieu nécessite la description de l'onde [8], du milieu dans lequel elle évolue et des interactions entre les systèmes existants. De ce fait, on doit faire une *modélisation* des interactions des charges (les électrons ) avec le milieu matériel ce qui est traduit classiquement par une force de frottement et une force de

rappel élastique. Le modèle utilisé dans notre travail est celui de *l'électron élastiquement lié* [9]. Le champ est alors décrit par les équations de Maxwell, le milieu par un ensemble de charge, l'interaction avec l'onde à l'aide de la force de Lorentz.

## 0.2 Contribution

Cette étude concerne les problèmes les plus simples qui mettent en jeu l'interaction des champs électromagnétiques avec des milieux matériels, au sein desquels sont présentes des particules. Nous sommes alors amenés à une description rapide du comportement des ondes électromagnétiques dans les milieux matériels. Nous le ferons pour des géométries simplifiées (essentiellement celle de l'onde plane) et pour des milieux à comportement simple: les milieux linéaires, homogènes et isotropes.

Ainsi, dans un premier chapitre, nous présenterons quelques rappels sur les ondes électromagnétiques, vont permettre de passer en revue à leurs mécanismes d'interaction avec la matière, puis à la définition du concept d'onde évanescente, ce qui va amener à la présentation de la problématique, le modèle adapté à notre problème aussi que le principe de résolution choisi.

Le deuxième chapitre est consacré à la résolution du problème avec une analyse des résultats.

Nous avons dans un troisième chapitre, donné succinctement une étude des propriétés optiques du milieu en fonction du nombre d'électrons libérés par l'atome.

Le quatrième chapitre est consacré à exposer les différents domaines d'applications de l'onde évanescente et une présentation des dispositifs utilisant cette onde.

Avant la conclusion, le lecteur trouvera des annexes, objet du dernier chapitre où sont exposés certains éléments, avec plus de détails.

Il y a lieu de noter que ce travail a été valorisé par l'acceptation d'une communication intitulée "Contribution à l'Etude des Propriétés Optique d'une Vapeur Atomique en Utilisant le Modèle de Lorentz" dans the First International Meeting on Electronics and

Electrical Science and Engineering IMESE'06. University of Djelfa. ALGERIA.

Une autre communication intitulée "Interaction d'une Onde Electromagnétique Avec une Vapeur Atomique." a été soumise dans la Seconde Conférence Internationale sur le Génie Electrique. CIGE 2006. Centre Universitaire de Béchar.

# Chapitre I

## Rappels et Problématique

# Chapitre 1

## Rappels et Problématique

### 1.1 Introduction

Afin d'étudier la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu matériel, on doit prendre en compte les interactions entre le champ électromagnétique et le milieu. L'approche classique que nous considérons s'appuie sur les équations de Maxwell en présence du milieu matériel constitué par un ensemble de charges. On adjoint alors aux équations des champs les relations du milieu qui rendent compte des différents mécanismes d'interaction. Ce chapitre est consacré à une présentation de quelques notions de base sur les ondes électromagnétiques et le milieu de propagation. Nous poserons par la suite la problématique de notre travail.

### 1.2 Rappels des concepts généraux

#### 1.2.1 Définition d'une vapeur atomique

Une vapeur atomique peut être considérée comme un diélectrique peu dense comportant  $N$  charges électriques  $q$  par unité de volume, de masse  $m$ , situées dans le vide ( permittivité  $\varepsilon_0$ , perméabilité  $\mu_0$ ), sur lesquelles agit un champ électrique  $\vec{E}$  variable dans le

temps mais de direction fixe [1].

### Milieu diélectrique

un diélectrique est un matériau isolant (papier, mica, verre, etc.) dont les charges sont très fortement liées aux atomes qui le constituent. Il n'existe pratiquement pas d'électrons libres dans les diélectriques; ce sont donc de très mauvais conducteurs d'électricité. Leur conductivité est donc très faible, et leur résistivité est comprise entre  $10^{17}$  et  $10^{19}\Omega m$ .

### Milieu linéaire, homogène et isotrope (l.h.i)

Le milieu est homogène si ses propriétés ne dépendent pas du point  $M$ . Il est isotrope lorsque la valeur d'une propriété physique qui le caractérise ne dépend pas de la direction dans laquelle elle est mesurée et linéaire lorsque les relations entre deux composantes quelconques du champ électromagnétique sont linéaires [2].

Les propriétés diélectriques du milieu sont alors simplement décrites par:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

donc

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$\vec{D}$  : le vecteur d'induction ( déplacement électrique ).

$\varepsilon$  : la permittivité diélectrique absolue du milieu. La permittivité relative du milieu est  $\varepsilon_r$  définit par  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ , dans le vide,  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ .

### 1.2.2 Caractéristiques générales des ondes électromagnétiques

Dans le vide, une onde électromagnétique est classiquement représentée par un couple de champ de vecteurs : l'un *électrique*  $\vec{E}$ , dont l'unité est le Volt par mètre [ $Vm^{-1}$ ], et l'autre *magnétique*  $\vec{H}$ , exprimé en Ampère par mètre [ $Am^{-1}$ ] [3]. Ces deux champs ne sont pas indépendants, leurs relations faisant notamment intervenir les caractéristiques du milieu

de propagation. La direction définie par le champ électrique s'appelle la *direction de polarisation* de l'onde.

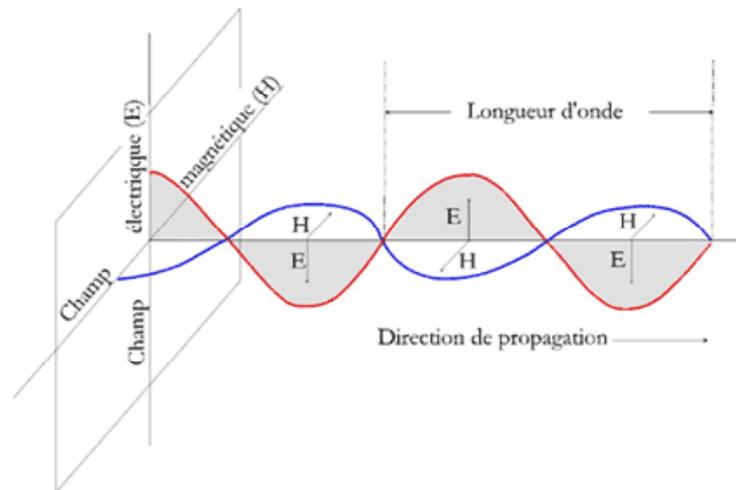


Figure 1.1: onde électromagnétique: oscillation couplée du champ électrique et du champ magnétique.

Nous nous limitons dans ce travail au seul cas d'onde polarisée linéairement, c'est-à-dire qu'en un point donné, le vecteur champ électrique est orienté selon une direction fixe de l'espace.

Lorsque l'onde électromagnétique se propage dans un milieu matériel homogène, les champs lumineux ont pour effets possibles d'induire dans la matière une *polarisation*  $\vec{P}$ , une aimantation  $\vec{M}$  et une densité de courant  $\vec{j}$  [4][5].

Le milieu considéré dans ce travail est une vapeur atomique non magnétique, c'est-à-dire qu'il n'y a pas d'aimantation induite, et c'est un diélectrique, donc un isolant, pour lequel la densité de courant induite est nulle.

Le seul effet est finalement de nature électrique, et se traduit par l'apparition d'une polarisation du milieu sous l'influence du champ électrique de l'onde.

## Origines de la polarisation induite

Ce nouveau champ de polarisation,  $\vec{P}$ , est localisé dans le milieu diélectrique et peut avoir plusieurs origines, dont les principales sont citées ci-dessous.

La polarisation *électronique* est présente quel que soit l'état du matériau, et traduit la modification de la répartition des charges internes à chaque atome; sous l'effet du champ électrique; les barycentres des charges positives-du noyau-et négatives-du nuage électronique-se dissocient, ce qui donne naissance à un moment dipolaire induit, comme le montre la Figure 1.

La polarisation *ionique* correspond au déplacement des ions dans l'édifice auquel ils appartiennent sous l'effet du champ électrique.

La polarisation *d'orientation* apparaît lorsque le milieu comporte des entités polaires, dont le moment dipolaire est susceptible d'être réorienté sous l'action du champ électrique.

D'autres causes de polarisation peuvent intervenir, mais les trois éléments cités précédemment sont prépondérants dans le cas des diélectriques [3]. Dans les situations abordées dans ce mémoire, seule la polarisation électronique est concernée, cette polarisation élec-

tronique porte essentiellement sur les électrons de valence.

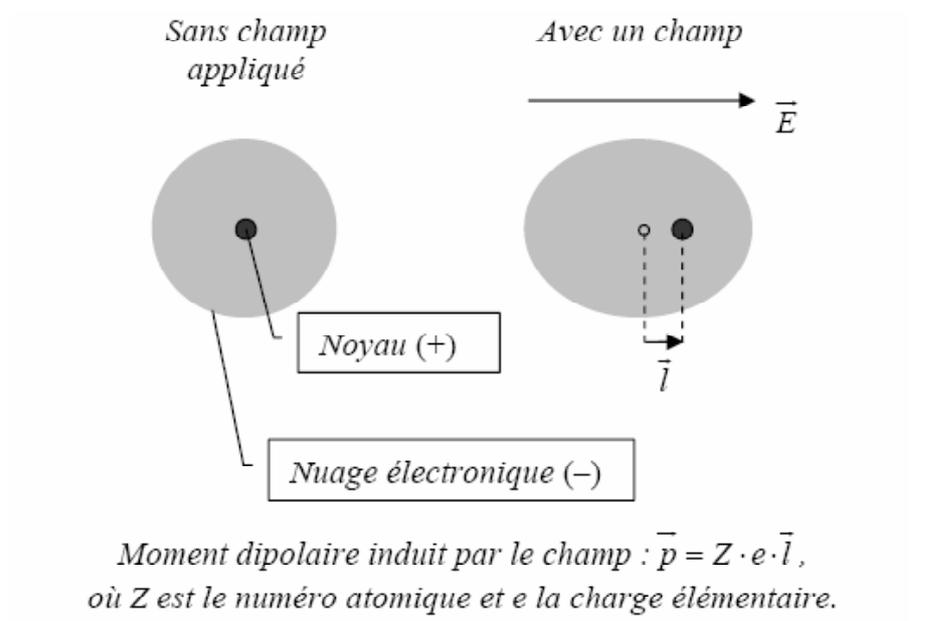


Figure 1.2: principe de la polarisation électronique.

### Susceptibilité électrique linéaire et déplacement électrique

Lorsque le champ électrique associé à l'onde est suffisamment faible devant la valeur des champs assurant la cohésion de l'édifice atomique, la dépendance de la polarisation vis-à-vis du champ inducteur est bien modélisée par une relation linéaire, soit:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (1.1)$$

ou  $\epsilon_0 \approx 8.85 \cdot 10^{-12} F \cdot m^{-1}$  représente la permittivité diélectrique du vide. L'unité associée à  $\vec{P}$  est le Coulomb par mètre carré [ $Cm^{-2}$ ].

Le coefficient  $\chi$  sans dimension ainsi défini est appelé *susceptibilité électrique linéaire*.

Pour rendre compte à la fois du champ électrique excitateur et de la polarisation induite par celui-ci dans la vapeur, il est nécessaire d'introduire une nouvelle entité, le vecteur

déplacement électrique  $\vec{D}$ , définit comme:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.2)$$

L'unité associée à  $\vec{D}$  est naturellement la même que celle de la polarisation.

En associant les deux équation (1.1) et (1.2), il vient :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (1.3)$$

Le coefficient  $\varepsilon_r = (1 + \chi)$  se nomme *permittivité diélectrique relative*.

En suivant la même approche, et bien que le milieu soit non magnétique, il est utile d'introduire le vecteur *induction magnétique*, dont l'expression est alors simple:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (1.4)$$

où  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$  est la perméabilité magnétique du vide.

### Equation de propagation

Les évolutions spatiale et temporelle des ondes électromagnétiques sont décrites par les équations de Maxwell. Dans le cas des diélectriques, elles s'écrivent de la manière suivante [5]:

$$\begin{aligned} \vec{\text{rot}} \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= 0 \\ \vec{\text{rot}} \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= 0 \\ \text{div} \vec{D} &= 0 \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

A partir des équations de Maxwell, nous allons développer un autre système appelé équation d'onde qui est beaucoup plus facile à résoudre qu'un système d'équations couplées. Le principal intérêt réside dans le fait que ces équations d'ondes sont découplées (i.e

qu'elles ne font intervenir qu'un seul champ ( $\vec{E}$  ou  $\vec{H}$ ).

En associant les équations de Maxwell et les équations constitutives (1.3) et (1.4), l'équation de propagation du champ électrique s'établit aisément sous la forme:

$$\text{rot rot } \vec{E} + \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.6)$$

### Onde plane progressive monochromatique

Une solution de l'équation de propagation du champ électrique (1.6) est l'onde plane progressive monochromatique; c'est le seul modèle que nous utilisons par la suite.

La monochromaticité de l'onde permet de définir une pulsation temporelle unique  $\omega$ , à laquelle peut être associée une période temporelle,  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , et une longueur d'onde,  $\lambda = cT$ , où

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

correspond à la célérité de l'onde dans le vide.

L'aspect progressif de l'onde se traduit par le fait que sa *direction de propagation* ( $Oz$ ) peut être représentée par un vecteur: le vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Tous les champs électromagnétiques peuvent alors s'écrire sous la forme générique suivante:

$$A(X, Y, Z, t) = A(X, Y, Z) e^{j(\omega t - kz)} \vec{a} \quad (1.7)$$

dans laquelle  $Z$  représente l'abscisse comptée le long de l'axe de propagation de l'onde, et où  $A(X, Y, Z) = |A(X, Y, Z)| e^{j\rho}$  est l'amplitude complexe associée, avec  $\rho$  la phase initial du champ;  $j$  est le nombre complexe  $\sqrt{-1}$ ,  $\vec{a}$  le vecteur unitaire dans la direction du champ considéré, et  $k = \left\| \vec{k} \right\|$  est le nombre d'onde, ce qui correspond à la pulsation spatial et s'exprime en  $[m^{-1}]$ .

Le signe (+) correspond à une onde se propageant dans le sens des  $z$  croissants, le signe (−) à une onde se propageant en sens contraire.

Le nombre d'onde dépend de la permittivité diélectrique relative:

$$k = n \frac{\omega}{c} \quad (1.8)$$

avec

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} \quad (1.9)$$

$n$  est l'indice de réfraction du milieu considéré, dont la valeur peut dépendre entre autres de la direction de polarisation.

L'écriture des équations de Maxwell en prenant pour chaque champ une onde plane progressive monochromatique se simplifie considérablement:

$$\begin{cases} j \vec{k} \wedge \vec{E} - j\omega \vec{B} = 0 \\ j \vec{k} \wedge \vec{H} + j\omega \vec{D} = 0 \\ j \vec{k} \vec{D} = 0 \\ j \vec{k} \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

Le caractère transverse de l'onde apparaît ainsi clairement: les deux dernières équations du système (1.10) traduisent l'orthogonalité des vecteurs densité de flux  $\vec{D}$  et  $\vec{B}$  avec la direction de propagation de l'onde (voir la figure 1.3)

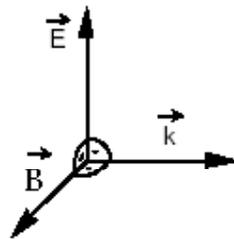


Figure 1.3: onde électromagnétique plane transversale dans un milieu linéaire homogène et isotrope.

### 1.2.3 Mécanismes d'interaction

Lorsqu'un rayonnement rencontre de la matière, celui-ci subit trois effets distincts et d'importance variable:

- une absorption
- une diffusion ou une diffraction
- une réfraction.

#### **absorption diélectrique**

Au niveau macroscopique, les paramètres qui définissent les propriétés de la matière vis-à-vis d'un rayonnement électromagnétique (propriétés diélectriques) sont la permittivité électrique et la perméabilité magnétique.

La perméabilité de la matière est très proche de celle du vide, c'est-à-dire quelle ne perturbe pas la composante magnétique du rayonnement.

La permittivité du milieu tient elle-même compte de trois autres paramètres:

- La polarisabilité des molécules qui est importante . Cette polarisabilité est l'aptitude d'une molécule à salinier dans le champ électrique, suite à la répartition de ses électrons entre les différents atomes qui la constituent (moment dipolaire).
- La conductivité du milieu est surtout due aux ions qui présentent une grande mobilité, et sont susceptibles de se déplacer avec la variation du champ électrique. Leur interaction avec les charges fixes de molécules plus grosses engendre une dissipation d'énergie dans le milieu.
- La viscosité du milieu s'oppose au changement d'orientation des molécules ; les mouvements de molécules de petite taille pourront « s'accorder » avec la fréquence du rayonnement jusqu'à des valeurs plus élevées, ainsi, la fréquence de relaxation de l'eau est de  $18 \text{ GHz}$  à  $25^\circ\text{C}$ , c'est-à-dire que sa bande d'absorption d'énergie présente un maximum à cette valeur.

## Profondeur de pénétration

Lorsqu'une onde électromagnétique rencontre un milieu diélectrique, une partie de cette onde est réfléchiée et l'autre partie, généralement plus importante y pénètre, elle est appelée onde évanescente.

L'énergie de cette onde est transformée en énergie calorifique et diminue au fur et à mesure que l'onde pénètre dans le matériau.

Le facteur d'atténuation est donné par:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\varepsilon' (1 + \tan^2 \delta) - 1}{2}}$$

On appelle profondeur de pénétration de l'onde la distance à la surface d'incidence à laquelle la densité de puissance est réduite de  $1/e$ . Cette distance de pénétration est donnée par l'expression suivante:

$$d = \frac{1}{2\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{\varepsilon' \tan \delta}}$$

## Les ondes évanescentes.

**Définition et observation** Le phénomène de réflexion totale est bien connu. Il s'observe lorsque la lumière se propage dans un milieu d'indice de réfraction  $n_1$  pour se réfléchir sur un milieu d'indice  $n_2 < n_1$ , dès que l'angle d'incidence  $\theta_i$  du faisceau est supérieur à une valeur critique  $\theta_c$  définie par la relation  $n_1 \sin \theta_c = n_2$ .

Dans un tel cas, toute l'énergie incidente se trouve réfléchiée vers le premier milieu et on parle alors de « réflexion totale ». Malgré cette « réflexion totale » de la lumière, on peut constater néanmoins l'existence d'une perturbation électromagnétique dans le second milieu où il est malgré tout possible de détecter une onde. A cause de sa structure particulière qui lui impose de ne se propager qu'au voisinage immédiat de la surface de

séparation des deux milieux, cette onde est dite « évanescente ».

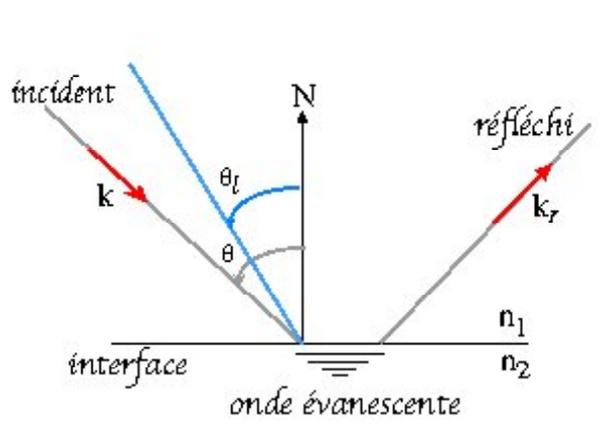


Figure 1.4: une configurations permettant de générer une onde évanescente.

La première vérification expérimentale de l'existence de ce type d'onde est attribuée à Newton: son expérience est schématisée sur la figure 1.5. On envoie un faisceau de lumière blanche sur un prisme « à réflexion totale » sous un angle d'incidence supérieur à l'angle critique  $\theta_c$ .

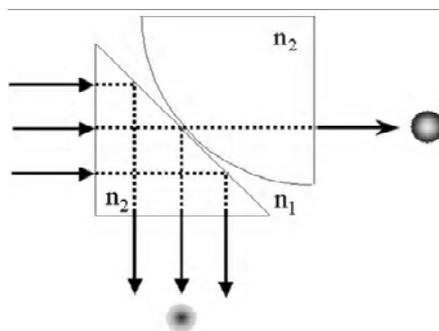


Figure 1.5: schéma de l'expérience de Newton.

Approchons maintenant de sa surface une lentille plan convexe dont la courbure est tournée du côté du prisme.

Dès que la distance qui sépare la lentille et le prisme est inférieure à la demi-longueur d'onde, donc avant le contact des deux milieux, une partie de la lumière, laquelle, jusque

là, était totalement réfléchi dans le prisme, se trouve transmise dans la lentille. On dit que la réflexion totale est « frustrée ».

De plus, lorsque la lentille est posée sur le dioptre, la tache de lumière observable sur un écran au-delà de la lentille apparaît irisée : son centre est blanc alors que ses bords sont rouges.

Cette zone périphérique correspondant à celle où la distance dioptre-lentille est la plus grande, cette observation indique que la lumière rouge est capable de franchir une couche d'air plus épaisse que les autres couleurs du spectre : le phénomène de « frustration » de la réflexion totale dépend de la longueur d'onde et peut se réaliser sur des épaisseurs d'autant plus importantes que la longueur d'onde est grande.

Newton, qui bien sûr ne parlait pas de longueur d'onde puisqu'il défendait une description corpusculaire de la lumière, interprétait, ce résultat en pensant que les corpuscules lumineux sortaient du prisme (un peu comme un poisson volant sort de l'eau) pour y retourner ensuite, la lentille permettant d'en récupérer une partie avant qu'ils ne retournent dans leur milieu initial. Une description ondulatoire de la lumière permet une approche plus « classique ».

Une onde est mathématiquement définie dans tout l'espace; elle ne peut donc être nulle dans l'air à la surface du dioptre si elle ne l'est pas dans le prisme sur cette même surface, et cela, tout à fait indépendamment de sa possibilité de se propager ou non dans l'un ou l'autre milieu.

Quand l'onde remplit les conditions de propagation dans l'air au dessus du prisme, l'onde transmise est homogène, elle est « progressive ».

Quand l'onde ne remplit pas ces conditions, elle ne peut se propager dans l'air et reste confinée sur la surface, elle est « évanescente ».

### **Phénomène de diffusion**

Quand une onde se propage dans un milieu homogène, elle conserve sa forme, seule sa direction et sa vitesse de propagation se modifient.

Au contraire, la rencontre d'une particule ayant des propriétés électriques et magnétiques différentes de celles du milieu environnant distord le front d'onde. Cette perturbation a deux aspects, d'une part l'onde plane incidente diminue d'intensité et d'autre part, à une distance grande par rapport à la longueur d'onde et au rayon de la particule, une nouvelle onde sphérique est observée. L'énergie de cette nouvelle onde est appelée énergie de diffusion.

L'énergie totale perdue par l'onde incidente correspond à l'extinction. Suivant le rapport entre la longueur du rayonnement et le diamètre des particules, trois types de diffusion sont distingués: diffusion de Rayleigh, de Mie et diffusion non-sélective.

**Diffusion de Rayleigh** La diffusion Rayleigh est un mode de diffusion des ondes électromagnétiques, et notamment la lumière par les atomes. On parle de diffusion, car cela se fait sans variation d'énergie des photons (l'onde conserve la même longueur d'onde). Elle est due aux molécules de gaz. Ce cas correspond à la limite pour laquelle la longueur d'onde est beaucoup plus grande que le diamètre des particules diffusantes.

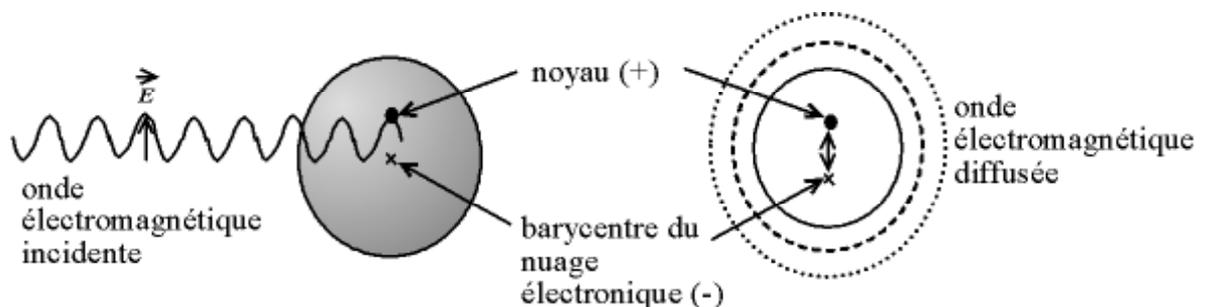


Figure 1.6: diffusion Rayleigh: l'atome, excité par l'onde électromagnétique réémet une onde.

**Diffusion de Mie** Le paragraphe précédent décrit l'effet des particules de tailles très petites devant la longueur d'onde du rayonnement incident. Pour les particules plus grande (rayon de  $0,1$  à  $100\lambda$ ), la théorie de Rayleigh ne s'applique plus, mais une solution exacte peut encore être trouvée en utilisant la théorie de Mie.

Les classes de particules diffusant comprennent les gouttelettes d'eau et les cristaux de

glace dont les dimensions vont de quelques microns à quelques centaines de microns. Les résultats montrent que les propriétés diffusant varient rapidement en fonction de l'indice de réfraction des particules et du paramètre de Mie, avec:

$$\eta = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

où

$\lambda$  : est la longueur d'onde du rayonnement.

$r$  : le rayon de la sphère des particules.

**Diffusion non sélective ou isotrope** Quand le rayon des particules diffusant est très petit par rapport à la longueur d'onde, la diffusion est purement isotrope, elle correspond à une répartition isotrope de l'énergie.

### **Dispersion des ondes électromagnétiques.**

Les notions développées dans cette partie sont très générales, elles peuvent s'appliquer aux domaines de l'électromagnétisme, des ondes dans les solides. Pour simplifier nous n'étudions que des situations à une dimension, la grandeur vibratoire est notée par exemple par  $a(x, t)$ .

Le milieu est supposé linéaire, c'est-à-dire qu'une onde harmonique écrite en représentation complexe  $a(x, t) = a_0 \exp j(kx - \omega t)$  est une solution possible du problème de la propagation d'une onde dans le milieu étudié.

La confrontation de cette structure d'onde et des équations qui modélisent le milieu donne la relation de dispersion qui relie  $k$  avec la pulsation  $\omega$  de l'onde. Cette relation sera démontré dans le deuxième chapitre.

### **Notion de vitesse de phase**

La vitesse de phase est la vitesse de propagation de la phase,  $\varphi(x, t) = kx - \omega t$ , d'une onde électromagnétique. Elle est notée  $v_\varphi$  et vaut naturellement  $v_\varphi = \frac{\omega}{k}$ .

Si la vitesse de phase  $v_\varphi$  dépend de la pulsation  $\omega$  de l'onde: Il y a donc dispersion des vitesses de phases. Le phénomène de dispersion résulte donc d'une sensibilité du milieu à la fréquence de l'onde au niveau microscopique.

### Propagation d'une onde dans un milieu dispersif.

Un signal physique, d'énergie finie, se décompose comme une somme de signaux harmoniques, on parle alors de « paquet d'ondes ». Ainsi on va pouvoir écrire:

$$a(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \exp i(kx - \omega t) dk.$$

La figure ci-dessous représente, à  $t = 0$ , un « paquet » de trois ondes harmoniques de pulsations voisines en fonction de  $x$ . On voit très simplement se dessiner une enveloppe.

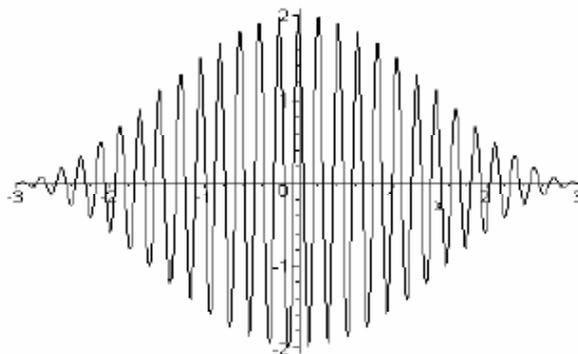


Figure 1.7: enveloppe d'un paquet d'ondes.

Pour propager une onde dans un milieu dispersif, on commence par la décomposer en une somme d'ondes harmoniques à la date  $t = 0$ , puis on propage chaque composante harmonique avec sa propre vitesse de phase enfin on reconstruit l'onde en sommant ses composantes harmoniques à la date  $t$  souhaitée.

**Remarque 1.1 :** *On note en général, une déformation du « paquet d'ondes » car les composantes harmoniques ne se somment pas de la même manière au cours du temps : cela se manifeste souvent par un étalement spatial du paquet d'ondes.*

La description quantitative de cette propagation, nécessite que le spectre du signal soit étroit et que le milieu ne soit pas trop dispersif, dans ce cas, on peut introduire la *vitesse de groupe*  $v_g$  qui représente la vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes. Elle est définie par l'expression suivante:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (1.11)$$

La figure ci dessous illustre la propagation d'un paquet d'onde:

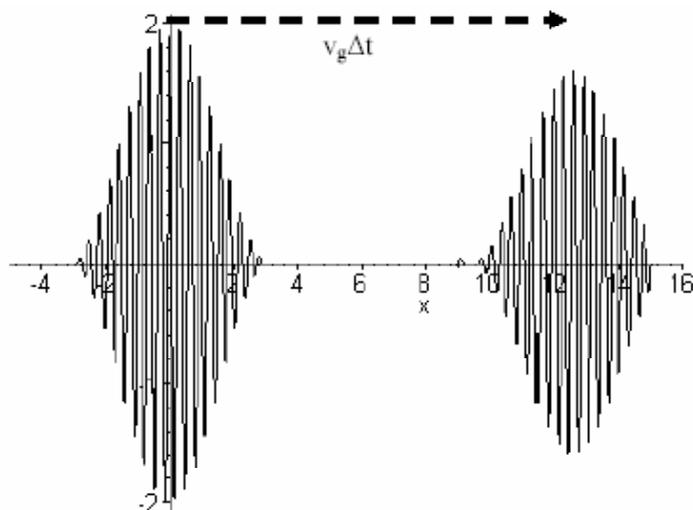


Figure 1.8: propagation du paquet d'onde.

Notons enfin que la vitesse de groupe est souvent égale à la vitesse de propagation de l'énergie.

## 1.3 Problématique et modèle de Lorentz

### 1.3.1 Position du problème

Notre problème consiste en l'étude de l'interaction entre une onde électromagnétique plane monochromatique de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k} = k \vec{z}$  dans la direction

( $oz$ ) et une vapeur atomique de faible densité comportant  $N$  atomes par unité de volume. Chaque atome de la vapeur comporte un électron mobile dans le potentiel créé par un centre, supposé rigide et immobile constitué du noyau et des électrons de l'atome. On désigne  $\vec{r}$  le vecteur position de l'électron par rapport au centre, celui-ci exerce sur l'électron une force

$$\vec{f} = -m\omega_0^2 \vec{r} \quad (1.12)$$

où

$m$  : La masse de l'électron.

$\omega_0$  : La pulsation propre du mouvement de l'électron.

$\vec{r}$  : est le rayon vecteur de l'électron compté à partir du centre de la molécule.

Nous considérons ici la vapeur atomique comme un milieu matériel dans lequel chaque atome (à raison de  $N$  atomes par unité de volume) possède un électron périphérique susceptible d'être mobilisé par le passage de l'onde, de champ  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .

### L'onde électromagnétique étudiée

L'onde étudiée prendra a priori la forme d'une *OPPM*, tel que:

$$\vec{E} = E_0 \exp[j(\omega t - k \vec{z})] \quad (1.13)$$

et

$$\vec{B} = B_0 \exp[j(\omega t - k \vec{z})] \quad (1.14)$$

puisque le caractère isotrope du milieu permet de choisir arbitrairement la direction de propagation de l'onde étudiée.

Nous supposons encore que l'amplitude du mouvement des électrons reste de l'ordre de grandeur des dimensions atomiques, (les dimensions d'un atome sont de l'ordre de  $0.1nm$ ) et que la longueur d'onde est nettement supérieure à ces dimensions ce qui permet de considérer les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  comme quasiment *uniformes* sur l'ensemble du déplacement électronique de la molécule; dans l'expression ci-dessus,  $z$  désignera donc la coordonnée de l'atome, et sera considéré comme un paramètre constant pour un électron

donné.

### Action du champ de l'onde

Lorsque l'onde électromagnétique arrive sur l'atome, son champ interagit avec les charges de l'atome. Celles-ci sont non relativistes et le champ  $\vec{B}$  de l'onde est de l'ordre de  $\frac{\vec{E}}{c}$ . L'influence du champ électrique de l'onde sur les charges est, dans ces conditions, largement prépondérante,

Les électrons et le noyau ont des charges comparables, mais ces derniers sont beaucoup plus massifs:  $m_p \approx 2000m_e$ .

L'onde induit donc un mouvement nettement plus important pour les électrons, dont les mouvement peuvent expliquer le rayonnement de l'atome.

La longueur d'onde de rayonnement incident ( de l'ordre du  $10\mu m$  dans L'U.V., de  $0,5\mu m$  dans le visible ) est très supérieur à la taille caractéristique de l'atome (de l'ordre de  $10^{-4}\mu m$ ) de sorte que le champ de l'onde incidente peut être considéré comme uniforme dans la région des oscillations de l'électron ( l'amplitude du champ considéré comme constante). Nous le désignerons, sans référence à la position particulière de l'atome considéré, par:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t \quad (1.15)$$

### 1.3.2 Modèle de Lorentz

**Historique** A la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle, la nature électromagnétique de la lumière et la structure corpusculaire de la charge électrique sont connues. L'existence de fréquences de résonances pour les atomes, analogues à ceux d'un oscillateur harmonique, conduit alors Lorentz à introduire le modèle dit de "l'électron élastiquement lié", basé sur un comportement évidemment classique de l'électron dans le champ de l'onde électromagnétique.

Le modèle de Lorentz est la théorie microscopique élémentaire de la permittivité diélectrique, il opère un passage du monde microscopique au monde macroscopique. C'est ANDRIK Antoon Lorentz (1853-1928) qui proposa ce modèle, considéré comme l'un des

fondateurs de la théorie électronique de la matière: ses contributions importantes concernent en effet l'électromagnétisme des milieux matériels, un brillant théoricien néerlandais, auteur de la théorie des électrons, il apporta des contributions fondamentales à plusieurs domaines de la physique [11].

On utilise alors le modèle suivant pour décrire le mouvement de l'électron:

-Le noyau de l'atome est supposé fixe dans le référentiel galiléen.

-L'électron garde une vitesse non relativiste [7]

-Les forces s'exerçant sur lui sont:

- 1) Une force  $\vec{f}_r$  désigne la force de rappel élastique de l'électron vers le centre  $O$  (position d'équilibre) de l'atome étudié.
- 2) Une force  $\vec{f}_a$  qui est la force d'amortissement liée aux pertes d'énergie par rayonnement que subit toute charge électrique en mouvement non uniforme.
- 3) Une force  $\vec{F}$  décrivant l'action des champs extérieurs.

Nous écrivons l'équation du mouvement de cet électron, de masse  $m$ , de charge  $(-e)$ , sous la forme:

$$m \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -e \left( \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} \right) + \vec{f}_r + \vec{f}_a . \quad (1.16)$$

Le modèle prend le nom de modèle élastiquement lié en prenant pour force de rappel la forme simplifiée

$$\vec{f}_r = -m\omega_0^2 \vec{r} \quad (1.17)$$

comme si on décrivait une force élastique de constante de raideur  $k_e$  et de pulsation de résonance  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_e}{m}}$ .

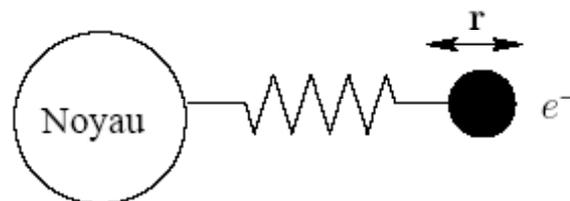


Figure 1.9: la force élastique.

Pour des raisons de simplicité, on décrit encore la force d'amortissement dans un modèle de frottement fluide selon

$$\vec{f}_a = -\frac{m}{\tau} \vec{v} \quad (1.18)$$

où  $\tau$  est la durée caractéristique de l'amortissement du mouvement électronique sur sa trajectoire.

La théorie qui est développée sera une théorie linéaire à condition que  $\vec{r} \ll 10^{-10}m$  [6] (l'extension d'une orbite égale à  $10^{-10}m$ ), dans ces conditions  $F_{mag} \ll F_{ele}$  pour deux raisons, l'une pratique et l'autre théorique.

*La raison pratique* [6]: dans la plupart des milieux, c'est avec le champ électrique que la matière interagit le plus efficacement.

Le rapport  $\frac{F_{ele}}{F_{mag}}$  s'exerçant sur une particule dans un champ est de l'ordre de grandeur de rapport entre la vitesse de cette particule à la vitesse de la lumière (c'est le champ électrique qui attirera le plus notre attention).

*La raison théorique* [6]: est qu'à partir des données du champ électrique, des équations de propagation et du milieu de propagation, le champ magnétique est complètement déterminé.

Pour un milieu peu dense: dans notre cas, il s'agit d'une vapeur atomique, on peut négliger a priori l'influence des champs rayonnés par les atomes ou les molécules voisines. Le cas échéant (liquide, solide) nous admettrons que le fait de les négliger ne change pas fondamentalement les résultats que nous proposons de trouver.

### 1.3.3 Principe de résolution

A partir du modèle choisi qui est celui de l'électron élastiquement (le modèle de Lorentz) on fait notre résolution.

Chaque électron de la vapeur est soumis, à une force de rappel élastique qui lie l'électron au noyau. Donc il est rappelé vers le centre par une force de la forme  $-k \vec{r}$ .

On commence en premier temps par une description du mouvement de l'électron qui est

régit par une équation différentielle, la solution de cette équation en régime sinusoïdal établi présente le déplacement de cet électron. Au déplacement est associé un moment dipolaire élémentaire et par conséquent une polarisation du milieu. La relation linéaire entre la polarisation et le champ électrique, à une pulsation permet de définir une susceptibilité électrique complexe du milieu. De l'expression de la susceptibilité, nous déduisons la permittivité diélectrique de la vapeur.

Puis à l'aide des équations de Maxwell écrites dans un milieu diélectrique et en notation complexe, on définit la relation de dispersion ainsi l'indice complexe de la vapeur qui s'identifie à la racine de la permittivité diélectrique du milieu.

La partie réelle définit l'indice de réfraction, que nous utilisons en optique, il permet d'exprimer la vitesse de phase d'une O.P.P.M, qui dépend généralement de la pulsation de l'onde: c'est le phénomène de dispersion.

La partie imaginaire pour sa part caractérise l'absorption de l'onde par le milieu. C'est l'indice d'extinction. Dans ce cas, on décrit une onde qui se propage avec atténuation de son amplitude. Or dans le cas où on retrouve un nombre d'onde qui est purement imaginaire, le champ associé vibre partout en phase avec une décroissance de son amplitude. L'onde paraissant est appelée onde évanescente. Cette dernière présente des applications dans des domaines très importants tel que l'optique du champ proche et l'optique atomique.

## 1.4 Conclusion

Le modèle que nous introduisons dans ce chapitre permet d'étudier la propagation de l'onde électromagnétique dans les milieux diélectriques homogènes tel que la vapeur atomique. Ainsi la réponse d'un tel milieu au champ électrique appliqué sera traitée dans le cadre de l'approximation classique.

## **Chapitre II**

### **Processus de Résolution et Discussion**

# Chapitre 2

## Processus de Résolution et Discussion

### 2.1 Introduction

Les ondes électromagnétiques sont susceptibles de se propager non seulement dans le vide, mais aussi dans de nombreux milieux matériels peu denses et amorphes: gaz, liquides, solides amorphes (comme le verre) avec des propriétés qui sont semblables à celles qu'on observe dans le vide: maintien de la polarisation, vitesse de propagation un peu inférieure à  $c$ , avec un écart d'autant plus faible au comportement du vide que le milieu est moins dense. Le modèle développé ici présente une introduction à l'étude des ondes électromagnétiques dans ces milieux qui présentent le point commun important d'être isolants, la répartition des charges et des courants suivant l'organisation moléculaire de la matière..

Au contraire des métaux et des plasmas, il n'existe pas dans ces matériaux d'électrons libres susceptibles d'être mis en mouvement sur une grande échelle. Toutefois, la mobilisation des électrons liés aux atomes et molécules du milieu n'est pas négligeable; les déplacements de charges qui résultent du passage de l'onde sont eux-mêmes susceptibles de modifier l'onde électromagnétique elle-même et nous allons développer ici un modèle

simple pour l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans ces milieux. Seule une analyse macroscopique est ici effectuée. Cependant la polarisation induite par le champ dans la matière, et par conséquent la vitesse de phase, dépendent de la fréquence de l'onde; c'est le phénomène de *dispersion*; seules les ondes monochromatiques se propagent sans déformation. La notion de vitesse de groupe est introduite et les effets d'absorption sont traités en introduisant la notion d'indice complexe. Comme l'étude des propriétés d'une onde dans le régime linéaire revient à étudier celles de chacune de ses composantes sinusoïdales, nous allons travailler en régime sinusoïdal permanent de pulsation  $\omega$ .

## 2.2 Modèle de l'électron élastiquement lié

### 2.2.1 Equation de mouvement de l'électron

1- En l'absence de forces de frottement et de l'onde électromagnétique, l'électron dispersif vibre autour d'une position d'équilibre avec une pulsation caractéristique  $\omega_0$  avec  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$  est le carré de la pulsation propre de l'oscillateur harmonique constitué de l'électron rappelé vers sa position d'équilibre (le noyau).  $\vec{r}$  étant le vecteur déplacement de l'électron, nous avons donc:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\omega_0^2 \vec{r} = 0 \quad (2.1)$$

Cette équation est celle d'un oscillateur harmonique.

2- En présence de l'onde, et en l'absence de forces de frottement, l'équation du mouvement de l'électron (en négligeant les effets de la partie magnétique de la force de Lorentz) s'écrit:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\omega_0^2 \vec{r} = -e \vec{E} .$$

En régime sinusoïdal, le déplacement de l'électron  $\vec{r}$ , comme le champ électrique  $\vec{E}$  varie en  $e^{-j\omega t}$ , on obtient donc

$$m(-\omega^2 \vec{r}) + m\omega_0^2 \vec{r} = -e \vec{E} \quad (2.2)$$

d'où

$$m(\omega_0^2 - \omega^2) \vec{r} = -e \vec{E} \quad (2.3)$$

On voit que le mouvement s'effectue suivant la direction de  $\vec{E}$ .

**3-** En présence de forces de frottement et de l'onde électromagnétique la force de Lorentz totale (force excitatrice) agissant sur l'électron dispersif est:

$$\vec{F}_{\text{lorentz}} = -e \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

L'équation du mouvement d'un électron devient:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + m\omega_0^2 \vec{r} + \gamma \frac{d \vec{r}}{dt} = -e \left( \vec{E} + \frac{d \vec{r}}{dt} \wedge \vec{B} \right).$$

Pour l'onde plane étudiée,  $|\vec{B}| = \frac{1}{c} |\vec{E}|$  où  $c$  est la vitesse de phase de l'onde dans la vapeur. On peut supposer a priori que cette dernière est de l'ordre de grandeur de la vitesse de phase dans le vide  $c$ .

L'électron étant non relativiste,  $v$  est petit devant  $c$ ,  $\frac{d \vec{r}}{dt} \wedge \vec{B}$  est donc petit devant  $|\vec{E}|$  et la force exercée par le champ magnétique de l'onde est négligeable devant celle due au champ électrique:

$$\vec{F}_{\text{mag}} = -e \frac{d \vec{r}}{dt} \wedge \vec{B} \ll \vec{F}_{\text{elec}}.$$

L'équation du mouvement s'écrit:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \omega_0^2 \vec{r} + \gamma \frac{d \vec{r}}{dt} = -\frac{e}{m} \vec{E} \quad (2.4)$$

Soit, en régime stationnaire où  $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$  (la vitesse est suffisamment faible de telle sorte que  $\frac{d^2r}{dt^2} \simeq \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$ );

$$-\omega^2 \vec{r} + \omega_0^2 \vec{r} + j\gamma\omega \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{E}.$$

L'équation du mouvement pour un électron s'écrit:

$$(\omega_0^2 - \omega^2) \vec{r} + j\gamma\omega \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{E}$$

Soit en notation complexe:

$$(\omega_0^2 - \omega^2) \vec{r} + j\gamma\omega \vec{r} = -\frac{e}{m} \vec{E}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}) \vec{x}. \quad (2.5)$$

### 2.2.2 Solution de l'équation du mouvement (vecteur de déplacement)

On cherche la solution en régime stationnaire sous la forme:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}).$$

Il vient

$$(\omega_0^2 - \omega^2) \vec{r}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}) + j\gamma\omega \vec{r}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}) = -\frac{e}{m} \vec{E}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}) \vec{x}$$

$$\vec{r}_0 \left( (\omega_0^2 - \omega^2) + j\gamma\omega \right) \exp j(\omega t - k \vec{z}) = -\frac{e}{m} \vec{E}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}) \vec{x}.$$

Ce qui conduit à:

$$\vec{r}_0 = \frac{-\frac{e}{m} \vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \vec{x}$$

et

$$\vec{r} = \frac{-\frac{e}{m} \vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \exp j(\omega t - k \vec{z}) \vec{x} . \quad (2.6)$$

$\vec{r}$  étant complexe.

### 2.2.3 Moment dipolaire induit

L'électron mobile de chaque atome forme avec le noyau un dipôle de moment dipolaire,  $\vec{p} = -e \vec{r}$ .

Soit pour le champ étudié, en régime stationnaire:

$$\vec{p} = \frac{\frac{e^2}{m} \vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \exp j(\omega t - k \vec{z}) \vec{x} . \quad (2.7)$$

### 2.2.4 Vecteur de polarisation

La vapeur comportant  $N$  atomes par unité de volume, la polarisation du milieu est donnée par:

$$\vec{P} = N \vec{p},$$

qui va s'écrire donc:

$$\vec{P} = N \frac{\frac{e^2}{m} \vec{E}_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \exp j(\omega t - k \vec{z}) \vec{x} . \quad (2.8)$$

La relation linéaire entre l'amplitude complexe de la polarisation et celle du champ électrique macroscopiquement, à une pulsation  $\omega$ , permet de définir une susceptibilité électrique complexe  $\chi$  du milieu donnée par:

$$\vec{P} = \chi(\omega) \varepsilon_0 \vec{E}$$

d'où:

$$\chi(\omega) = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)} \quad (2.9)$$

En posant  $\Omega^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}$ , il vient:

$$\chi(\omega) = \frac{\Omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)} \quad (2.10)$$

La susceptibilité est complexe d'où:

$$\chi(\omega) = \chi_1 - j\chi_2$$

avec

$$\chi_1(\omega) = \frac{\Omega^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (2.11)$$

$$\chi_2(\omega) = \frac{\Omega^2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (2.12)$$

Le caractère complexe de  $\chi$  exprime le déphasage de la réponse (polarisation  $\vec{P}$ ) par rapport à l'excitation (le champ  $\vec{E}$ ).

Ainsi pour les basses fréquences ( $\omega \ll \omega_0$ ); on a  $\vec{P}$  qui est en phase avec  $\vec{E}$ ; nous retrouvons le cas des régimes stationnaires, où la susceptibilité est une constante réelle positive.

A haute fréquence ( $\omega \gg \omega_0$ ); on remarque que  $\vec{P}$  et  $\vec{E}$  sont opposition de phase et pour ( $\omega = \omega_0$ ) la polarisation et le champ sont en quadrature.

Et pour ( $\omega = \omega_0$ ) la polarisation et le champ sont en quadrature.

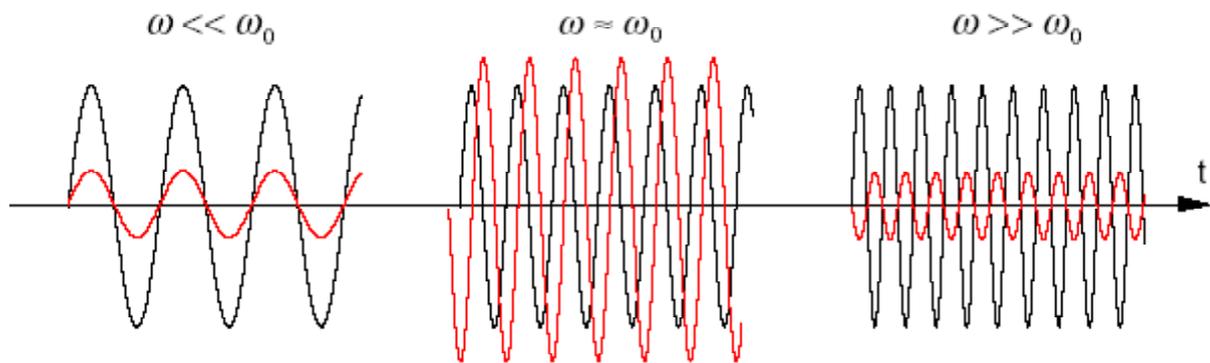


Figure 2.1: réponse à un champ oscillant.

**Remarque 2.1** : Nous ne faisons pas de distinction entre le champ électrique nous permettant d'exprimer le moment dipolaire élémentaire  $\vec{P} = \alpha \vec{E}$ , et le champ électrique auquel la polarisation est liée par  $\vec{P} = \chi(\omega) \varepsilon_0 \vec{E}$ :

-Le premier est un champ à signification microscopique, champ local vu par l'entité qu'il polarise.

-Le second est le champ électrique macroscopique, champ intervenant dans l'écriture des équations de Maxwell dans le milieu.

Cette amalgame peut sembler convenable dans le cas de milieux dilués, de faible susceptibilité, pour lequel le champ créé par les autres particules du milieu perturbera peu le champ appliqué à la matière. Contrairement aux cas des milieux denses, où elle devient douteuse sans trop perturber cependant les conclusions simples de notre étude.

Les courbes représentatives de (2.11) et (2.12) sont données sur les figures si dessous:

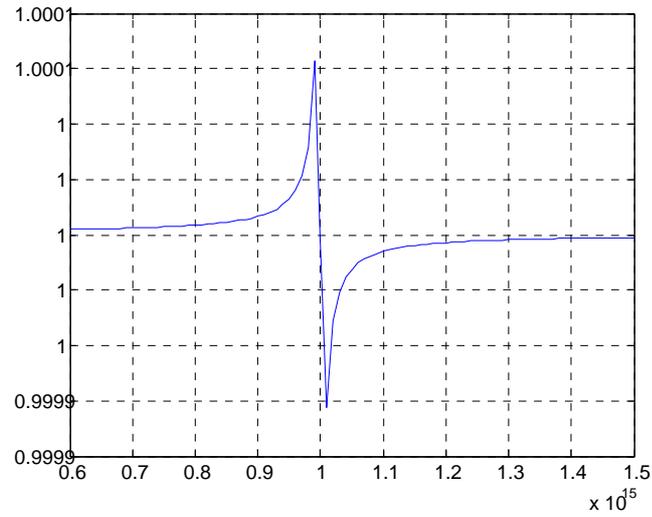


Figure 2.2: la variation de  $\chi_1$  en fonction de  $\omega$ .

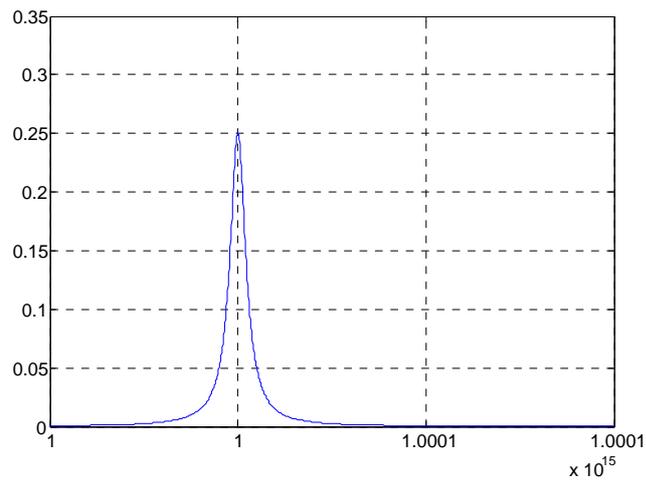


Figure 2.3: la variation de  $\chi_2$  en fonction de  $\omega$ .

On constate que la partie réelle de la susceptibilité est strictement nulle à la résonance atomique ( $\omega = \omega_0$ ),  $\chi_1(\omega_0) = 0$ . Sa dérivée:

$$\frac{d\chi_1}{d\omega} = \frac{\Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \gamma^2 \omega_0^2}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2)^2}$$

est nulle pour deux valeurs  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , telles que:

$$\begin{cases} \omega_1^2 = \omega_0^2 - \gamma\omega_0 \\ \omega_2^2 = \omega_0^2 + \gamma\omega_0 \end{cases}$$

dans le cas ou  $\gamma \ll \omega_0$   $\omega_1$  et  $\omega_2$  valent respectivement

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_0 - \frac{\gamma}{2} \\ \omega_2 = \omega_0 + \frac{\gamma}{2} \end{cases}$$

d'où  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \gamma$ .

La partie imaginaire  $\chi_2(\omega)$  est en revanche maximale pour  $\omega = \omega_0$ :  $\chi_2(\omega_0) = \frac{\Omega^2}{\gamma\omega_0}$ . Elle décroît rapidement dès que  $\omega$  s'écarte de  $\omega_0$ .

Au voisinage de la pulsation de résonance  $\omega_0$ , on a:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 - \omega^2 &= (\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0) \\ &= 2\omega_0(\omega_0 - \omega) \end{aligned}$$

il en découle:

$$\begin{aligned} \chi_2(\omega) &= \frac{\Omega^2\gamma\omega}{4\omega_0^2(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2\omega^2} \\ &= \chi_2(\omega_0) \frac{1}{1 + \frac{4}{\gamma^2}(\omega - \omega_0)^2} \end{aligned}$$

Cette courbe est appelée une Lorentzienne : elle est symétrique par rapport à l'axe, passe par son maximum situé à  $\omega = \omega_0$ . La largeur totale à mi-hauteur de la courbe est  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \gamma$  [8].

$\chi_1(\omega)$  et  $\chi_2(\omega)$  sont des fonctions croissantes en densité des particules et décroissantes en leur masses.

## 2.2.5 Le vecteur de déplacement

Le vecteur de déplacement électrique s'écrit:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (2.13)$$

Sachant qu'il peut s'écrire

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

avec

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

on en déduit

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}. \quad (2.14)$$

D'où

$$\varepsilon_r = (1 + \chi) = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)}. \quad (2.15)$$

L'étude de la réponse diélectrique de la vapeur atomique (milieu linéaire homogène et isotope non magnétique) est entièrement caractérisée par une permittivité relative complexe, il y a propagation avec absorption par le milieu, cette absorption est liée à la présence du terme  $j\gamma\omega$  dans l'expression précédente c'est-à-dire à la présence d'un terme dissipatif dans l'équation du mouvement.

A haute fréquence, c'est à dire pour  $\omega \gg \omega_0$  on a:

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

où  $\omega_p$ , définit par:

$$\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \quad (2.16)$$

c'est la pulsation plasma, par analogie avec la pulsation collective naturelle d'une assemblée de particules chargées.

La répulsion électrostatique entre particules identiques a pour conséquence que chacune d'entre elles occupe sa position d'équilibre, la configuration d'ensemble minimisant l'énergie totale du système. Si une particule donnée subit, pour une raison quelconque, un petit déplacement, elle entraînera dans son mouvement les particules avoisinantes. Par conséquent, c'est tout le milieu qui sera saisi d'un mouvement collectif, où  $\omega_p$  est la fréquence de ce mouvement. Cette fréquence ne dépend pas du signe de la charge est une fonction croissante de la densité (figure 2.3).

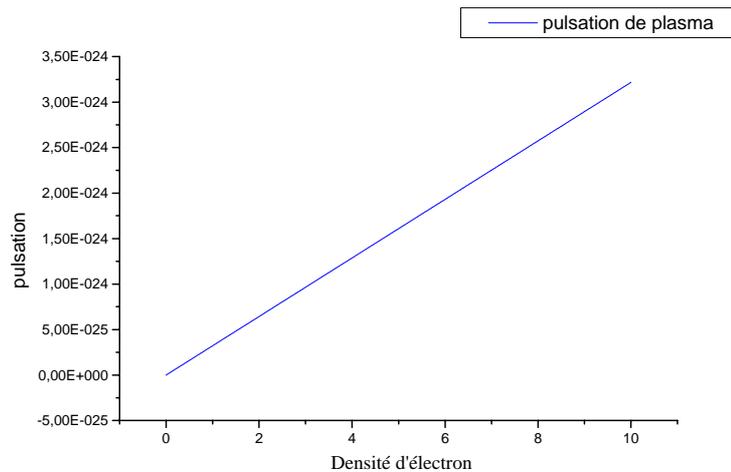


Figure 2.4:  $\omega_p$  en fonction de la densité d'électron.

**Remarque 2.2** : *Lorsque le milieu est dense, les interactions entre atomes ou molécules modifient les fréquences propres et leur facteurs d'amortissement. On ne peut en général parler de dipôles électroniques ou moléculaires vibrant individuellement, il existe alors des modes propres de vibrations électroniques qui sont responsables de la réponse dynamique de la matière à un champ appliqué. En optique, cette réponse est caractérisée par la notion d'indice de réfraction.*

## 2.3 Equation d'onde et relation de dispersion

### 2.3.1 Les équations de Maxwell

Dans un tel milieu, le système d'équations de Maxwell permet de décrire correctement l'apparition et la propagation des ondes électromagnétiques qui sont un ensemble de champs magnétique et électriques rapidement variables. Les équations de Maxwell prennent la même forme que dans le vide si on change  $\varepsilon_0$  en  $\varepsilon$ , et  $\mu_0$  en  $\mu$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{div } \vec{D} = \rho \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \end{array} \right. . \quad (2.17)$$

Dans la vapeur, non chargée et non conductrice, donc  $\rho = 0$  et  $\vec{j} = 0$ , les équations de Maxwell s'écrivent:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div } \vec{B} = 0 \\ \text{div } \vec{D} = 0 \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.18)$$

Aux EM s'ajoutent les relations constitutives qui caractérisent les propriétés électromagnétiques du milieu par l'intermédiaire de la permittivité diélectrique  $\varepsilon$  et la perméabilité magnétique  $\mu$  :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$$

où  $\vec{P}$  est le vecteur de polarisation.

$\vec{M}$  le vecteur de l'aimantation.

$\varepsilon_o$  et  $\mu_o$  sont la permittivité et la perméabilité du vide.

La vapeur est supposée non magnétique où  $\mu=\mu_o$ . la permittivité diélectrique reste alors la seule quantité qui détermine les propriétés du milieu.

Il vient alors:

$$\begin{cases} \vec{rot} \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \\ \text{div} \vec{D} = \varepsilon_0 \text{div} \vec{E} + \text{div} \vec{P} = 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

L'équation d'onde s'établit, comme dans le cas du vide, en utilisant la relation d'analyse vectorielle. On a alors:

$$\vec{rot} (\vec{rot} \vec{E}) = \vec{rot} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \quad (2.20)$$

soit

$$\vec{grad} \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

or

$$\varepsilon_0 \text{div} \vec{E} + \text{div} \vec{P} = 0$$

il vient que

$$-\frac{1}{\varepsilon_0} \text{div} \vec{P} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

ce qui donne

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - \frac{1}{\varepsilon_0} \vec{grad} (\text{div} \vec{P}). \quad (2.21)$$

Cette relation constitue l'équation de propagation du champ électrique dans un milieu de polarisation  $\vec{P}$ .

### 2.3.2 Relation de dispersion

Lorsque nous cherchons des solutions à l'équation de propagation sous forme des ondes planes progressives monochromatiques, avec:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp j(\vec{k} \vec{r} - \omega t) \quad (2.22)$$

et

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \exp j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

nous pouvons directement remplacer l'opérateur  $\vec{\nabla} \wedge$  par  $-i \vec{k} \wedge$ ,  $\vec{\nabla} \cdot$  par  $-i \vec{k} \cdot$  et  $\frac{\partial}{\partial t}$  par  $j\omega$ .

Ainsi nous pouvons réécrire chaque terme de l'équation de propagation sous la forme:

$$\Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E}. \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}. \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{P}. \quad (2.25)$$

$$\text{div } \vec{P} = -jk \vec{z} \cdot \vec{P} = 0. \quad (2.26)$$

L'équation de propagation du champ électrique s'écrit:

$$(-k^2 + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2) \vec{E} = -\frac{\mu_0 \varepsilon_0 \Omega^2 \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \vec{E}.$$

On pose  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ , est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide, ce qui donne:

$$-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = -\frac{\Omega^2 \omega^2}{c^2(\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega)}.$$

Ainsi, on obtient la relation suivante:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[ 1 + \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \right] \quad (2.27)$$

qui constitue la relation de dispersion des ondes électromagnétiques dans le milieu considéré.

où encore:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r(\omega) \quad (2.28)$$

Les solutions sont donc entièrement déterminées par la connaissance de la fonction diélectrique  $\varepsilon_r(\omega)$ .

### Structure de l'onde dans le milieu

La relation de Maxwell-Faraday  $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ; s'écrit en notation complexe:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{E} = -j\omega \vec{B} \\ \text{rot} \vec{E} = \vec{k} \wedge \vec{E} \end{cases}$$

ce qui donne:

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (2.29)$$

et donc, en désignant par  $\vec{z}$  la direction de propagation de l'onde telle que  $\vec{k} = k \vec{z}$ , on a:

$$\vec{B} = \frac{k}{\omega} \vec{z} \wedge \vec{E} \quad (2.30)$$

Les vecteurs  $(\vec{E}, \vec{B}, \vec{z})$  forme un trièdre rectangle direct. L'onde étudiée a une structure semblable à celle de l'onde plane électromagnétique dans le vide. Il faut cependant faire attention au fait que  $k$  peut être complexe, ce qui change la structure de l'onde plane.

## 2.4 Relation entre le vecteur d'onde et l'indice de la vapeur atomique

D'après ce qui précède, et en posons  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ , qui serait le module du vecteur d'onde pour une propagation dans le vide. On obtient alors:

$$k = k_0 \varepsilon_r^{\frac{1}{2}}$$

Le rapport  $\frac{k}{k_0}$  est l'indice complexe de la vapeur atomique:

$$\frac{k}{k_0} = n = \varepsilon_r^{\frac{1}{2}} \quad (2.31)$$

il vient que:

$$n^2 = \left[ 1 + \frac{\Omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \right]$$

Nous appellerons  $n$  l'indice de réfraction de notre milieu. Il donne en effet le rapport entre le nombre d'onde dans le vide et le nombre d'onde dans le milieu.

### 2.4.1 Signification physique de l'indice de réfraction

Comme  $n$  est en général une quantité complexe, ainsi que  $\varepsilon_r$  ou  $\chi$ , l'indice de réfraction est aussi une quantité complexe d'où:

$$n = n_1 - jn_2. \quad (2.32)$$

Il est de même pour  $k$  que l'on peut décomposer en partie réelle et partie imaginaire:

$$k = k_1 - jk_2 = \frac{\omega}{c} (n_1 - jn_2).$$

D'une façon générale,  $\vec{E}$  se réécrit :

$$\vec{E} = E_0 \exp(-k_2 z) \exp j(\omega t - k_1 z) \vec{x} \quad (2.33)$$

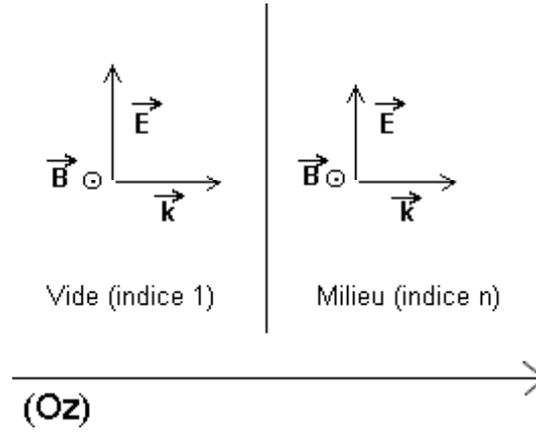


Figure 2.5

Soit en revenant à une notation réelle (et en supposant  $\vec{E}_0$  réel):

$$\vec{E} = E_0 \exp(-n_2 k_0 z) \cos(\omega t - n_1 k_0 z) \vec{x} \quad (2.34)$$

L'expression du champ  $\vec{E}$  à l'intérieur de la vapeur comprend un terme exponentiellement décroissant avec  $z$ :

$$\exp(-k_2 z) = \exp(-n_2 k_0 z) \quad (2.35)$$

et un terme périodique:

$$\exp j(\omega t - k_1 z) = \cos(\omega t - n_1 k_0 z) \quad (2.36)$$

L'étude de ces deux termes permet de comprendre la signification physique de  $n_1$  et  $n_2$ .

### Partie imaginaire $n_2$ de l'indice $n(\omega)$ :

Le premier terme, exponentiellement décroissant et correspondant à la partie imaginaire de l'indice, montre que le champ  $\vec{E}$  est absorbé sur une longueur  $\delta$  qui définit la distance d'atténuation de l'onde qui est de l'ordre de  $\frac{c}{n_2 \omega} = \frac{\lambda}{2\pi n_2}$  donc de l'ordre de  $\frac{\lambda}{n_2}$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde de l'onde considérée.

Il s'agit d'une onde dont l'amplitude décroît exponentiellement lors de la propagation

dans la vapeur, (figure 2.6). l'onde se déforme en se propageant.

Ainsi le coefficient  $n_2$  caractérise l'absorption de l'onde par le milieu. Il est nommé indice d'extinction.

L'onde électromagnétique de fréquence  $\omega$  est donc absorbée sur une longueur inversement proportionnelle à la partie imaginaire de l'indice du milieu. Plus cette partie imaginaire est faible, et plus l'atténuation de l'onde se fait lentement

Notons que cette absorption est liée à la valeur complexe de l'indice et donc de  $\varepsilon_r$ , c'est-à-dire au retard de la réponse que donne le milieu à l'onde qui se propage.

En trois dimensions, on introduit la dépendance temporelle, donc avec le temps il y aura un déplacement le long de l'axe ( $Oz$ ) puisque la propagation de l'onde est suivant cette axe.

La propagation du champ de l'onde électromagnétique dans la vapeur atomique est illustré sur la figure (2.7).

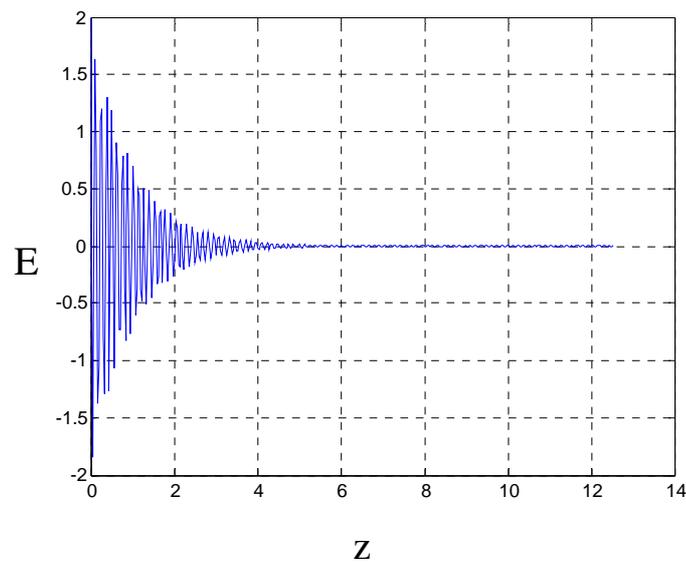


Figure 2.6: instantané de l'amplitude de l'onde se propageant en s'atténuant.

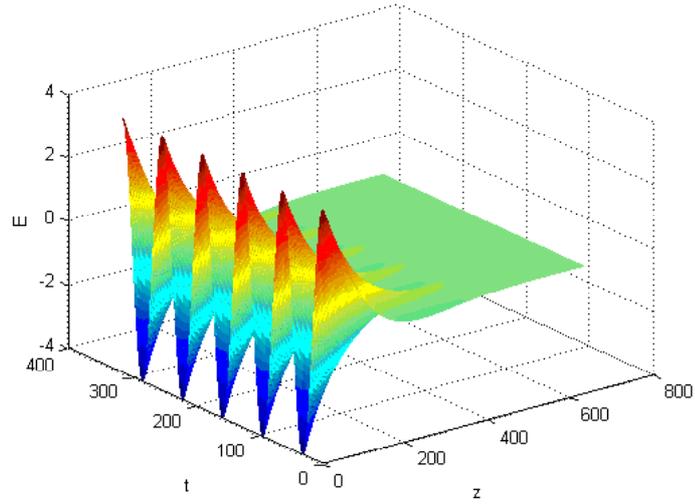


Figure 2.7: onde progressive atténuée.

Les parties réelle et imaginaire du vecteur d'onde doivent avoir des signes opposées pour rendre compte d'une atténuation; si on se place dans une situation telle que  $k_1 > 0$  et  $k_2 > 0$ , on d'écrit une onde qui se propage dans le sens positif de l'axe de propagation, avec amplification de son amplitude.

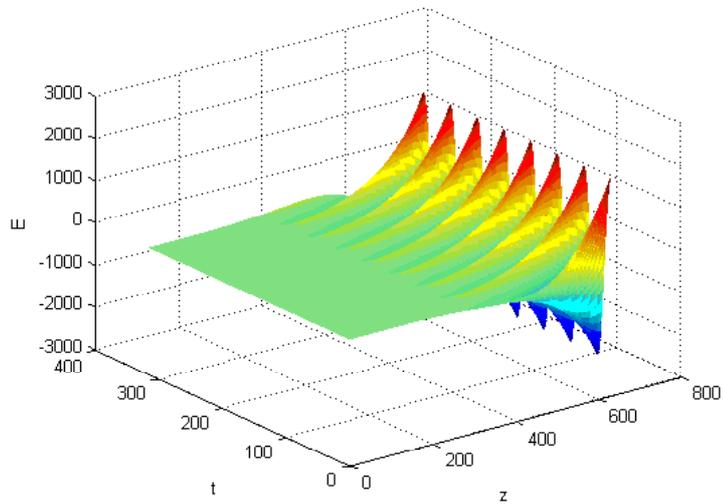


Figure 2.8: onde amplifiée.

### Partie réelle $n_1$ de l'indice $n(\omega)$

La partie réelle, correspond à une augmentation du module du vecteur d'onde, donc à une réduction de la longueur d'onde (si la partie réelle de l'indice est plus grande que un, ce qui est fréquemment le cas). Il s'agit donc de l'indice de réfraction tel que le conçoit l'optique géométrique.

La longueur d'onde de l'onde s'écrit alors:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k_1} = \left(\frac{2\pi c}{\omega}\right) \frac{1}{n_1} = \frac{\lambda_0}{n_1}. \quad (2.37)$$

On peut dire ainsi que la longueur d'onde de l'onde électromagnétique n'est pas une grandeur absolue: elle dépend du milieu dans lequel se propage l'onde.

La propagation de la phase de l'onde est contenue dans le terme  $\cos(\omega t - k_1 z)$ .

La vitesse de propagation de la phase, ou vitesse de phase est donnée par:

$$v_g = \frac{\omega}{k_1} = \frac{c}{n_1} \quad (2.38)$$

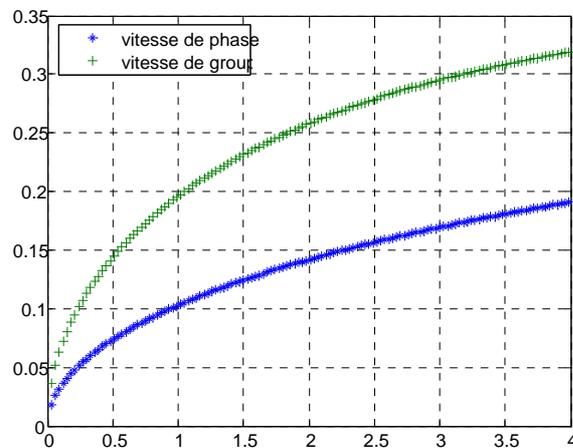


Figure 2.9: vitesse de phase en fonction de la pulsation.

Elle est en général différente de la vitesse  $c$  de la lumière dans le vide, et de plus varie avec la fréquence. Le milieu de propagation sépare progressivement les ondes de pulsations

différentes: on parle de phénomène de dispersion. où  $n_1$  est l'indice de réfraction, que nous utilisons en optique; il caractérise la dispersion du milieu.

La courbe représentée sur la figure (2.9) cesse d'être une droite passant par L'origine.

Le champ associé à l'onde électromagnétique s'écrit sous la forme:

$$\vec{E} = E_0 \exp j(\omega t - k_1 z) \vec{x}, \quad (2.39)$$

soit en revenant à une notation réelle et  $E_0$  réel, on a:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k_1 z) \vec{x} \quad (2.40)$$

dans ce cas, l'onde électromagnétique se propage dans la vapeur sans atténuation. figure (2.10); sa structure est en tout point identique à celle d'une O.P.P.M dans le vide. On dit que le milieu est transparent pour cette onde.

Dans le cas où le nombre d'onde est un imaginaire pur, il est commode de poser  $k = -jk_2$ ,

Le champ varie alors suivant une loi de type

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-k_2 z) \exp j(\omega t) \vec{x} \quad (2.41)$$

Ce n'est que formellement que (2.41) garde une apparence d'onde plane avec propagation.

Si nous revenons à des notation réelles, nous voyons que le champ vibre partout en phase, alors que sans amplitude varie, d'un point à un autre, suivant une loi exponentielle.

C'est le contraire de ce qu'on obtient quand il y a onde progressive et propagation, avec conservation de l'amplitude du signal et vibration spatial de la phase, l'onde résultante est appelée onde évanescente (figure 2.11).

En résumé, nous pouvons dire que:

-Comme la dispersion et l'absorption ont une origine commune, ces phénomènes sont intimement liés; il en résulte qu'un milieu dispersif est nécessairement absorbant. Ce lien est précisé par des relations dites de Kramers-Krönig, ces relations sont données dans

l'annexe N°1.

-Un milieu matériel linéaire, homogène et isotrope, peut être considéré comme parfait, c'est-à-dire ni dispersif ni absorbant, uniquement dans une zone limitée de fréquence; seul le vide est parfait pour l'ensemble du spectre électromagnétique.

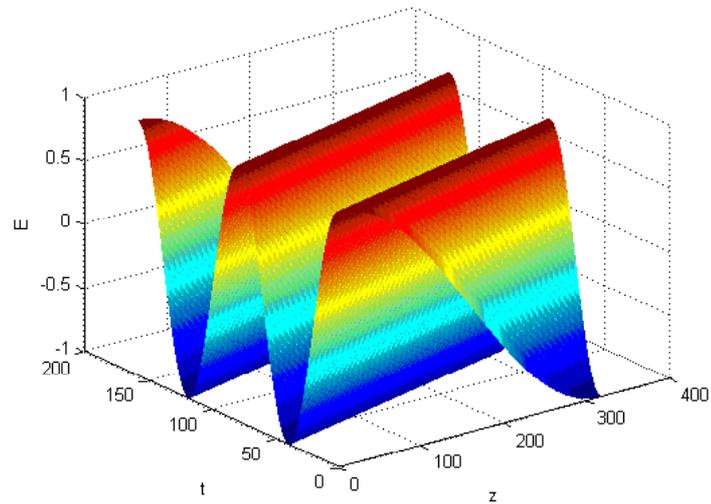


Figure 2.10: onde dans le milieu d'indice  $n_1$ .

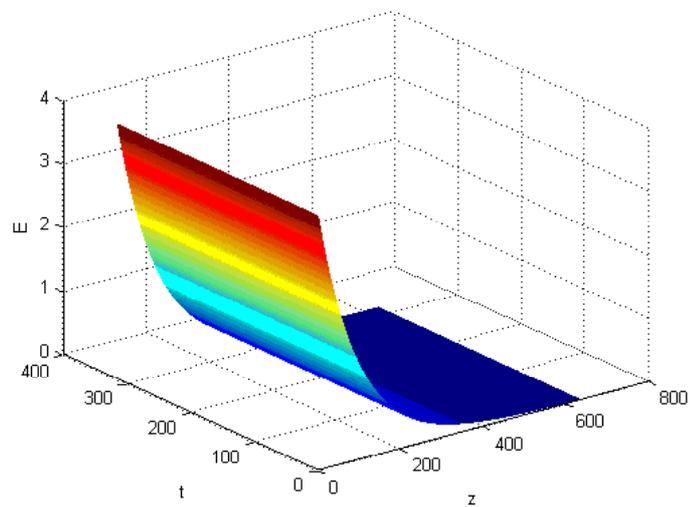


Figure 2.11: onde évanéscence.

En terme d'indice complexe, la relation de dispersion est toujours valable, on en déduit que:

$$n_1^2 = 1 + \Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (2.42)$$

$$n_1 n_2 = \frac{\Omega^2}{2} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (2.43)$$

Les courbes tracées si dessous indiquent les variations des indices de réfraction et d'extinction de la vapeur en fonction de la pulsation  $\omega$  et de la longueur d'onde  $\lambda$ .

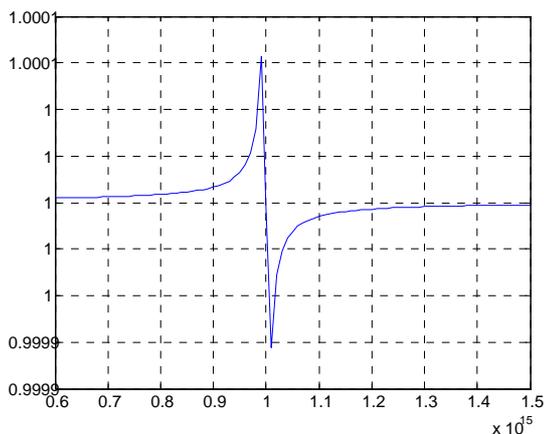


Figure 2.12:  $n_1$  en fonction de  $\omega$ .

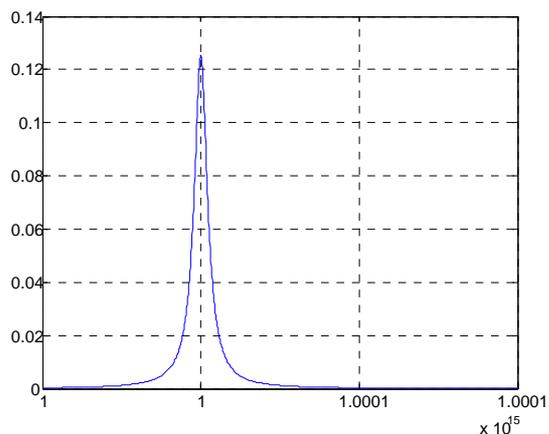


Figure 2.13:  $n_2$  en fonction de  $\omega$ .

Ces courbes ressemblent fortement à celles tracées sur les figures (2.2) et (2.3), où sont représentées  $\chi_1$  et  $\chi_2$  en fonction de  $\omega$ . La partie réelle de la susceptibilité est, donc, liée à l'indice de réfraction ordinaire.

La susceptibilité contient tout à la fois les phénomènes de réfraction ou de dispersion, si l'indice n'est pas indépendant de la fréquence, et les phénomènes d'absorption si l'indice est complexe.

## 2.4.2 Analyse et compréhension des phénomènes d'absorption et de dispersion

L'étude précédente fait apparaître une bande de pulsation particulière de largeur  $\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$  très étroite, de centre  $\omega_0$  dite bande d'absorption.

Quand on se rapproche de la bande, la fonction  $n_1(\omega)$  présente une discontinuité, ce qui est dénué de sens physique, l'indice varie relativement peu en fonction de la fréquence, un paquet d'onde se propageant dans un tel milieu sera peu déformé (figure 2.17)

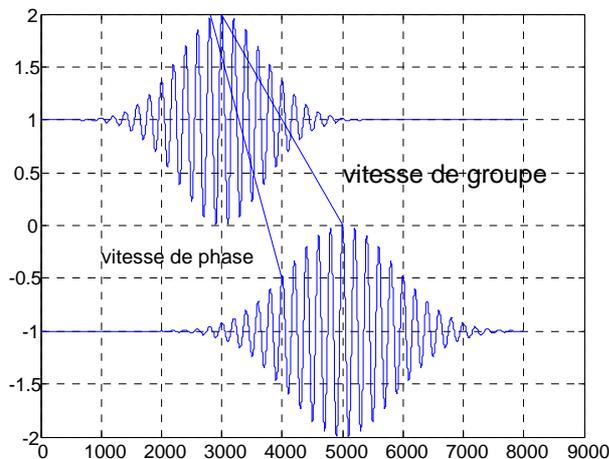


Figure 2.14: propagation du paquet d'onde.

La vitesse de groupe de ce paquet est donc:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} = \frac{v_e}{1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}}$$

L'indice restant supérieur à 1, hormis à de très hautes fréquences, la vitesse de phase  $v_p$  est en général inférieure à  $c$ . Dans cette zone de transparence,  $n$  est une fonction croissante de la pulsation et donc fonction décroissante de la longueur d'onde de sorte que  $v_g$  est aussi inférieure à  $c$ .

Dans ce domaine où la vitesse de phase et la vitesse de groupe sont inférieures à  $c$ , la

dispersion est dite *normale*.

### dispersion anormale dans une zone d'absorption

A l'intérieur de la bande, on dit qu'on est dans une zone de dispersion anormale. L'indice est une fonction décroissante de la pulsation, donc une fonction croissante de la longueur d'onde.  $n_1$  peut être inférieur à 1, et la vitesse de phase  $v_g = \frac{\omega}{k_1} = \frac{c}{n_1}$  peut être supérieure à  $c$ . Dans cette région on peut avoir une vitesse de groupe qui est défini par:

$$v_g = \frac{c/n_1}{1 + \frac{\omega}{n_1} \frac{dn_1}{d\omega}} \quad (2.44)$$

cette vitesse est très petite ou très grande devant  $c$ , elle peut même être négative.

C'est bien sûr la notion de vitesse de groupe qui perd son sens dans ce cas. Elle ne s'applique a priori qu'à un paquet d'onde suffisamment large en fréquence pour être bien localisé dans l'espace, mais très étroit devant l'échelle de variation de la vitesse de propagation pour se propager encore sans déformation notable, laissant une très grande marge à l'interprétation dans la définition de sa vitesse de propagation.

Ces résultats conduisent à parler ici de *dispersion anormale* [9]. En fait, quelle que soit la forme du paquet et de la dispersion, un signal ne peut se propager plus vite que  $c$ .

### 2.4.3 Absorption de l'énergie

Comme dans le vide, la propagation de l'énergie est donnée par le vecteur de Poynting, dont l'expression générale dans un milieu matériel est:

$$\vec{R} = \vec{E} \wedge \vec{H} \quad (2.45)$$

Comme ici on a supposé le milieu non magnétique, on retrouve l'expression que l'on avait dans le vide:

$$\vec{R} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0} \quad (2.46)$$

Or on a, en notation réelles:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - k \vec{z} + \rho)$$

et

$$\vec{B} = \text{Re} \frac{n}{c} \vec{u} \wedge \vec{E}_0 \exp j(\omega t - k \vec{z}),$$

soit

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{1}{c} (\vec{u} \wedge \vec{E}_0) \text{Re} [(n_1 - jn_2) \exp(-k_2 \vec{z}) \exp j(\omega t - k_1 \vec{z})] \\ &= \frac{1}{c} (\vec{u} \wedge \vec{E}_0) \exp(-k_2 \vec{z}) [n_1 \cos(\omega t - k \vec{z} + \rho) - n_2 \sin(\omega t - k \vec{z} + \rho)] \end{aligned}$$

On en déduit le vecteur de Poynting

$$\vec{R} = \vec{u} c \varepsilon_0 E_0^2 \exp(-2k_2 z) (n_1 \cos^2(\omega t - k \vec{z} + \rho) - n_2 \sin^2(\omega t - k \vec{z} + \rho) \cos(\omega t - k \vec{z} + \rho))$$

ce qui donne:

$$\langle \vec{R} \rangle_t = \vec{u} c n_1 \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} \exp(-2n_2 \frac{\omega}{c} z).$$

Cette expression nous montre que le flux énergétique de l'onde décroît exponentiellement avec la distance parcourue, avec un coefficient d'extinction  $2n_2$ .

L'énergie étant transférée à la matière sous forme d'échauffement par exemple (c'est le principe de fonctionnement d'un micro-ondes). Cette expression est tout aussi valable en milieu non absorbant, où on constate que le vecteur de Poynting à la même expression que dans le vide, à facteur  $n$  près.

## 2.5 Conclusion

Rappelons les points important:

- \* La propagation d'une onde plane progressive monochromatique dans la vapeur atomique ( milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope ) est régie par la relation de dispersion  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r$ .
- \* La dispersion est la dépendance non linéaire du nombre d'onde  $k$  dans le milieu en fonction de la pulsation  $\omega$ , l'indice  $n$  n'est pas constant. L'absorption est l'affaiblissement de l'amplitude de l'onde à la traversée du milieu.
- \* La permittivité diélectrique, la perméabilité magnétique et la susceptibilité électrique de la vapeur ne sont plus des nombres réelles, mais elles deviennent des nombres complexes.
- \* L'indice du milieu est lui même un nombre complexe: sa partie réelle qui est l'indice de réfraction permet de définir la vitesse de phase de l'onde, cette dernière dépend de la fréquence du signal; on parle de phénomène de dispersion.

La partie imaginaire nommée indice d'extinction caractérise l'absorption de l'onde, on parle ainsi d'onde évanescente qui a la propriété d'avoir une amplitude qui décroît exponentiellement en fonction de la distance.

L'indice d'extinction s'identifie au coefficient d'atténuation défini par:

$$\alpha = k_2 = \frac{\omega}{c} n_2.$$

L'inverse de  $\alpha$  est la profondeur de pénétration de l'onde  $\delta = \frac{c}{\omega n_2}$ .

- \* Dans certaines gammes de fréquences, le milieu peut être considéré comme parfait, c'est-à-dire ni absorbant ni dispersif: la structure d'une onde plane progressive monochromatique est identique à celle dans le vide.
- \* Notons enfin que dans la zone d'absorption, la puissance moyenne de l'onde absorbée par le milieu est proportionnelle à la partie imaginaire de la constante diélectrique.

## Chapitre III

# Influence du Nombre d'Electrons sur les Propriétés Optiques de la Vapeur Atomique

# Chapitre 3

## Influence du Nombre d'Electrons sur les Propriétés Optiques de la Vapeur Atomique.

### 3.1 Introduction

Le modèle de la charge élastiquement liée utilisé pour décrire l'interaction d'une onde électromagnétique avec une vapeur atomique nous a permis de déterminer les propriétés optiques du milieu où on a considéré que chaque atome de la vapeur comporte un électron mobile.

Une recherche sur les différents atomes donnés dans le tableau de Mendeleïev indique que la libération des électrons n'est pas limitée à un.

Dans le tableau (1) on donne un exemple des atomes qui peuvent libérer plus qu'un électron [10]. On peut s'interroger à ce que ce nombre d'électrons influe sur les propriétés optiques de la vapeur atomique. Il est clair que ce dernier s'effectue sous des conditions expérimentales bien déterminées qui tient compte de la nature de la vapeur atomique (hors notre objectif).

L'étude sera faite en tenant compte du nombre d'électrons et l'approximation des élec-

trons indépendants (pas d'interaction entre les électrons mobiles).

métal	réaction	potentiel
<i>Au</i>	$Au \Leftrightarrow Au^{3+} + 3e$	+1.50
<i>Pt</i>	$Pt \Leftrightarrow Pt^{2+} + 2e$	+1.19
<i>Pd</i>	$Pd \Leftrightarrow Pd^{2+} + 2e$	+0.99
<i>Hg</i>	$Hg \Leftrightarrow Ag^{2+} + 2e$	+0.85
<i>Ag</i>	$Ag \Leftrightarrow Ag^+ + e$	+0.80
<i>Cr</i>	$Cr \Leftrightarrow Cr^{3+} + 3e$	-0.74
<i>Zr</i>	$Zr \Leftrightarrow Zr^{4+} + 4e$	-1.53
<i>Al</i>	$Al \Leftrightarrow Al^{3+} + 3e$	-1.67
<i>Ca</i>	$Ca \Leftrightarrow Ca^{2+} + 2e$	-2.87
<i>K</i>	$K \Leftrightarrow K^+ + e$	-2.92

Tableau (1)

## 3.2 Etude de la susceptibilité en fonction du nombre d'électrons

Comme on a défini précédemment, la relation linéaire entre la polarisation et le champ appliqué permet de définir une susceptibilité du milieu qui s'écrit sous la forme:

$$\chi = \chi_1 - j\chi_2 \quad (3.1)$$

où

$$\chi_1(\omega) = \frac{\Omega^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (3.2)$$

$$\chi_2(\omega) = \frac{\Omega^2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (3.3)$$

L'étude de la susceptibilité en fonction du nombre d'électrons libérés par l'atome revient donc à étudier ses parties réelle et imaginaire respectivement.

### 3.2.1 Susceptibilité réelle

La susceptibilité réelle  $\chi_1$  est défini par:

$$\chi_1 = \frac{\Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad \text{où } \Omega^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}$$

La vapeur contient  $N$  atomes par unité de volume. On considère que chaque atome peut libérer un nombre  $N_e$  d'électrons qui est supérieur à un, dans ce cas la relation (3.2) se réécrit sous la forme suivante:

$$\chi_1 = \frac{N_e \Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (3.4)$$

Dans notre étude, on se base sur un nombre d'électrons qui peut aller jusqu'à quatre, en remplaçant respectivement  $N_e$  par ses valeurs, on obtient les relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_1 = \frac{1\Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \\ \chi_1 = \frac{2\Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \\ \chi_1 = \frac{3\Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \\ \chi_1 = \frac{4\Omega^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

La courbe tracée sur la figure (3.1) représente la variation de la partie réelle  $\chi_1$  en fonction

de la pulsation  $\omega$  pour les différentes valeurs de  $N_e$ .

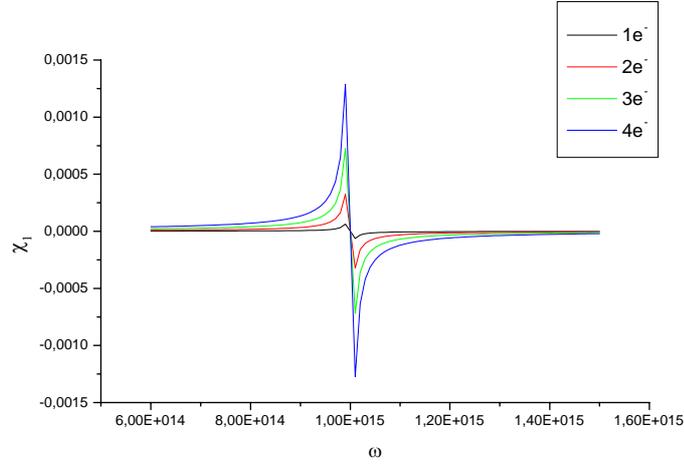


Figure 3.1: la variation de  $\chi_1$  en fonction de  $\omega$ .

La susceptibilité contient à la fois les phénomènes de réfraction ou de dispersion, et les phénomènes d'absorption. On remarque que la partie réelle de la susceptibilité est nulle strictement à la résonance, maximale ou minimale environ à une largeur de la résonance stricte. Ce maximum (minimum) devient de plus en plus important lorsque le nombre d'électrons libérés est lui même important.

L'examen détaillé de la courbe montre que la différence entre les pics obtenus des courbes adjacentes n'est pas constante, mais augmente d'une façon linéaire avec le nombre d'électrons (figure3.2).

La variation linéaire entre  $\Delta\chi_1$  et  $N_e$  traduit le fait que  $\chi_{1\max}$  augmente d'une façon non linéaire avec  $N_e$  ce qui est illustré sur la figure (3.3) où on a représenté l'évolution de

$\chi_{1\max}$  en fonction du nombre d'électrons libérés.

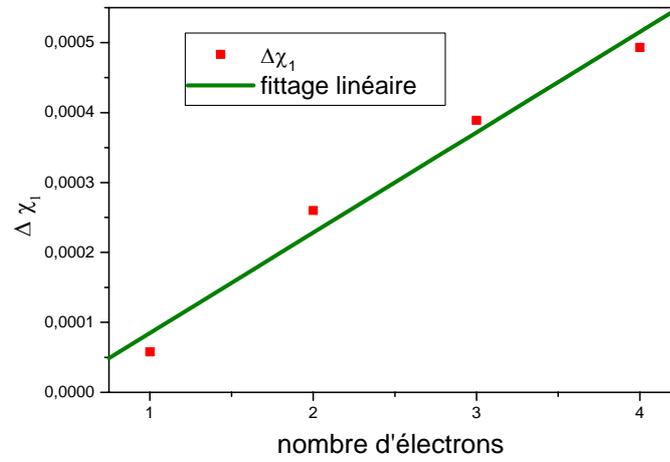


Figure 3.2: variation de  $\Delta\chi_1$  en fonction de  $N_e$ .

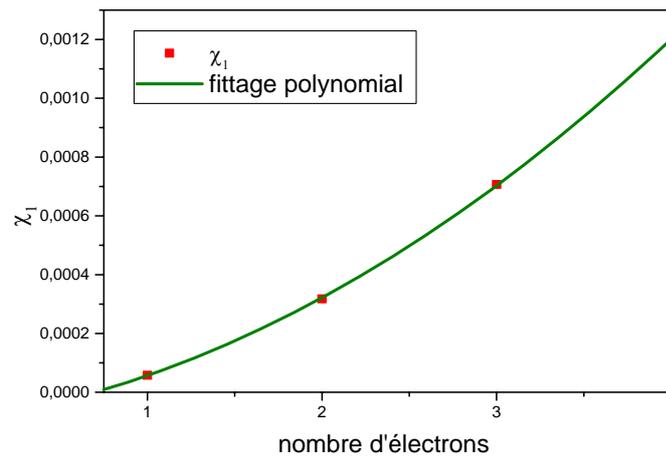


Figure 3.3: variation de  $\chi_1$  en fonction de  $N_e$ .

A partir de cette dernière courbe, on peut déduire une loi de comportement de cette variation non linéaire qui suit une loi polynomiale d'ordre 2 du type:

$$y = a + b_1x + b_2x^2. \quad (3.6)$$

Ainsi, on peut la réécrire selon:

$$\chi_1 = 6.13 \times 10^{-5} + 8.99 \times 10^{-5} N_e + 5.83 \times 10^{-5} N_e^2. \quad (3.7)$$

### 3.2.2 Susceptibilité imaginaire

la susceptibilité imaginaire est défini par:

$$\chi_2(\omega) = \frac{\Omega^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

Pour une vapeur atomique contenant  $N_e$  électrons libérés, on aura:

$$\chi_2(\omega) = \frac{N_e \Omega^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad (3.8)$$

Pour  $N_e$  variant de 1 jusqu'à quatre, on obtient les équations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_2(\omega) = \frac{1\Omega^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \\ \chi_2(\omega) = \frac{2\Omega^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \\ \chi_2(\omega) = \frac{3\Omega^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \\ \chi_2(\omega) = \frac{4\Omega^2 \omega \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

La variation de  $\chi_2$  en fonction de  $\omega$  pour les différentes valeurs de  $N_e$  est représentée sur la figure (3.4) où, on remarque que  $\chi_2$  pour sa part augmente en fonction du nombre d'électron.

Il s'en suit donc que  $\chi_2$  augmente non linéairement avec  $N_e$  (figure 3.6) puisque  $\Delta\chi_2$  varie

linéairement avec  $N_e$  (figure 3.5).

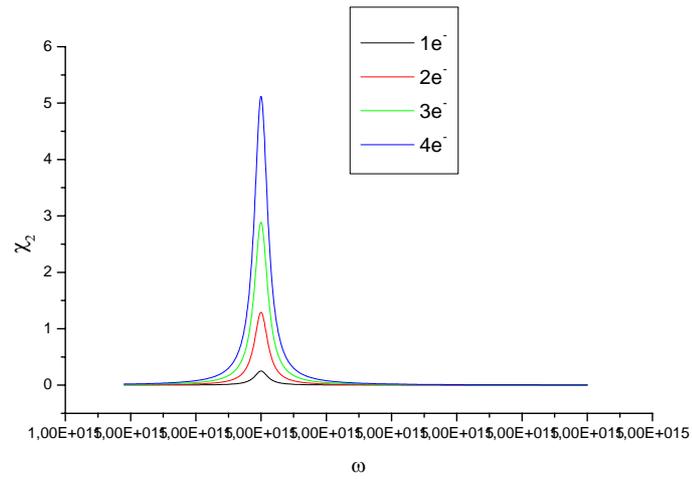


Figure 3.4: la variation de  $\chi_2$  en fonction de  $\omega$ .

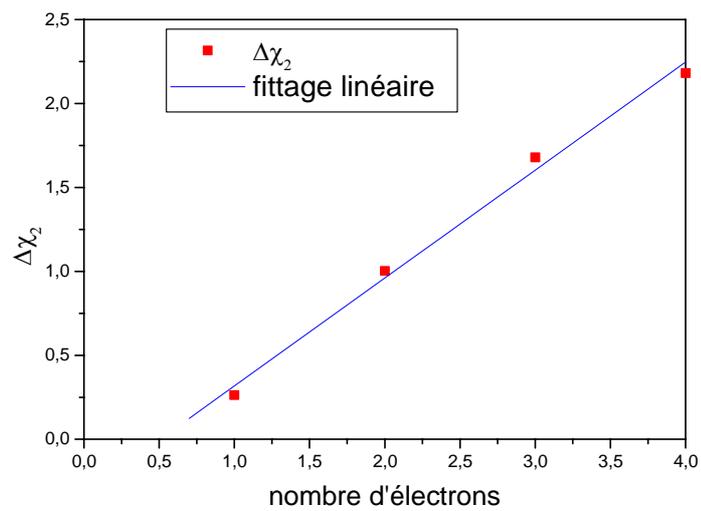


Figure 3.5: Variation de  $\Delta\chi_2$  en fonction de  $N_e$ .

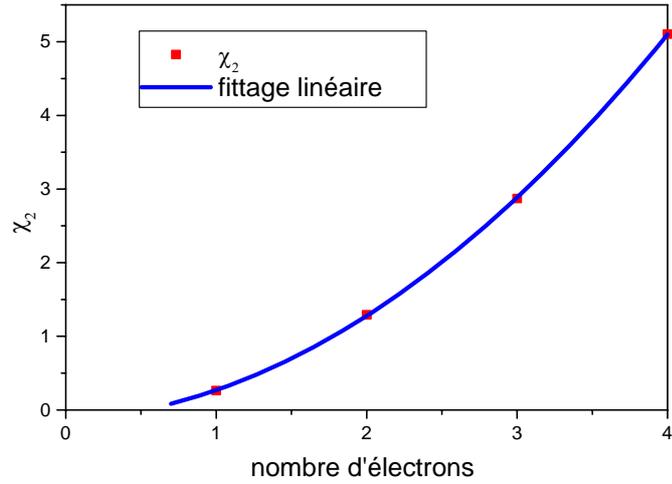


Figure 3.6: variation de  $\chi_2$  en fonction de  $N_e$ .

La deuxième loi de comportement donner pour cette variation es donnée part:

$$\chi_2 = 0.2888 + 0.1054N_e + 0.3008N_e^2. \quad (3.10)$$

A travers des relations(3.7) et (3.10), on peut donc déduire la constante diélectrique du milieu.

### 3.3 Etude de l'indice de la vapeur

#### 3.3.1 Indice de réfraction

L'indice de réfraction de la vapeur atomique est définit par la relation suivante:

$$n_1^2 = 1 + \Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

$n_1$  est l'indice réel qui caractérise la dispersion (voir chapitre2). En introduisant le nombre d'électrons  $N_e$  libérés, on obtient:

$$n_1^2 = 1 + N_e \Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2}$$

En remplaçant respectivement  $N_e$  par ses valeurs, on obtient donc les quatre relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1^2 = 1 + \Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \\ n_1^2 = 1 + 2\Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \\ n_1^2 = 1 + 3\Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \\ n_1^2 = 1 + 4\Omega^2 \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

La représentation graphique de la relation (3.11) est donnée sur la figure si dessous où on remarque que la fonction  $n_1(\omega)$  croit (décroit) de plus en plus en fonction du nombre d'électrons.

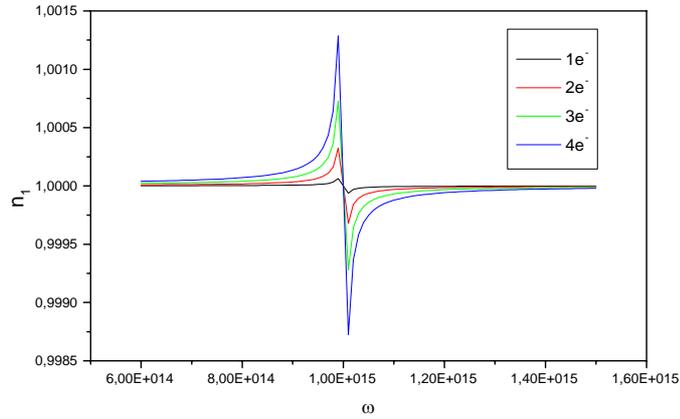


Figure 3.7: variation de  $n_1$  en fonction de  $\omega$ .

La dispersion est importante lorsque le milieu étudié comporte des atomes qui contiennent plus qu'un électron.

La différence  $\Delta n_1$  varie de la même façon que  $\Delta \chi_1$  ; elle augmente linéairement avec

le nombre d'électrons libérés (figure 3.8), Ce qui signifie que l'indice de réfraction  $n_1$  augmente non linéairement avec  $N_e$  (figure 3.9).

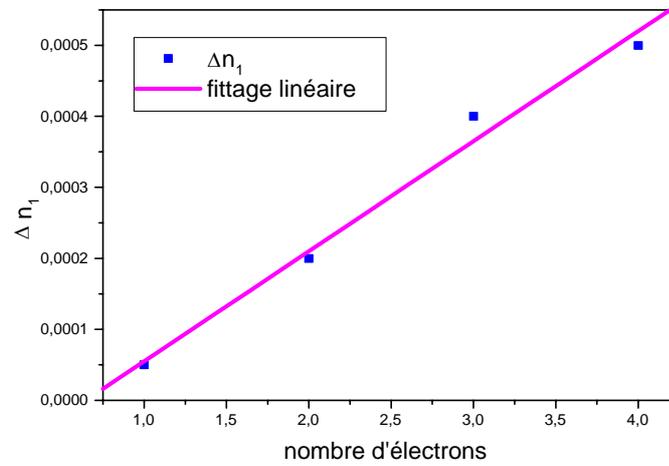


Figure 3.8:  $\Delta n_1$  en fonction de  $N_e$ .

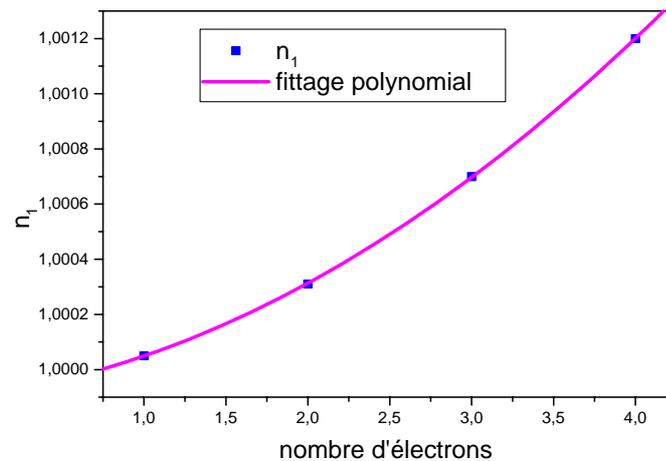


Figure 3.9:  $n_1$  en fonction de  $N_e$ .

On peut alors définir une autre loi de comportement qui traduit la variation non linéaire entre l'indice de réfraction et le nombre d'électrons libérés par une vapeur atomique. Elle

s'écrit sous la forme suivante:

$$n_1 = 0.9999 + 8.4 \times 10^{-5} N_e + 6 \times 10^{-5} N_e^2. \quad (3.12)$$

Une telle loi permet d'évaluer les indices de réfraction des gaz peu denses qui peuvent libérer un nombre d'électrons supérieur à 1.

### 3.3.2 Indice d'extinction

L'indice  $n_2$  est défini par:

$$n_2 = \frac{\Omega^2}{2} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad \text{où } \Omega^2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \quad (3.13)$$

En introduisant le nombre d'électron  $N_e$  libéré par l'atome, la relation (3.1) peut se réécrire sous la forme suivante:

$$n_2 = \frac{Ne^2 N_e}{2m\varepsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad (3.14)$$

Notre étude repose sur un nombre d'électron libéré qui peut aller jusqu'à quatre, en remplaçant respectivement  $N_e$  par ses valeurs, on obtient donc les relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_2 = \frac{Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \\ n_2 = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \\ n_2 = \frac{3Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \\ n_2 = \frac{4Ne^2}{2m\varepsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \end{array} \right. \quad (3.15)$$

La courbe tracée sur la figure (3.1) représente la variation de l'indice d'extinction  $n_2$  en

fonction de la pulsation  $\omega$  pour les différentes valeurs de  $N_e$ .

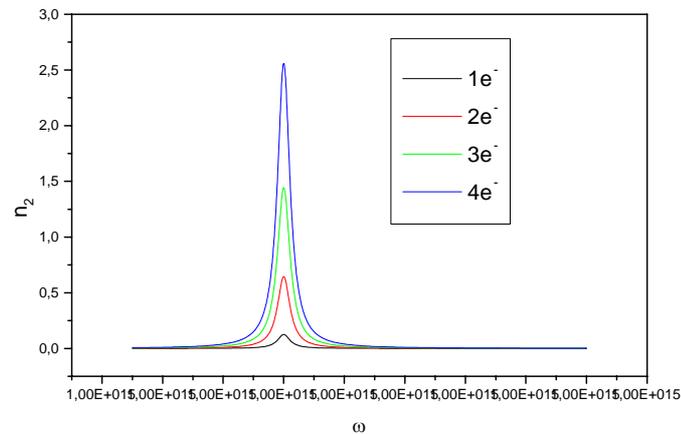


Figure 3.10:  $n_2$  en fonction de  $\omega$ .

Puisque  $n_2$  caractérise l'absorption de l'onde par le milieu, on remarque directement que cette absorption est importante et présente un maximum notable lorsque le nombre d'électron est lui même important. De la on peut dire que l'absorption augmente en fonction du nombre d'électron libéré.

L'examen détaillé de la courbe montre que la différence entre les pics obtenus des courbes adjacentes n'est pas constante, mais augmente d'une façon linéaire avec le nombre d'électron (figure3.2).

La variation linéaire entre  $\Delta n_2$  et  $N_e$  libéré traduit le fait que  $n_2$  augmente d'une façon non linéaire avec  $N_e$  ce qui est illustré sur la figure (3.3) où on a représenté l'évolution

de l'indice imaginaire en fonction du nombre d'électron considéré.

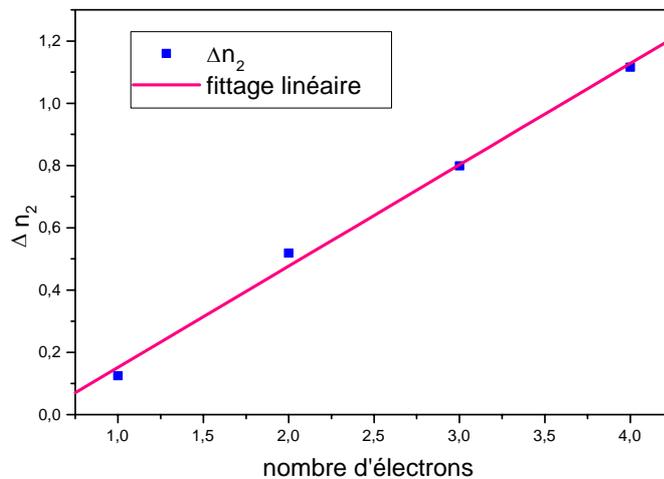


Figure 3.11:  $\Delta n_2$  en fonction de  $N_e$ .

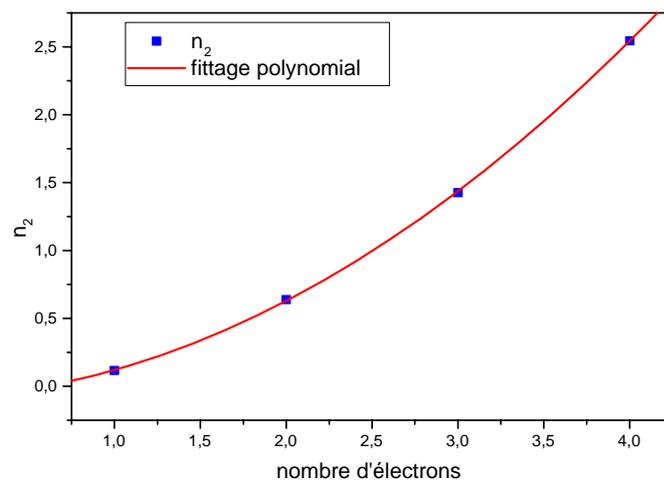


Figure 3.12:  $n_2$  en fonction de  $N_e$ .

A partir de cette dernière courbe, on peut déduire une loi de comportement de cette variation non linéaire, il est clair qu'elle suit une loi polynomiale du type

$$n_2 = 0.032 + 0.0623N_e + 0.149N_e^2. \quad (3.16)$$

Physiquement a partir de cette loi, on peut donc évaluer l'indice d'extinction de n'importe qu'elle vapeur atomique donnée, ou son coefficient d'atténuation défini par  $k_2 = \frac{\omega}{c}n_2$ .

### 3.4 Conclusion

- \* L'objectif des lois trouvées à travers cette étude est la possibilité de déterminer les propriétés optiques à savoir l'indice de réfraction, la susceptibilité, et la constante diélectrique de la vapeur atomique pour n'importe qu'elle quantité d'électrons libéré.
- \* La variation de l'indice avec le nombre d'électrons libérés par l'atome est une propriété qui peut être exploitée comme critère de choix de la vapeur atomique qui est utilisée dans les dispositifs expérimentales destinée à l'élaboration des matériaux tel que les couches minces et la caractérisation optique (détermination expérimental de l'indice de réfraction).

**Chapitre IV**

**Application**

**Dispositifs Utilisant l'Onde Evanescente**

# Chapitre 4

## Dispositifs Utilisant l'Onde Évanescente

### 4.1 Introduction

Jusqu'à ces dernières années, l'analyse du transfert d'informations s'est appuyé sur le concept des ondes propagatives que se soit en optique où en micro-ondes. La présence des ondes dites évanéscentes restait implicite.

Actuellement, avec le besoin constant d'augmenter les capacités de transfert des systèmes et afin d'améliorer le pouvoir de résolution des moyens de caractérisations des composants, la nécessité d'utiliser les ondes évanescentes est apparus. Sa propriété intéressante d'être confinée au voisinage de l'interface permet de l'exploiter dans divers domaines tel que l'optique de champ proche, et l'optique atomique.

Le but de ce dernier chapitre est de présenter certaines applications utilisant l'onde évanescente.

## 4.2 Coupleurs à fibres optiques à champ évanescent

### 4.2.1 Généralités sur les fibres optiques

Une fibre optique est un guide d'onde optique (guide de lumière) constitué d'un coeur d'indice de réfraction  $n_1$  dans le quel se propage une onde lumineuse en se réfléchissant sur la gaine optique d'indice de réfraction  $n_2$  plus faible. Le tout enveloppé d'un revêtement plastique.

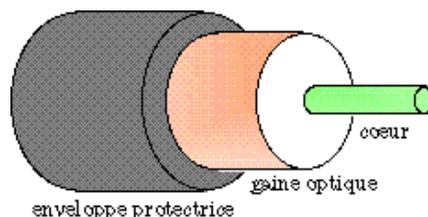


Figure 4.1: fibre optique.

Pour que le signal, injecté dans le coeur de la fibre soit guidé sans se perdre dans la gaine, il faut s'assurer que les rayons lumineux subissent une réflexion totale à l'interface coeur gaine, condition qui est respectée quand  $n_1$  est plus grand que  $n_2$ .

Les composants à base de fibres pour diviser ou additionner des signaux, sont appelés coupleurs de puissance, figure (4.2). Ce sont les plus utilisés dans la distributions de données, et dans les systèmes de transmission cohérente. Nous présentons ainsi les coupleurs à champ évanescent réalisés à partir des fibres optiques.

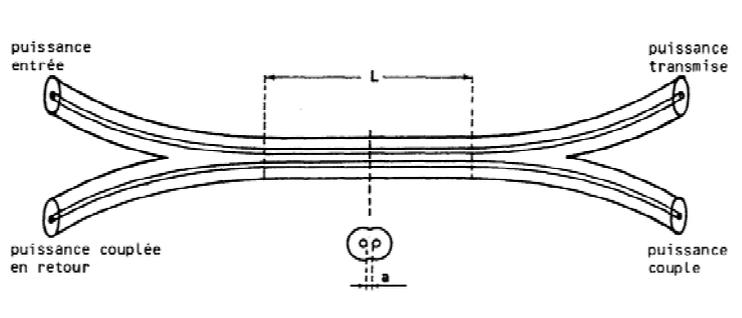


Figure 4.2: coupleur en X.

## 4.2.2 Coupleurs à champ évanescent

Dans la deuxième annexe, nous avons donné les caractéristiques des modes d'une fibre optique. Le champ de ces modes présente une partie évanescente qui se situe généralement dans la gaine de la fibre [33].

Si les deux fibres optiques sont suffisamment rapprochées l'une à l'autre, un couplage entre les deux fibres peut se produire par l'intermédiaire des champs évanescents de chaque guide. En d'autres termes, l'énergie lumineuse pourra passer d'une fibre à l'autre, et vice versa. Ce type de coupleurs est appelé coupleur à champ évanescent. Son principe est schématisé dans la figure (4.3).

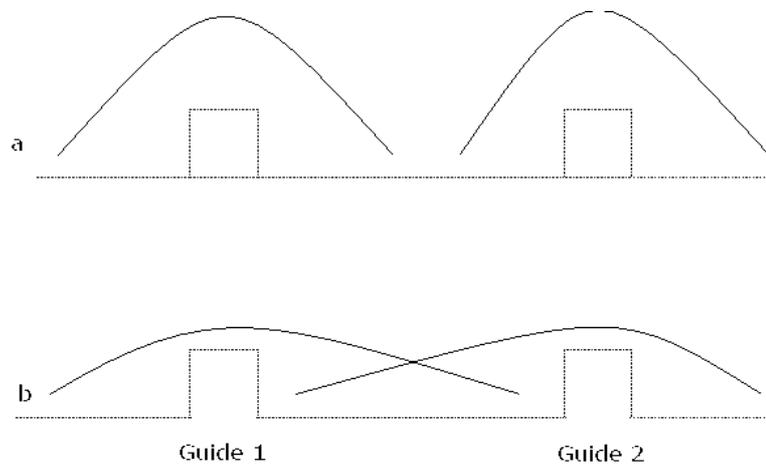


Figure 4.3: schéma du principe du coupleur à champ évanescent.

Si les guides sont fortement éloignés l'un de l'autre, les champs évanescents ne se recouvrent pas, il n'y a pas de couplage (Figure 4.3a), par contre si les guides sont suffisamment rapprochés, les champs se recouvrent, il y a alors transfert possible de l'énergie d'un guide vers l'autre (Figure 4.3b).

Cette application trouve des prolongements pour la réalisation de composants plus complexes tels que les amplificateurs. Il est évident qu'avec l'extension des applications du tout optique ces coupleurs sont de plus en plus employés.

### 4.3 Capteurs à champ évanescent

Le capteur est un dispositif électronique qui sert à transformer une grandeur physique, chimique, biologique mesurable en un signal électrique exploitable.

Nous décrivons ici les capteurs constitués par une fibre optique. ces capteurs présentent des qualités remarquables et certains avantages sur les capteurs traditionnels:

- immunité aux champs électromagnétiques
- insensibilisé électrique (haute tension, parasites électriques)
- large bande passante (400MHz, 1.5 GHz)
- absence de rayonnement du signal à l'extérieur de la fibre, faible poids, dimensions réduite et grande sensibilité.

A l'interface coeur-gaine, une faible partie de la puissance lumineuse est perdue dans la gaine, c'est l'onde évanescente. La puissance perdue dépend en particulier de l'indice de la gaine.

Les capteurs à fibres optiques sont de deux types (voir figure 4.4):

Les capteurs extrinsèques où l'élément sensible (matériau spécifique) se trouve au bout de la fibre et Les capteurs intrinsèques où la surface de la fibre constitue elle-même l'élément sensible.

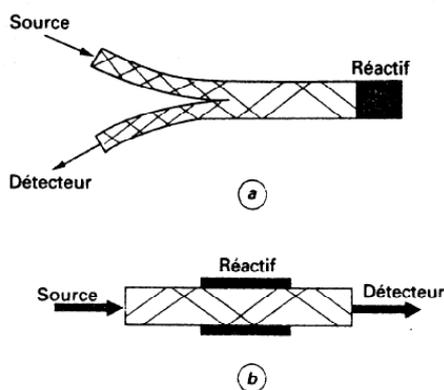


Figure 4.4: principes des capteurs à fibres optiques.

- a) capteur extrinsèque
- b) capteur intrinsèque

Le principe de ce type de capteur est de faire modifier la fibre (perturber le mode de la fibre), pour ce faire, on peut:

courber le guide, modifier ses paramètres géométriques où modifier l'indice de sa gaine. Suivant le type de perturbation, nous aurons accès à plusieurs types de paramètres, ainsi le paramètre auquel on souhaite accéder va perturber le champ évanescent des modes de la fibre transporterons l'information détectée, et ceci est particulièrement important lorsqu'il s'agit de mesurer la variation d'un paramètre dans un endroit éloigné ou d'accès malaisé.

## **4.4 Spectroscopie en réflexion totale**

S'il est aisé de mesurer l'indice de réfraction ou l'absorption pour des objets homogènes et de taille supérieure à la longueur d'onde, il n'en va plus de même lorsque les matériaux à mesurer se trouvent en faible quantité. La réflexion totale s'est trouvée être performante pour analyser des couches minces. Ceci a donné lieu à la spectroscopie dite en réflexion totale.

### **4.4.1 Principe**

La spectroscopie en réflexion total, utilise le fait que la quantité de lumière réfléchie après réflexion totale dépend de l'absorption du matériau à l'intérieur duquel les ondes évanescentes ont pénétré.

Cette propriété est utilisée pour obtenir le spectre d'absorption du matériau déposé en très faible quantité. Une mesure fine de l'indice de réfraction du matériau peut être effectuée à partir de ces mesures.

## 4.5 Microscopie à onde évanescente (microscopie de fluorescence par réflexion totale interne TIRFM)

La microscopie de fluorescence par réflexion totale interne est un type particulier de la microscopie optique à fluorescence. C'est une technique optique spécialisée, employée surtout par les microbiologistes et les neuroscientifiques pour observer la fluorescence des membranes cellulaires et la fluorescence moléculaire [20]. ( La fluorescence est la propriété que possèdent certains corps de transférer la lumière qu'ils reçoivent en radiation lumineuse de plus grande longueur d'onde ).

### 4.5.1 Principe

La TIRFM se fonde sur l'onde évanescente extrêmement superficielle produite lorsqu'une onde lumineuse se propageant dans un milieu d'indice  $n_1$  arrive sur une interface avec un autre milieu d'indice  $n_2$  plus petit, cette onde sera réfléchiée totalement si l'angle d'incidence est supérieur a un angle critique  $\theta_c$ . Dans ces conditions la lumière réfléchiée pénètre sur une courte distance dans le milieu d'indice  $n_2$ , générant une onde évanescente (figure 4.5). La particularité de cette onde est d'avoir une intensité qui diminue exponentiellement lorsqu'on s'éloigne de l'interface. Soit:

$$I = I_0 \exp(-z/d) \tag{4.1}$$

où  $d$  la longueur caractéristique de l'exponentielle, est fonction de la longueur d'onde de la lumière incidente  $\lambda$ , de l'angle d'incidence  $\theta$  et des indices  $n_1$  et  $n_2$ . On a:

$$d = \lambda / (4\pi((n_1 \sin \theta)^2 - (n_2)^2)^{0.5})$$

La pénétration superficielle de l'onde évanescente peut être utilisée pour illuminer le milieu aqueux que sur une profondeur de 50 – 300  $nm$  et permettre ainsi l'excitation des

vésicules de sécrétion marquée qui sont localisées à proximité immédiate de l'interface. Cette technique permet donc d'isoler optiquement les vésicules proches de la membrane plasmique et de suivre leur comportement individuel.

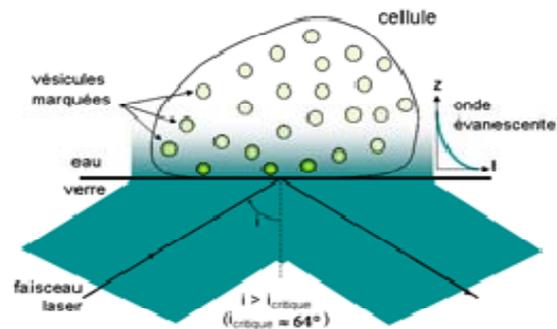


Figure 4.5: Principe de la TIRFM.

## 4.6 Conclusion

Les ondes évanescentes jouent un rôle important dans la technologie et la recherche scientifique. Au cours de ces dernières années, elles sont largement utilisées pour la connaissance du champ proche des composants optiques car avec l'avènement de la miniaturisation, la technologie permet la réalisation des composants qui peuvent se trouver dans la zone de champ proche des uns et des autres donc la connaissance du champ proche d'un objet est devenue d'une grande nécessité.

# Chapitre 5

## Annexes

### 5.1 Annexe 1

#### 5.1.1 Relations de Kramers Krönig

nous allons montrer que la simple causalité (la polarisation ne peut répondre au champ avant que celui-ci n'ait été appliqué) impose des relations très fortes entre les parties réelles et imaginaires de l'indice. En fait, quand la première est connue sur tout le spectre, la seconde peut aisément être déterminée par une simple transformation mathématique.

#### Fonction de Green

Le point de départ est le lien entre polarisation et champ électrique par la fonction de Green, transformée de Fourier de la susceptibilité

$$P(t) = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2\pi}} \int G(\tau) E(t - \tau) \quad (5.1)$$

La fonction de Green est la transformée de Fourier de la susceptibilité d'où:

$$G(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \chi(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (5.2)$$

Cette intégrale peut être transformée en une intégrale sur le plan complexe. Le chemin d'intégration est constitué de l'axe réel, parcouru dans le sens positif et fermé par un demi-cercle "à l'infinie". Si  $\tau < 0$ , le demi-cercle doit se trouver dans le demi-plan supérieur. C'est à cette condition que l'exponentielle  $e^{-i\omega\tau}$  annule l'intégrale sur ce demi-cercle. En revanche, pour  $\tau > 0$ , le contour d'intégration doit être bouclé dans le demi-plan inférieur. La causalité impose que  $G(\tau)$  s'annule pour  $\tau < 0$ . L'intégrale sur le contour dans le demi-plan supérieur est donc identiquement nulle. Cela impose, l'exponentielle étant régulière sur tout le plan complexe, que la susceptibilité  $\chi$  ne présente de pôles que dans le demi-plan inférieur. La susceptibilité déduite de notre modèle présente cette propriété.

Considérons maintenant la fonction:

$$\frac{\chi(\omega)}{2i\pi(\omega - z_0)} \quad (5.3)$$

$z_0$  a une partie imaginaire positive. Cette fonction admet un pôle unique en  $z_0$  dans le demi-plan supérieur, dont le résidu est trivialement  $\frac{\chi(z_0)}{2i\pi}$ .

L'intégrale sur le contour composé de l'axe réel et du demi-cercle supérieur est alors égale à ce résidu (multiplié par  $2i\pi$ ).

Pour tout système physique, la susceptibilité doit tendre rapidement vers 0 quand le module de la fréquence tend vers l'infini. L'intégrale sur le "demi-cercle à l'infini" est donc négligeable, et l'intégrale sur le contour se ramène à celle le long de l'axe réel. On a donc finalement:

$$\chi(z_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi(\omega)}{2i\pi(\omega - z_0)} \quad (5.4)$$

Posons maintenant:

$$z_0 = \omega_0 + i\epsilon, \quad (5.5)$$

avec  $\omega_0$  réel et prenons la limite de l'expression précédente pour  $\epsilon \rightarrow 0$ . Le point  $z_0$  tend alors vers le point  $\omega_0$  de l'axe réel. Le premier membre, puisque  $\chi$  est régulière dans tout

le demi-plan supérieur, tend vers  $\chi(\omega_0)$ . On a donc:

$$\chi(\omega_0) = \frac{1}{2i\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int \frac{\chi(\omega)}{\omega - \omega_0 - i\epsilon} \quad (5.6)$$

On montre en théorie des distributions, que:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int \frac{1}{\omega - \omega_0 - i\epsilon} = pp \left( \left( \frac{1}{\omega - \omega_0} \right) + i\pi\delta(\omega - \omega_0) \right). \quad (5.7)$$

La distribution “partie principale en  $\omega_0$ ”,  $PP$  est défini par:

$$\langle PP \frac{1}{\omega - \omega_0} | f \rangle = \lim_{\eta \rightarrow 0} \left[ \int_{-\infty}^{\omega_0 - \eta} + \int_{\omega_0 + \eta}^{+\infty} \frac{f(\omega)}{\omega - \omega_0} \right] \quad (5.8)$$

On a donc finalement, en constatant que l’action de  $\delta$  sur  $\chi$  est triviale:

$$\chi(\omega_0) = \frac{1}{i\pi} pp \int \frac{\chi(\omega)}{\omega - \omega_0} \quad (5.9)$$

En isolant, dans cette expression, les parties réelles et imaginaires, on obtient enfin les relations de Kramers-Kronig:

$$\chi_1(\omega_0) = \frac{1}{\pi} pp \int \frac{\chi_2(\omega)}{\omega - \omega_0} \quad (5.10)$$

$$\chi_2(\omega_0) = -\frac{1}{\pi} pp \int \frac{\chi_1(\omega)}{\omega - \omega_0} \quad (5.11)$$

Les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité sont donc reliées par une transformation mathématique simple. Ces relations ont de nombreuses conséquences en théorie de la réponse linéaire. Elles peuvent, en pratique, être utilisées pour déterminer la réfraction si seule l’absorption est expérimentalement disponible (c’est par exemple le cas pour les milieux fortement absorbants), ou l’inverse.

## 5.2 Annexe2

### 5.2.1 Equation de Maxwell

Les lois fondamentales de l'électromagnétisme s'écrivent:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0 && \text{Conservation de flux magnétique.} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} && \text{Théorème de Gauss.} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} && \text{Loi de l'induction.} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) && \text{Théorème d'Ampert modifié par le courant de déplacement.} \end{aligned}$$

### 5.2.2 Résolution des équations de Maxwell

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= \left( \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \end{aligned}$$

On déduit des équations de propagation satisfaites par les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  dans le vide.

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned}$$

Ce sont les équations de propagation des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .

### 5.2.3 Les modes dans une fibre optique

Le calcul des champs électromagnétiques dans une fibre optique nécessite la résolution de l'équation de propagation, déduite des équations de Maxwell. Pour une onde sinusoïdale de pulsation  $\omega$ , nous avons:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = 0$$

La fibre optique étant un guide d'onde diélectrique circulaire. La résolution de l'équation s'effectue en développant le laplacien  $\Delta \vec{E}$  en coordonnées cylindriques  $(r, \Psi, z)$ .

Compte tenu des conditions aux limites et en particulier de la continuité des champs à l'interface coeur-gaine, il existe un nombre fini de solutions: les modes de propagation.

Chaque mode est ainsi caractérisé par:

- sa constante de propagation longitudinale  $\beta$ .
- la répartition transversale du champ  $\vec{E}(r)$  qui obéit à des fonctions de Bessel  $J_v$  dans le coeur et de Bessel modifiées  $K_v$  dans la gaine (c'est la un champ évanescent d'allure exponentielle décroissante). Le champ évanescent est un champ électromagnétique qui, en moyenne, ne donne pas lieu à un transfert énergétique en l'absence de perturbation.
- L'ordre azimutal  $v$ , nombre entier sans dimension.
- Vitesse de groupe. Cette vitesse de groupe est la vitesse de transmission de l'information et correspond à la vitesse de déplacement de l'enveloppe du signal.

## **Conclusion Générale.**

# Conclusion générale

Notre travail a été consacré à l'étude de l'interaction d'une onde électromagnétique avec une vapeur atomique en utilisant le modèle de la charge élastiquement liée.

Notre modèle permet de décrire l'équation du mouvement de l'électron, qui est régit par une équation différentielle d'un oscillateur harmonique forcé. Les principaux résultats obtenus sont:

- \* La réponse linéaire du milieu étudié au champ électrique appliqué est décrite en terme de susceptibilité et de permittivité diélectrique qui sont des nombres complexes.
- \* La vapeur atomique possède un indice complexe:
  - Sa partie réelle est l'indice de réfraction que nous utilisons en optique, il permet d'exprimer la vitesse de phase qui dépend de la pulsation; c'est le phénomène de dispersion.
  - La partie imaginaire est l'indice d'extinction qui traduit l'absorption de l'onde par le milieu, il y a alors apparition de l'onde évanescente.
- \* On a trouvé que le milieu présente deux zones:
  - une zone de transparence où la vapeur atomique se comporte comme le vide, l'onde se propage à la vitesse  $c$ .
  - une zone d'absorption pour laquelle une partie de l'onde est absorbée par le milieu. Sa puissance moyenne est proportionnelle à la partie imaginaire de la constante diélectrique.
- \* Les propriétés optiques de la vapeur atomiques dépendent fortement du nombre d'électrons libéré par l'atome. Les lois trouvées à travers l'étude précédente marque cette dépendance..

\* L'objet de la dernière partie consiste à la description de quelques dispositifs qui utilisent l'onde évanescente. Sa propriété intéressante d'être confinée au voisinage de l'objet permet de l'utiliser dans divers domaines d'applications.

En fin, les différents résultats obtenus dans le présent travail, ont ouvert une direction de recherche qui nous suggèrent de consacrer ultérieurement nos activités à un futur travail basé sur l'étude

- 1- De l'existence d'un modèle quantique permettant de décrire d'une façon approfondie l'interaction du rayonnement avec la matière.
- 2- Le rôle que présente l'onde évanescente dans la physique du champ proche qui est un domaine très important pour la connaissance et la compréhension des composants optiques.

# Bibliographie

- [1] **A.Colin.** (1999), Physique générale. Problèmes commentés et résolus posés aux concours. Paris.
- [2] **H.Michel.** (1983), Optique et milieux matériels, Emission-Réception, Optique non linéaire, Techniques de l'ingénieur, Traité généralité A193 p.p17-19.
- [3] **J.P.Perez, R.Carles, R.Fleckinger** (1996), Electromagnétisme.2ed. Paris, Masson.
- [4] **M.Born, E.Wolf** (1975), Principles of optics.5ed. Oxford, Pergamon Press.
- [5] **A.Yariv, P.Yeh** (2003), Optical waves in crystals. New York, Wiley.
- [6] **Q.Lucien** (1995), Electromagnétisme, Paris, Masson.
- [7] **R.Charples.** (1999), Département of physics, University of Durham.2H Physics, Course2.14, Optics2. Epiphany Term, 2001, Thursday March 11 10:58, 13 BST.
- [8] **J.F.Perez, N.Hulin, R.Carles, R.Fleckinger,** (2002), Electromagnétisme, Fondements et applications, Avec 300 exercices et problèmes résolus,Paris, Dunod.
- [9] **C. Fabre,** (2003), Atomes et lumière, Interaction matière-rayonnement, Université Pierre et Marie curie, case 74, 75252 Paris cedex 05, France.
- [10] **M. Dupeux,** (1996), Aide-mémoire, Science des matériaux, Dunod.

- [11] **N.G.Sabri**, (2003). Phénomène depolarisation rotatoire, Effet Faraday, Thèse de Magister, Tlemcen.
- [12] **O.Costa de Beauregard**, (1970). Comptes Rendus Acad. Sciences, 270, B, 773.
- [13] **O.Costa de Beauregard**, (1970). Comptes Rendus Acad. Sciences, 270, B, 1004.
- [14] **O.Costa de Beauregard, C.Imbert, J.Ricard**, (1971). International J. of Theoretical Physics, 4, 125-140.
- [15] **O.Costa de Beauregard**, (1973). International J. of Theoretical Physics, 7, 129-143.
- [16] **O.Costa de Beauregard**, (1973). Revue des Questions Scientifiques, 144, 2, 211-228.
- [17] **O.Costa de Beauregard**, (1973). Revue des Questions Scientifiques, 144, 3, 373-393.
- [18] **G.Feinberg**, (1967). Phys. Rev. 159, 1089-1105.
- [19] **O.Costa de Beauregard**, (1970). Comptes Rendus Acad. Sciences, 270, B, 1086.
- [20] **N.J. Harrich**, (1979). J.,Internal Reflection Spectroscopy, Harrick, Ossining, New York.
- [21] **J.Berty, A.Escault, P.Marchand, L.Martin, A.Oustry**, (1977). Physique Pratique, Vuibert. Tome2. Optique.
- [22] **M.Hulin, N.Hulin, Denise.Perrin**, (1998), Equations de Maxwell et ondes électromagnétiques, cours, exercices et problèmes résolus, Dunod.
- [23] **J.Berty, A.Escault, P.Marchand, L.Martin, A.Oustry**, (1977). Physique Pratique, Vuibert. Tome1. electricité.

- [24] **Feynman, Leighton, Sands**, (1979) . Les cours de physique de Feynman, Electromagnétisme1, Interédition, Paris.
- [25] **R.Resnick, David.Halliday**, (1980) . Ondes, Optique et physique moderne, Physique3, Canada.
- [26] **J.P.Lecardonnell, Ph. Tilloy**, (1981) . Electromagnétisme3, Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, Exercices et problèmes résolus.
- [27] **Hubert.Gie, J.P, Sarmant**, (1982) . Collection de sciences physique, Electromagnétisme, Volume2.
- [28] **J.L.Queyrel, J.Mesplède**, (1985) . Précis de physique, Electricité, Cours, Exercices résolus, Bréal, Ondes électromagnétiques dans les milieux linéaires.
- [29] **J.F.Perez, R.Carles, R.Fleckinger**, (1991) . Electromagnétisme, vide et milieux matériels avec exercices et problèmes résolus, Préface du Pr.E.Durand, Masson.
- [30] **Marcelo. Alonso,Edwar J.Finn** (1986). Physique générale, Champs et ondes, Paris, Dunos.
- [31] **D. Dammon**, (2003). Reussir en beauté sa physique, Paris, Ellipses, 2ème editions.
- [32] **J.P. Faroux, J.Renault**, (1998). Cours électromagnétisme 2, Paris, Dunod.
- [33] **F de Fornel**. (1998), Les ondes évanescence en optique et en optoélectronique, Collection thechnique et scientifique des télécommunications.